



**PİNYON TİPİ KESİCİ TAKIMLAR İLE İMAL
EDİLMİŞ İÇ DİŞLİ ÇARKLARIN GERİLME ANALİZİ**

EYLEM ŞENOCAK YILMAZ



T.C.
ULUDAĞ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

**PİNYON TİPİ KESİCİ TAKIMLAR İLE İMAL EDİLMİŞ İÇ DİŞLİ
ÇARKLARIN GERİLME ANALİZİ**

EYLEM ŞENOCAK YILMAZ

Doç.Dr. Fatih KARPAT
(Danışman)

YÜKSEK LİSANS TEZİ
MAKİNE MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI

BURSA-2017

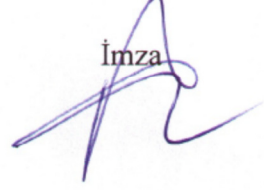
TEZ ONAYI

Eylem Şenocak Yılmaz tarafından hazırlanan “Pinyon tipi Kesici Takımla İmal Edilmiş İç Dişli Çarkların Gerilme Analizi” adlı tez çalışması aşağıdaki jüri tarafından oy birliği/oyçokluğu ile Uludağ Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Makine Mühendisliği Anabilim Dalı’nda **YÜKSEK LİSANS TEZİ** olarak kabul edilmiştir.

Danışman: Doç.Dr. Fatih Karpaz

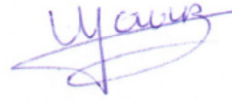
Başkan: Doç.Dr. Fatih Karpaz
Uludağ Üniversitesi
Mühendislik Fakültesi
Makine Mühendisliği Anabilim Dalı

İmza



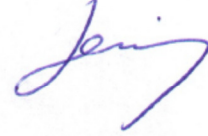
Üye: Prof.Dr. Nurettin Yavuz
Uludağ Üniversitesi
Mühendislik Fakültesi
Makine Mühendisliği Anabilim Dalı

İmza



Üye: Doç.Dr. Hüseyin Lekesiz
Bursa Teknik Üniversitesi
Doğa Bil. Mühendislik Mim. Fakültesi
Makine Mühendisliği Anabilim Dalı

İmza



Yukarıdaki sonucu onaylarım.


Prof. Dr. Ali BAYRAM
Enstitü Müdürü

21/12/2017

U.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü, tez yazım kurallarına uygun olarak hazırladığım bu tez çalışmada;

- tez içindeki bütün bilgi ve belgeleri akademik kurallar çerçevesinde elde ettiğimi,
- görsel, işitsel ve yazılı tüm bilgi ve sonuçları bilimsel ahlak kurallarına uygun olarak sunduğumu,
- başkalarının eserlerinden yararlanılması durumunda ilgili eserlere bilimsel normlara uygun olarak atıfta bulunduğumu,
- atıfta bulunduğum eserlerin tümünü kaynak olarak gösterdiğimi,
- kullanılan verilerde herhangi bir tahrifat yapmadığımı,
- ve bu tezin herhangi bir bölümünü bu üniversite veya başka bir üniversitede başka bir tez çalışması olarak sunmadığımı

beyan ederim.

21/12/2017

Eylem Şenocak Yılmaz

ÖZET

Yüksek Lisans Tezi

PİNYON TİPİ KESİCİ TAKIMLAR İLE İMAL EDİLMİŞ İÇ DİŞLİ ÇARKLARIN GERİLME ANALİZİ

Eylem Şenocak Yılmaz

Uludağ Üniversitesi

Fen Bilimleri Enstitüsü

Makine Mühendisliği Anabilim Dalı

Danışman: Doç.Dr. Fatih KARPAT

Pinyon tipi kesici takımlar ile imal edilmiş iç dişli çarkların gerilme analizi isimli tez çalışmasında evolvent iç dişli çarkların matematiksel modellenmesi ve farklı parametrelerin gerilme üzerine etkileri incelenmiştir.

Tez çalışmasında sunulan matematiksel model Litvin' in vektör yaklaşımını temel almaktadır. Buna göre önce iç dişli çarkı imal eden pinyon tipi kesici takım matris formda ifade edilmiş daha sonra kesici takım ile iç dişli çark taslağı arasındaki ilişki gözönüne alınarak koordinat dönüşüm matrisi ortaya konmuştur. Diferansiyel geometri ve dişli teorisi kullanılarak iç dişli çarkın matematiksel ifadesine hassas bir şekilde ulaşılmıştır.

Elde edilen iç dişli çarka ait denklemler MATLAB programında yazılarak farklı dişli parametrelerine sahip iç dişli çarkların bir dişini oluşturan noktaların geometrik yeri bulunmuştur. Bu noktalara ait programın çıkış dosyaları .asc formatında CATIA tasarım programında okunabilen bir yapıdadır. Tasarlanan dişli çarklar 2 boyutlu olarak ANSYS sonlu elemanlar programına gerilme analizi için gönderilmiştir. Farklı rim kalınlığına, kavrama açısına ve kesici takım uç radyüsüne sahip iç dişli çarklar üzerinde oluşan gerilmeler incelenmiş ve karşılaştırılmıştır.

Bu çalışmada sunulan denklemler ve geliştirilen bilgisayar programı ile pinyon tipi kesici takım ile imal edilmiş farklı parametrelere sahip iç dişli çarkların makro geometrisi hassas bir şekilde elde edilmiş ve bu parametrelerin eğilme gerilmesi üzerine etkileri sonlu elemanlar yöntemi ile incelenmiştir. Böylelikle iç dişli çarkların imalattan önce tasarım ve mukavimlik açısından farklı işletme şartları için incelenmesine olanak sağlanmaktadır.

Anahtar Kelimeler: Evolvent İç Dişli Çark, Matematiksel Modelleme, MATLAB, CATIA, ANSYS

2017, x + 69 sayfa.

ABSTRACT

MSc Thesis

STRESS ANALYSIS OF INTERNAL SPUR GEAR GENERATED WITH PINION TYPE CUTTERS

Eylem Şenocak Yılmaz

Uludağ University
Graduate School of Natural and Applied Sciences
Department of Mechanical Engineering
Supervisor: Assoc. Prof. Fatih KARPAT

In this thesis which is called Stress Analysis of Internal Spur Gear Generated with Pinion Type Cutters, mathematical modelling of internal spur gear and effects of gear parameter on stress are investigated.

Presented mathematical equations in thesis are based on Litvin's approach. In this approach, initially the mathematical equations of pinion cutter are obtained in matrix form then taking into account relation between cutter and internal gear, the coordinate transformation matrix is derived. Using differential geometry and gear theory, mathematical definition of the internal spur gear is reached.

The geometric coordinates of points of internal gear tooth is found for different gear parameters by programming derived equations in MATLAB environment. Output files of this program are readable form from CATIA design program. 2D designed internal spur gears are sent to ANSYS for stress analysis. Occurred stress is investigated and compared on internal spur gear with different rim thickness, pressure angle and cutter tip radius.

In this study, the macro geometry of internal spur gear manufactured by pinion cutter with different parameters is derived sensitively by presented equations and developed computer program and effects of these parameters on bending stress are investigated with finite element method. Thus, it is enabled to examine internal spur gears in view of geometry and strength for different loading conditions before manufacturing.

Keywords: Involute Spur Gear, Mathematical Modelling, MATLAB, CATIA, ANSYS

2017, x + 69 pages.

TEŞEKKÜR

Bilgi ve tecrübeleri ile her zaman her konuda yanımda olan, bana destek veren, çalışmamda deneyimlerini benden esirgemeyen, değerli hocam Doç.Dr. Fatih KARPAT'a, hayatımın her anında yanımda olan bana desteğini hiçbir zaman eksik etmeyen aileme ve çalışmalarım boyunca fedakarca yanımda olan eşim Araş.Gör. Yük. Müh. Tufan Gürkan YILMAZ'a teşekkürlerimi sunarım.

Eylem Şenocak YILMAZ



İÇİNDEKİLER

Sayfa

ÖZET.....	i
ABSTRACT	ii
TEŞEKKÜR.....	iii
İÇİNDEKİLER	iv
SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ	v
ŞEKİLLER DİZİNİ.....	vii
ÇİZELGELER DİZİNİ	x
1.GİRİŞ	1
2.KAYNAK ARAŞTIRMASI	3
3. MATERYAL VE YÖNTEM	7
3.1. Evolvent İç Dişli Çarkların Geometrisi ve Boyutlandırılması.....	7
3.2. Profili Kaydırılmış İç Dişli Çarkların Geometrisi ve Boyutlandırılması.....	9
3.3. Evolvent İç Dişli Çarkların İmalatı	10
3.4. Pinyon Tipi Kesici Takımın Matematiksel Modellenmesi	10
3.5. İç Dişli Çarkın Matematiksel Modellenmesi	12
3.6. MATLAB’ da Sayısal Programlama.....	19
3.7. CATIA Programında 2D&3D Tasarım	29
3.8. ANSYS programında Eğilme Gerilmesi Analizi.....	30
4. BULGULAR	34
4.1. Pinyon Tipi Kesici Takım Uç Radyüsünün ve Rim Kalınlığının Eğilme Gerilmesine Etkileri	34
4.2. Kavrama Açısının Eğilme Gerilmesine Etkileri	34
5. SONUÇ VE TARTIŞMA	59
KAYNAKLAR	60
EKLER.....	62
EK 1.	62
ÖZGEÇMİŞ	69

SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ

Simgeler	Açıklama
t_0	Taksimat
m	Modül
z	Diş sayısı
h_a	Diş başı yüksekliği
h_f, h_t	Diş dibi yüksekliği
d_0	Taksimat dairesi çapı
d_a	Diş başı dairesi çapı
d_f	Diş dibi dairesi çapı
d_g	Temel dairesi çapı
α	Kavrama açısı
s_0	Taksimat dairesi üzerindeki diş kalınlığı
e_0	Taksimat dairesi üzerindeki diş boşluğu
ρ	Takım uç radyüsü
b_c	Taksimat üzerindeki diş kalınlığının yarısı
R_n	Bölge vektörü
M_{gc}	Koordinat Dönüşüm Matrisi
S_C	Pinyon Koordinat Sistemi
S_g	İç Dişli Koordinat Sistemi
S_f	Sabit Koordinat Sistemi
ξ	Evolvent bölge parametresi
Θ	Uç radyüs bölge parametresi
η	Düz taban bölge
ψ	Taslak takım açısı

Kısaltmalar	Açıklama
ISO	Uluslar Arası Standart Organizasyonu
AGMA	Amerikan Dişli Üreticileri Derneği
DIN	Alman Standartları Enstitüsü
ev	Evolvent fonksiyonu

İndisler	Açıklama
c	Pinyon takım
g	İç Dişli çark
f	Sabit
°	Derece
1	Yüklenen taraf

6 Arka taraf
c : Kesici Takım
m : Maksimum



ŞEKİLLER DİZİNİ

Sayfa

Şekil 3. 1. İç Dişli Çarkın Temel Boyutları	7
Şekil 3. 2. Profil kaydırma uygulanmış diş profilleri.....	9
Şekil 3. 3. Evolvent profilin oluşumu	10
Şekil 3. 4. Pinyon tipi kesici takım ile dişli imalatı	11
Şekil 3. 5. Pinyon tipi kesici takım geometrisi	12
Şekil 3. 6. İmalat esnasındaki ilişki.....	19
Şekil 3. 7. MATLAB tasarım programı	27
Şekil 3. 8. Çıkış dosyası	28
Şekil 3. 9. CATIA Pogramında İç Dişli Çark Tasarım Aşamaları.....	29
Şekil 3. 10. ANSYS Workbench arayüzü	30
Şekil 3. 11. Üç boyutlu üç diş iç dişli çark modeli	31
Şekil 3. 12. Diş mesh ağ yapısı	31
Şekil 3. 13. Diş kuvvet ve mesnet bölgeleri.....	32
Şekil 3. 14. Örnek sonuç görüntüsü	33
Şekil 4. 1. (0.1-0.1)×m uç radyüsüne sahip takım ile imal edilmiş rim kalınlığı 1.5×m olan iç dişli çarkın yükleme tarafındaki eğilme gerilmesi	35
Şekil 4. 2. (0.1-0.1)×m uç radyüsüne sahip takım ile imal edilmiş rim kalınlığı 2.5×m olan iç dişli çarkın yükleme tarafındaki eğilme gerilmesi	35
Şekil 4. 3. (0.1-0.1)×m uç radyüsüne sahip takım ile imal edilmiş rim kalınlığı 3.5×m olan iç dişli çarkın yükleme tarafındaki eğilme gerilmesi 1	36
Şekil 4. 4. (0.1-0.1)×m uç radyüsüne sahip takım ile imal edilmiş rim kalınlığı 5×m olan iç dişli çarkın yükleme tarafındaki eğilme gerilmesi	36
Şekil 4. 5. (0.1-0.1)×m uç radyüsüne sahip takım ile imal edilmiş rim kalınlığı 1.5×m olan iç dişli çarkın arka tarafındaki eğilme gerilmesi	37
Şekil 4. 6. (0.1-0.1)×m uç radyüsüne sahip takım ile imal edilmiş rim kalınlığı 2.5×m olan iç dişli çarkın arka tarafındaki eğilme gerilmesi	37
Şekil 4. 7. (0.1-0.1)×m uç radyüsüne sahip takım ile imal edilmiş rim kalınlığı 3.5×m olan iç dişli çarkın arka tarafındaki eğilme gerilmesi	38
Şekil 4. 8. (0.1-0.1)×m uç radyüsüne sahip takım ile imal edilmiş rim kalınlığı 5×m olan iç dişli çarkın arka tarafındaki eğilme gerilmesi	38
Şekil 4. 9. (0.2-0.2)×m uç radyüsüne sahip takım ile imal edilmiş rim kalınlığı 1.5×m olan iç dişli çarkın yükleme tarafındaki eğilme gerilmesi	39
Şekil 4. 10. (0.2-0.2)×m uç radyüsüne sahip takım ile imal edilmiş rim kalınlığı 2.5×m olan iç dişli çarkın yükleme tarafındaki eğilme gerilmesi	39
Şekil 4. 11. (0.2-0.2)×m uç radyüsüne sahip takım ile imal edilmiş rim kalınlığı 3.5×m olan iç dişli çarkın yükleme tarafındaki eğilme gerilmesi	40
Şekil 4. 12. (0.2-0.2)×m uç radyüsüne sahip takım ile imal edilmiş rim kalınlığı 5×m olan iç dişli çarkın yükleme tarafındaki eğilme gerilmesi	40
Şekil 4. 13. (0.2-0.2)×m uç radyüsüne sahip takım ile imal edilmiş rim kalınlığı 1.5×m olan iç dişli çarkın arka tarafındaki eğilme gerilmesi	41
Şekil 4. 14. (0.2-0.2)×m uç radyüsüne sahip takım ile imal edilmiş rim kalınlığı 2.5×m olan iç dişli çarkın arka tarafındaki eğilme gerilmesi	41
Şekil 4. 15. (0.2-0.2)×m uç radyüsüne sahip takım ile imal edilmiş rim kalınlığı 3.5×m olan iç dişli çarkın arka tarafındaki eğilme gerilmesi	42

[illegible]

Şekil 4. 40. (0.5-0.19)×m uç radyüsüne sahip takım ile imal edilmiş rim kalınlığı 5×m olan iç dişli çarkın arka tarafındaki eğilme gerilmesi	54
Şekil 4. 41. a) Farklı kesici takım uç radyüslerinde rim kalınlığının oluşan gerilmelere etkisi (Yüklenen) b) Farklı kesici takım uç radyüslerinde rim kalınlığının oluşan gerilmelere etkisi (Arka).....	55
Şekil 4. 42. 20°-20° kavrama açısına sahip takım ile imal edilmiş iç dişli çarkın dış kökündeki eğilme gerilmesi	56
Şekil 4. 43. 20°-22° kavrama açısına sahip takım ile imal edilmiş iç dişli çarkın dış kökündeki eğilme gerilmesi	57
Şekil 4. 44. 20°-24° kavrama açısına sahip takım ile imal edilmiş iç dişli çarkın dış kökündeki eğilme gerilmesi	57
Şekil 4. 45. 20°-26° kavrama açısına sahip takım ile imal edilmiş iç dişli çarkın dış kökündeki eğilme gerilmesi	58
Şekil 4. 46. Arka taraf kavrama açısının iç dişli eğilme gerilmesine etkisi	58



ÇİZELGELER DİZİNİ

Sayfa

Çizelge 4. 1. Analizlerde kullanılan iç dişli parametreleri.....	34
Çizelge 4. 2. Analizlerde kullanılan iç dişli parametreleri.....	56



1.GİRİŞ

Dişli çarklar eski zamanlardan beri insanoğlunun kullandığı, günümüzde de en çok uygulama alanı bulunan bir makine elemanıdır. Geçmişte basit şekle sahip dişli çarklar bulunurken günümüzde çok farklı malzemelerden (örn. Metal, kompozit, plastik) imal edilmiş karmaşık profilli dişli çarklar kullanılmaktadır. Dişli çarkları minyatürize sistemlerden uzay araçlarına, otomobillerden tanklara kadar çeşitli alanlarda görmek mümkündür. Buralarda kullanılan dişli çarkların malzemeleri, profilleri ve tipleri de birbirinden farklı olmaktadır. Dişli çarklar genel olarak millere takılı bir şekilde beraber kullanılmaktadır. Bu millerin eksenlerinin hareket esnasında birbirlerine göre konumu dişli çarkların en yaygın sınıflandırma biçimidir. Bu eksenler aralarındaki açı 0° (düz, helisel, iç dişli) ya da 90° (konik dişli çark tipleri) olabilir veya bu eksenler uzayda kesişmeyebilirler (sonsuz dişli mekanizmaları).

Diğer bir sınıflandırma da dişli profiline (evolvent, sikloid...) göre yapılabilir. Tüm dişli çarklar düşünüldüğünde evolvent dişliler en büyük kullanım alanına sahiptirler. Bunun sebebi ise sahip oldukları basit geometri, standartlaştırılmış takımlarla imal edilebilme ve eksenler arası mesafe değişmesine rağmen sabit bir çevrim oranı sağlama gibi özelliklerin her dişli çark profili tarafından sağlanamamasıdır.

Evolvent profilli dişli çarklar içinde de düz dişli çarklar önemli bir yer tutmaktadır. Düz dişli çarklar iç ve dış olmak üzere ikiye ayrılır. Bu çalışmanın da konusu olan iç dişli çarklar birçok açıdan dış dişli çarklarla farklılık göstermektedir. Örneğin, dış düz dişli çarklar dış bükey bir evolvent profile sahipken, iç dişliler iç bükey bir evolvent profile sahiptir. Dış dişliler birbirleriyle ve iç dişlilerle eş çalışabilirken, iç dişliler ise sadece dış dişlilerle eş çalışabilir. Bu sebepten dolayı iç dişli çark mekanizmalarında yağ filmi oluşumu daha kolaydır. Eksenler arası mesafe iç dişli çarklarda daha kısadır. Bu konstrüksiyonun daha az yer kaplaması gereken uygulamalarda büyük bir avantajdır. Bunun yanı sıra iki milin aynı yönde dönmesi gereken durumlarda dış dişli çarklarda olduğu gibi avare dişliye ihtiyaç duyulmaz. Aynı diş sayılarına sahip dış ve iç dişli çark mekanizmalarında kavrama oranı iç dişlilerde daha yüksektir. Bu gibi avantajlarının yanı sıra iç dişli çarklarda çeşitli dezavantajlarda mevcuttur. Örneğin imalat prosedürleri dış dişli çarklara göre daha zor ve kısıtlıdır. Evolvent dişli çarklar endüstride en çok yuvarlanma metodu ile imal edilirler. Yuvarlanma metodu kesici takımın geometrisine

ve kesici takım ile taslağın birbirlerine göre izafi hareketlerine göre üçe ayrılır. Bunlar MAAG (Kremayer takım), Fellows(Pinyon tipi takım) ve Azdırma(Azdıma freze takımı) yöntemleridir. İç dişli çarklar sadece pinyon tipi takımla imal edilebilirken, dış dişli çarklar ise bu üç metotla da imal edilebilirler.

Evolvent profilli dişli çarkların kesici takımları ve kendi boyutları ISO, AGMA, DIN gibi ulusal ve uluslararası kuruluşlarca standartlaştırılmıştır. Bununla birlikte yüksek yük taşıma kapasitesi, minimum boyut, yüksek kavrama oranı gibi isteklerin karşılanabilmesi için ilk akla gelen çözüm profil kaydırmalı dişli çarkların kullanılmasıdır.

Düşük maliyet ve kolay uygulama sebebiyle yaygın olarak kullanılan bu yöntemin bazı dezavantajları mevcuttur. Bu sebeple araştırmacılar standart olmayan dişli çarkların kullanımı üzerine yoğunlaşmışlardır. Bu tez çalışmasında da incelenen asimetrik iç dişli çarklar da standart olmayan dişli çarklara önemli bir örnektir. Pratikte dişli çarklar sadece tek bir yöne dönerler. Bu sebeple dişli çarkın sadece bir yüzeyi yüke maruz kalmaktadır. Buna dayanarak dişin ön ve arka yüzeyinin aynı geometriye sahip olmasının bir zorunluluk olmadığı sonucuna varılabilir.

Bu tez çalışmasında önce evolvent profilli iç dişli çarkları imal eden pinyon tipi kesici takıma ait denklemler matris formunda ifade edilmiş, daha sonra ifadeler MATLAB vasıtasıyla programlanarak iç dişli çarkın bir dişini oluşturan noktaların koordinatları çıkış dosyası olarak elde edilmiştir. Bu dosya CATIA tasarım programının Digitized Shape Editor modülü vasıtasıyla okutulmuş ve iç dişli çarkın iki ve üç boyutlu tasarımı farklı parametreler için oluşturulmuştur. Elde edilen iki boyutlu dişli çark gerilme analizi için ANSYS programına gönderilmiş ve farklı parametreler için elde edilen sonuçlar karşılaştırılmıştır.

2.KAYNAK ARAŞTIRMASI

Literatürde dış ve iç dişlilere ait matematiksel ifadeler araştırmacılar tarafından onyıllardır ortaya konmaktadır. Bu çalışmalarda boyutlandırma ve tasarımın yanısıra imalat ve montaj prensipleri de detaylı bir şekilde yer almaktadır. (Buckingham 1949; Colbourne, 1987; Colbourne, 1990; Litvin, 1994; Radzevich & Darle, 1994; Buckingham & Buckingham, 1999, Jelaska; 2012).

Yang (2007) evolvent asimetrik iç düz ve helisel dişli çarkların matematiksel ifadesini iki koordinat dönüşümü ile elde etmiştir. Öncelikle iç dişliyi imal edecek pinyon takım imajiner bir kremayer takım ile ifade edilmiş, ardından iç dişli çarkın eşitlikleri türetilmiştir. Ayrıca montajdan doğan hataları incelemek için bir diş kontak analizleri yürütmüştür. Asimetrisinin gerilme üzerine etkileri sonlu elemanlar yöntemi ile incelenmiş daha sonra hızlı protipleme yöntemi ile tasarlanan dişlilerin prototip imalatı gerçekleştirilmiştir.

Fetvacı (2016) çalışmasında iç ve dış dişli çarkların matematiksel modellenmesinde kullanılan Yang (2007)' in ortaya koyduğu eşitliklerin diş başı yüksekliğini tam olarak sağlayamadığını belirlemiştir. Bu durum dişlilerin iki boyutlu tasarımında ek işlemlere gereksinim duyulmasına yol açtığı belirtilmiştir. Bu problemi çözebilmek için kavrama doğrusu eşitliklerini kullanılmış ve diş başı değeri tam olarak elde edilebilmiştir.

Muni ve Muthuveerappan (2009) asimetrik iç düz dişli çarkların tasarımlarını konvansiyonel ve direk tasarım metodu ile incelemişler ve çeşitli eşitlikler ortaya koymuşlardır. Asimetrik iç dişlilerin alt kesme ve uç girişi açısından sınırlarını diyagramlar ile göstermişlerdir. Optimum mekanizmayı bulabilmek için farklı parametlerin gerilme üzerine etkisini sonlu elemanlar yöntemi ile incelemişlerdir. Asimetriden maksimum faydayı alabilmek için mümkün olan en küçük diş başı yüksekliğinde yüksek kavrama oranına sahip tarafın yüklenmesi gerektiğini belirtmişlerdir.

Kawalec ve Wictor (2004) iç dişli çarklarda oluşan gerilmeyi analitik bir yöntemle incelemişlerdir. Mevcut standartların yetersiz ve çok sayıda kabule bağlı olduğunu belirtip yeni bir metot önermişlerdir. Önerilen metodu ayrıca sonlu elemanlar metodu ile doğrulamışlardır. Gerilmenin en çok pinyon tipi kesici takımın uç radyüsüne ve diş

sayısına bağı olduğunu, maksimum gerilmenin yerinin ise yine pinyon tipi kesici takım uç radyüsüne ve iç dişlinin diş sayısına bağı olduğunu belirtmişlerdir.

Sanchez ve ark. (2016) iç dişli çark mekanizmalarında oluşan kontak ve diş dibi gerilmelerini hesaplamak için bir yük paylaşım modeli geliştirmişlerdir. Bunun için minimum elastik pontasiyel kriterini temel almışlardır. Önemli bir sonuç olarak kontak noktalarının diş başı yüksekliği hariç dişli parametrelerinden çok az etkilendiği ortaya konmuştur. Elde edilen gerilme değerleri, sonlu elemanlar analizi ile de doğrulanmıştır.

Andrews (1991) iç ve dış dişli çarkların diş dibinde oluşan eğilme gerilmelerini sonlu elemanlar yöntemi ile incelemişlerdir. Analizde sınır ve mesh koşullarının değişiminin etkileri belirlenmeye çalışılmıştır. Elde edilen sonuçlar fotoelastisite ile de doğrulanmıştır.

Chong ve ark. (1982) çalışmalarında rim kalınlığının iç dişlinin diş dibi gerilmesine etkisini araştırmışlardır. Bunun için fotoelastisite, sonlu elemanlar ve deneysel metod kullanmışlardır. Rim kalınlığı azaldıkça kritik noktanın yük altındaki dişin yanındaki dişe doğru kaydığı ve gerilmenin arttığı görülmüştür. Ayrıca farklı metotlardan elde edilen sonuçların birbiri ile uyumlu olduğu görülmüştür.

Oda ve ark. (1984) iç dişli rim kalınlığının iç dişlide oluşan diş dibi gerilmesine ve yorulma dayanımına etkilerini iki boyutlu sonlu elemanlar metodu kullanarak incelemişlerdir. Buna göre rim kalınlığı azaldıkça gerilmenin arttığı görülmüştür. Rim kalınlığının modülün 3 katından küçük olduğu durumlarda yorulma dayanımının düştüğü, diğer durumlarda çok az bir miktarda etkilendiği ortaya koyulmuştur. Çalışma ayrıca eğilme yorulma testi ile de doğrulanmıştır.

Oda ve Miyachika (1986) farklı diş sayısına ve profil kaydırma miktarına sahip iç dişli çarkların diş dibi gerilmelerini elastisite teorisi ile incelemişlerdir. Farklı yükleme koşullarında maksimum gerilmenin olduğu noktayı ve gerilme yığılma faktörünü belirlemişlerdir. Elde edilen sonuçlardan basit bir amprik ifade geliştirilmiştir. Elde edilen bu ifade ile sonlu elemanlar analizinden çıkan sonuçların uyumlu olduğu görülmüştür.

Litvin ve ark. (1994) çalışmalarında alt kesme olmaması için gerekli takım parametrelerini ortaya koymuşlardır. Farklı montaj şartlarında uç girişimi olmaması için limit durumları belirtmişlerdir. Bu ifadeleri grafik ve tablolara dökmüşlerdir. Buna göre seçilen takım ve iç dişli diş sayısının 32 ile 200 arasında, takım diş sayısının ise iç dişli diş sayısının 1,004 katının 9,162 eksiğinden küçük olması gerektiğini belirtmişlerdir.

Karpat ve ark. (2014) iç dişlilerin farklı rim kalınlıklarında ve şekillerindeki diş rijitliğine ve gerilmeye olan etkisini incelemişlerdir. Bunun için sonlu elemanlar metodunu kullanmışlardır. Elde edilen sonuçlara göre rim kalınlığı arttıkça rijitliğin ve gerilmenin düştüğü görülmüştür.

Karpat ve ark. (2015) iç dişlilerin matematiksel modelini çift koordinat dönüşümü ile incelemişlerdir. Matematiksel model bilgisayar programında yazılmış ve dişliyi oluşturan noktalar tasarım programına gönderilmiştir. Elde edilen iki boyutlu farklı rim kalınlığına, şekline ve diş dibi radyüsüne sahip iç dişliler sonlu elemanlar analizine tabi tutulmuştur. Sonuç olarak rim şeklinin gerilme üzerine önemli bir etkisi olduğu belirlenmiştir.

Yılmaz ve ark. (2017) pinyon takımla imal edilen iç dişlilerin matematiksel modellerini asimetric profil için oluşturmuşlardır. Bilgisayar programı vasıtasıyla iç dişlinin noktaları elde edilmiş ve iki boyutlu tasarım CATIA programında yapılmıştır. Oluşturulan asimetric evolvent ve asimetric trokoid iç dişli modelleri sonlu elemanlar analizine tabi tutulmuştur. Elde edilen sonuçlara göre asimetric trokoidin gerilme açısından daha iyi olduğu belirlenmiştir.

Ge ve Zhang (2008) yüksek hızda çalışan evolvent iç dişli çarklarda oluşan gerilme ve elastik deformasyonları sonlu elemanlar yöntemi ile incelemişlerdir. Rim kalınlığının azalması ile gerilme ve elastik deformasyon değerlerinin arttığı görülmüştür. Bunun yanı sıra en büyük gerilme değerinin olduğu noktanın diş bölgesinden rim bölgesine doğru kaydığı görülmüştür.

Savage ve ark. (1995) AGMA'nın gerilme için önerdiği formülü genişleterek evolvent iç dişli çarklar içinde kullanmışlardır. Önerilen modelde kuvvet istenilen yerden uygulanabilmektedir. Çalışmada kullanılan gerilme yığılma faktörü Dolan ve

Braghamer' in (1940) çalışmasında belirtilen gerilme yığılma faktörünün bir enterpolasyonu şeklinde verilmiştir.

Fetvacı (2010) çalışmasında pinyon tipi kesici takım ile imal edilen iç ve dış dişli çarklara ait eşitlikleri belirlemiş ve dişli kesici takım aşınmasını belirleyen imalat esnasındaki izafi hareketleri görselleştirmiştir. Takım ve iç dişlinin birbirlerine göre imalat esnasındaki konumu talaş kalınlığının belirlenmesinde kullanılabilecektir.

Li ve ark. (2015) bir dişli çifti arasında hareket esnasında çift temasın bulunduğu iç dişli çarkların tasarımını oluşturmuşlardır. Koordinat dönüşümü ve envelop teorisi ile bu tip iç dişli çarklara ait matematik model geliştirilmiştir. Çift temaslı iç dişli çarklarda yükleme kapasitesinin ve güç aktarma kabiliyetinin oldukça arttığı belirtilmiştir.

Feng (2013) diş sayıları arasındaki fark çok düşük olan iç dişli çark çiftinin yükleme kapasitelerini hesaplamışlardır. Bunun için önce hatasız olan dişlilerin geometrisi oluşturularak bir monteji modeli belirlenmiştir. Diş sayıları arasındaki farka göre temasta olan diş sayılarının değişimleri sunulmuştur.

Song ve Zhou (2012) çalışmasında pompalarda kullanılan iç dişli çarkların diş kökünün kinematik analize etkisini incelemiştir. Özellikle diş sayıları arasındaki farkın küçük olduğu durumda diş kökü bölgesinin incelenmesi önem kazanmaktadır. Çalışmada kullanılan iç dişli çark geometrisi çift koordinat dönüşümü ile elde edilmiştir.

Wei ve ark. (2013) diş sayıları arasındaki fark çok düşük olan iç dişli çarklarda oluşan eğilme gerilmesini sonlu elemanlar yöntemi ile incelemiştir. Matematiksel model Visual Basic kullanılarak oluşturulmuştur.

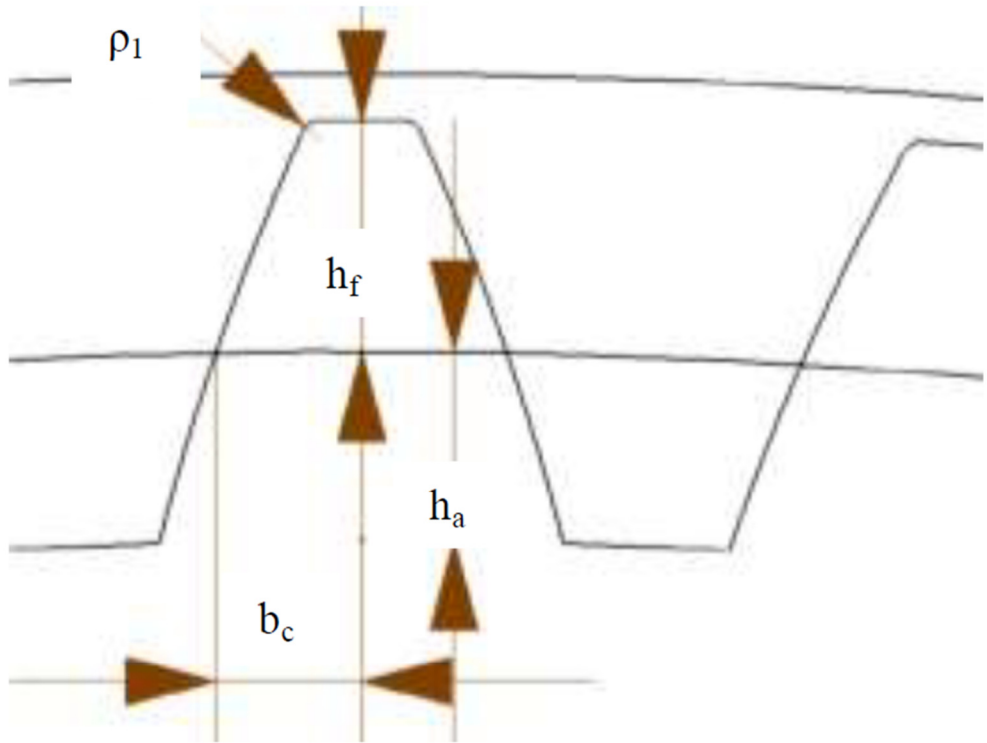
Tunalıoğlu (2011) tez çalışmasında iç dişli çarklardaki aşınma olayını nümerik ve deneysel olarak incelemiştir. Bunun için FZG tipi bir deney cihazı tasarlanıp imal edilmiştir. Farklı dişli parametreleri ve kaplama yöntemlerinin aşınma üzerine etkileri belirlenmiştir. Teorik ve deneysel sonuçların birbiri ile uyumlu olduğu görülmüştür.

Engin (2013) tez çalışmasında iç dişli çarkların tasarımını profesyonel bir çizim programı kullanarak yapmıştır. Farklı rim kalınlığına ve rim şekline sahip dişli çarkların rijitlik ve gerilme analizleri gerçekleştirilmiştir.

3. MATERYAL VE YÖNTEM

3.1. Evolvent İç Dişli Çarkların Geometrisi ve Boyutlandırılması

İç dişli çarkın temel büyüklükleri DIN 867' ye uygun olarak aşağıdaki formüllerle ifade edilmiştir. Esasen bu standart dış dişli çarkların büyüklüklerini vermekle beraber birkaç değişiklikle iç dişliler içinde kullanılabilir. Şekil 3.1' de iç dişli çarkın boyutları görülmektedir.



Şekil 3. 1. İç Dişli Çarkın Temel Boyutları

Taksimat;

$$b_c = \pi m / 4 \quad (3.1)$$

Diş başı yüksekliği;

$$h_a = m \quad (3.2)$$

Diş dibi yüksekliği;

$$h_t = 1.25m \quad (3.3)$$

Diş başı dairesi çapı;

$$d_a = d_0 - 2h_a \quad (3.4)$$

Diş dibi dairesi çapı;

$$d_f = d_0 + 2h_t \quad (3.5)$$

Taksimat dairesi çapı;

$$d_0 = m \times z \quad (3.6)$$

Temel dairesi çapı;

$$d_g = d_0 \cos \alpha_0 \quad (3.7)$$

Taksimat dairesi üzerindeki diş kalınlığı;

$$s_0 = \frac{t_0}{2} \quad (3.8)$$

Taksimat dairesi üzerindeki diş boşluğu;

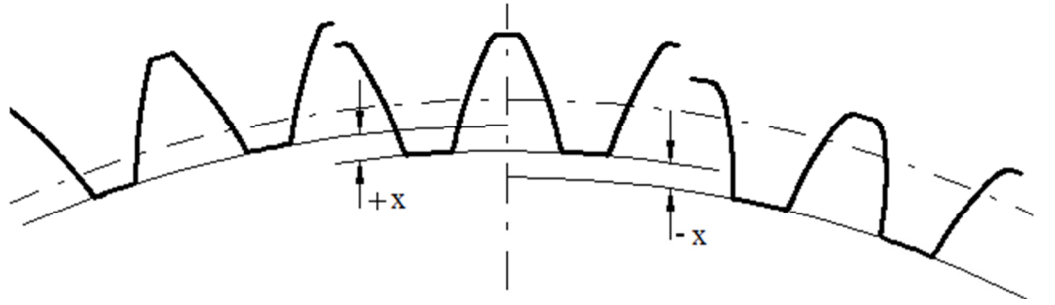
$$e_0 = \frac{t_0}{2} \quad (3.9)$$

İç Dişli çarkın herhangi bir dairesi üzerindeki diş kalınlığı;

$$s = d\left(\frac{\pi}{2Z} - ev\alpha_0 + ev\alpha\right) \quad (3.10)$$

3.2. Profili Kaydırılmış İç Dişli Çarkların Geometrisi ve Boyutlandırılması

İç dişli çarklarda da çeşitli amaçlar için dış dişlilerde olduğu gibi profil kaydırma yapılmaktadır. Pozitif profil kaydırmada diş dibi kalınlaşırken bir başı sivrileşmekte, negatif profil kaydırmada ise bu durum tam tersi bir hal almaktadır. Pozitif profil kaydırma mukavemeti artırırken, negatif profil kaydırma ise kavrama oranını artırarak daha sessiz çalışmayı sağlamaktadır. Burada 'x' profil kaydırma katsayısı olarak belirtilmektedir. Şekil 3.2' de profil kaydırmanın diş profili üzerindeki değişimi görülmektedir.



Şekil 3. 2. Profil kaydırılmış diş profilleri (Tunalıoğlu, 2011)

Diş başı dairesi çapı;

$$d_a = d_0 - 2h_a \pm 2mx \quad (3.11)$$

Diş dibi dairesi çapı;

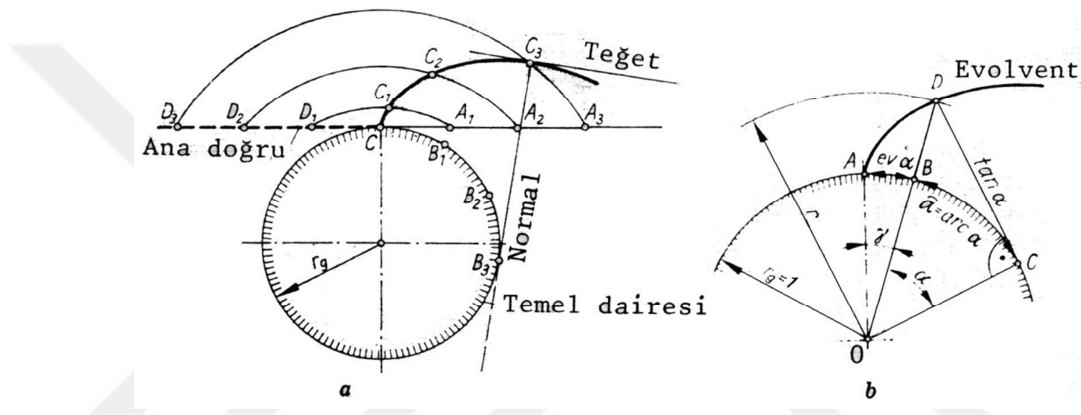
$$d_f = d_0 + 2h_t \pm 2mx \quad (3.12)$$

Dişli çarkın herhangi bir dairesi üzerindeki diş kalınlığı;

$$s = d(\frac{\pi}{2z} \pm 2xtan\alpha_0 + ev\alpha_0 - ev\alpha)$$

3.3. Evolvent İç Dişli Çarkların İmalatı

Evolverent profil, bir daire üzerinde kaymadan yuvarlanan bir doğruya ait noktanın geometrik yeridir. Şekil 3.3 te evolverent eğrisinin oluşumu yer almaktadır.



Şekil 3.3. Evolvent profilin oluşumu (Akkurt, 2000)

Sabit yarıçaplı bir daire üzerinde, kaymadan yuvarlanan bir doğrunun herhangi bir noktasının çizdiği eğriye evolvent eğrisi denir. Buradaki daire ve doğru ise temel daire (“g” indisi ile gösterilir) ve ana doğru olarak tanımlanmaktadır. Evolvent fonksiyonu, genellikle ev kısaltmasıyla gösterilir ve

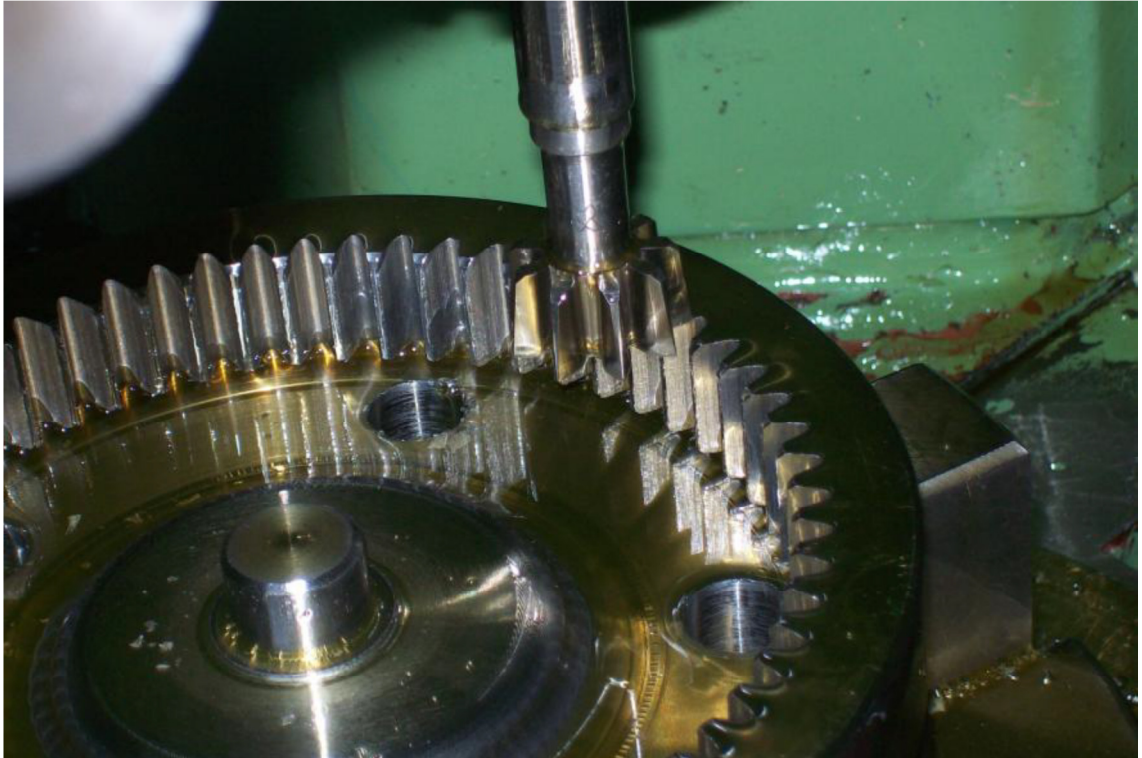
$$ev\alpha = \tan\alpha - \alpha \quad (3.14)$$

şeklinde tanımlanır. Evolvent fonksiyonunda geçen α dişli çarklarda kavrama açısıdır. Kavrama açısı olarak standartlaştırılmış açı değerleri $14,5^\circ$, 20° ve 25° 'dir. Yaygın olarak kullanılan açı değeri 20° 'dir. İngiliz ve Amerikan standartlarında $14,5^\circ$ ve 25° daha fazla tercih edilmektedir. Evolvent profilin sıklıkla kullanılmasının nedenleri;

- Hassas dişli çarkların kolaylıkla basit imalatına olanak verir.
- Aktarılabilen dönme momentini artırarak verimi artırır.

- Kavrama eğrisi bir doğru ve kavrama açısı sabit olduğundan diş yükü titresimsiz olarak etki eder. Hareket düzgünlüğünü ve ömrü artırır.
- Eksenler arasındaki mesafede küçük oynamalara toleranslıdır. Çevrim oranı etkilenmez.
- Yuvarlanma metodu ile verilen bir modül için tüm diş sayılarında dişliler imal edilebilir.

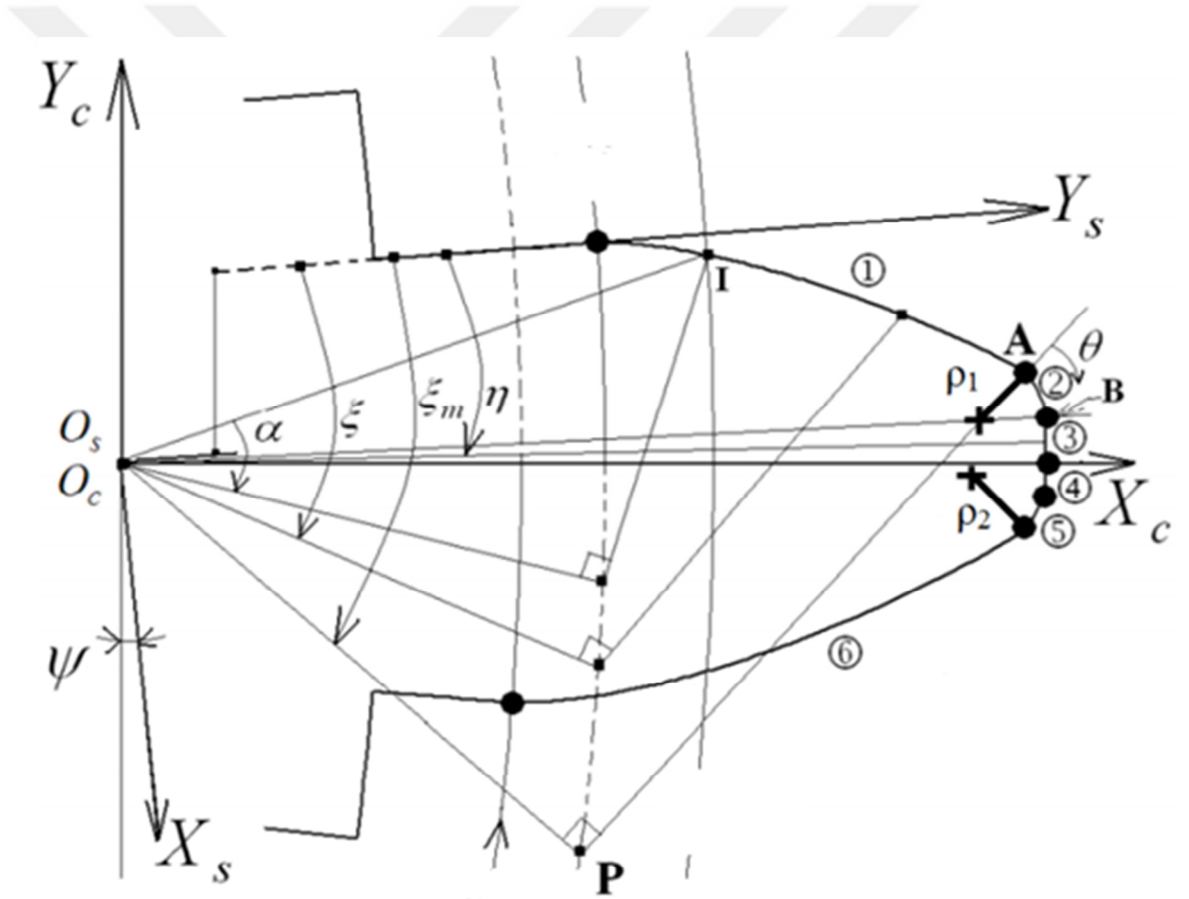
Dış dişli çarkların imalinde çeşitli yöntemler (MAAG, Fellow, Azdırma) kullanılmasına rağmen, iç dişli çarklar sadece Fellow(Pinyon tipi kesici takım ile imalat) yöntemi ile imal edilmektedir. Yöntemde geometrisi pinyon dişliye oldukça benzeyen bir takım kullanılmaktadır. İmalat esnasında takımın yaptığı yörünge esasen iç dişli çark mekanizmasının hareketi gibidir. Pinyon bıçak gerçekte, diş alınlarının yüzeyleri taşlanıp arka kısımları boşaltılarak kesici ağız haline getirilmiş bir dişlidir. Şekil 3.4’ te iç dişli çarka ait imalat prosesi gösterilmiştir.



Şekil 3.4. Pinyon tipi kesici takımla dişli imalatı(Tunalıoğlu, 2011)

3.4. Pinyon Tipi Kesici Takımın Matematiksel Modellemesi

Çalışmamızın bu bölümünde asimetrik iç dişli çarkların matematiksel olarak modellenmesi ele alınmıştır. Modellemede Tsay(2000) ve Fetvacı(2016) 'nın önerdiği Litvin(2004)'ün vektör mekaniğine dayalı yöntem kullanılmıştır. Buna göre ilk olarak iç dişli çarkı imal edecek olan pinyon tipi kesici takımın matematik modeli oluşturulmuş daha sonra diferansiyel geometri, koordinat dönüşümü ve dişli teorisi kullanılarak iç dişli çarka ait ifadeler türetilmiştir. Şekil 3.5' te pinyon tipi kesici takım geometrisi görülmektedir



Şekil 3. 5. Pinyon tipi kesici takım geometrisi(Fetvacı, 2016)

Asimetrik takım sağ ve sol tarafı farklı açılı olmak üzere genel olarak 6 bölümden oluşmaktadır. 1 ve 6. bölgeler evolvent iç dişli çarkın evolvent kısmını 2 ve 5. bölgeler evolvent iç dişli çarkın dış kökü bölgesini, 3 ve 4. bölgeler ise diş tabanını oluşturmaktadırlar. $S_c(X_c, Y_c)$ koordinat sistemi dişin simetri eksenine konumlandırılmıştır. $S_s(X_s, Y_s)$ ise referans koordinat eksenini tanımlanmıştır. Burada α kavrama açısı, ψ referans eksen ile takım eksenindeki açıdır. Asimetrik dişliler için burada α_1 ve α_6 kullanılacaktır. Benzer şekilde ψ_1 ve ψ_6 da takımın 1 ve 6. bölgeleri için farklı olacaktır.

Şekil 3.5' te gösterildiği üzere takımın 1 ve 6. bölgelerinin eşitlikleri esasen evolvent eğrisinine ait ifadeler olacaktır. Burada tanımlanan ξ evolvent parametresi $0 < \xi_{1,2} < \xi_m$ arasında değişmektedir.

1 ve 6 bölgesinin $S_c(X_c, Y_c)$ koordinat sistemindeki vektörel ifadesi aşağıda verilmiştir.

$$R_c^1 = \begin{bmatrix} r_{b1} \cos(\xi_1 - \psi_1) + r_{b1} \xi_1 \sin(\xi_1 - \psi_1) \\ -r_{b1} \sin(\xi_1 - \psi_1) + r_{b1} \xi_1 \cos(\xi_1 - \psi_1) \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

$$R_c^6 = \begin{bmatrix} r_{b6} \cos(\xi_6 - \psi_6) + r_{b6} \xi_6 \sin(\xi_1 - \psi_6) \\ r_{b6} \sin(\xi_6 - \psi_6) - r_{b6} \xi_6 \cos(\xi_1 - \psi_6) \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

Burada r_b kesici takımın temel dairesi çapıdır. ξ_m ise Eş. (3.3) te ifade edilmiştir.

Şekil 3.5' de gösterildiği üzere takımın 2 ve 5 bölgelerinde bulunan herhangi bir noktanın X ve Y koordinatına göre yerini θ_2 ve θ_5 parametreleri belirlemektedir. 2 bölgesindeki θ_2 parametresi $0 < \theta_2 < (\pi/2) - \arctan(\xi_m - (\rho_1/r_{b1}))$ aralığında değişim göstermektedir. 5 bölgesindeki θ_5 parametresi de benzer şekilde $0 < \theta_5 < (\pi/2) - \arctan(\xi_m - (\rho_2/r_{b6}))$ aralığında değişim gösterir. 6 bölgesinin Y eksenindeki yerini aşağıdaki ifade belirler.

2 ve 5 bölgesinin $S_c(X_c, Y_c)$ koordinat sistemindeki vektörel ifadesi aşağıda verilmiştir.

$$R_c^2 = \begin{bmatrix} (r_{b1} \cos(\xi_m - \psi_1) + r_{b1} \xi_m \sin(\xi_m - \psi_1)) \\ -\rho_1 \sin(\xi_m - \psi_1) + \rho_1 \cos(\theta_2 + \xi_m - \psi_1)) \\ (-r_{b1} \sin(\xi_m - \psi_1) + r_{b1} \xi_m \sin(\xi_m - \psi_1)) \\ -\rho_1 \sin(\xi_m - \psi_1) + \rho_1 \cos(\theta_2 + \xi_m - \psi_1)) \\ 1 \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

$$R_c^5 = \begin{bmatrix} (r_{b6} \cos(\xi_m - \psi_6) + r_{b6} \xi_m \sin(\xi_m - \psi_6)) \\ -\rho_2 \sin(\xi_m - \psi_6) + \rho_2 \cos(\theta_5 + \xi_m - \psi_6)) \\ (r_{b6} \sin(\xi_m - \psi_6) - r_{b6} \xi_m \sin(\xi_m - \psi_6)) \\ \rho_2 \sin(\xi_m - \psi_6) - \rho_2 \cos(\theta_5 + \xi_m - \psi_6)) \\ 1 \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

Şekil 3.5' te gösterildiği üzere takımın 3 ve 4. bölgelerindeki noktaların X ve Y koordinatına göre yerini η_3 ve η_4 parametreleri belirlemektedir. 3 bölgesindeki η_3 parametresi $\xi_m + \delta_3 - (\pi/2) \leq \eta_3 \leq (\pi/2z_c) + \tan(\alpha_1) - (\alpha_1)$ aralığında değişmektedir. 4 bölgesindeki η_4 parametresi $\xi_m + \delta_4 - (\pi/2) \leq \eta_4 \leq (\pi/2z_c) + \tan(\alpha_6) - (\alpha_6)$ aralığında değişmektedir. Burada yardımcı açı $\delta_{3,4}$ şu şekilde ifade edilmektedir.

$$\delta_{3,4} = \frac{\pi}{2} - \arctan(\xi_m - (\rho_{1,2} - r_{b1,6})) \quad (3.5)$$

3 ve 4 bölgesinin $S_c(X_c, Y_c)$ koordinat sistemindeki vektörel ifadesi aşağıda verilmiştir.

$$R_c^3 = \begin{bmatrix} r_a \cos(\eta_3 - \psi_1) \\ r_a \sin(\eta_3 - \psi_1) \\ 1 \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

$$R_c^4 = \begin{bmatrix} r_a \cos(\eta_4 - \psi_6) \\ -r_a \sin(\eta_4 - \psi_6) \\ 1 \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

$S_c(X_c, Y_c)$ koordinat sisteminde ifade edilen takım eğrilerinin birim normal vektörleri aşağıdaki gibi ifade edilir. Z_n ekseninin birim normal vektörü k_n olarak gösterilmiştir.

$$n_c^i = \frac{\frac{\partial R_c^i}{\partial l_i} x k_n}{\left| \frac{\partial R_c^i}{\partial l_i} x k_n \right|} \quad l = \xi, \theta, \eta \quad i = 1 \dots 6 \quad (3.8)$$

1 bölgesi için normal vektör ifadesinin bulunması için gerekli olan gradyan ifadesini çıkarmak için bölgenin X ve Y koordinatını trigonometrik dönüşüme tabi tutmak gerekir.

$$x_c^1 = r_{b1} (\cos(\xi_1 - \psi_1) + r_{b1} \xi_1 \sin(\xi_1 - \psi_1)) \quad (3.9)$$

$$x_c^1 = (r_{b1} \cos \xi_1 \cos \psi_1 - \sin \xi_1 \sin \psi_1) + (r_{b1} \xi_1 (\sin \xi_1 \cos \psi_1 - \cos \xi_1 \sin \psi_1)) \quad (3.10)$$

İfadenin gradyanını alırsak;

$$\frac{\partial x_c^1}{\partial \xi_1} = r_{b1} \xi_1 - \sin(\xi_1 + \psi_1) \quad (3.11)$$

$$y_c^1 = -r_{b1} \sin(\xi_1 - \psi_1) + r_{b1} \xi_1 \cos(\xi_1 - \psi_1) \quad (3.12)$$

$$y_c^1 = (-r_{b1} (\sin \xi_1 \cos \psi_1 - \cos \xi_1 \sin \psi_1)) + (r_{b1} \xi_1 (\cos \xi_1 \cos \psi_1 - \sin \xi_1 \sin \psi_1)) \quad (3.13)$$

İfadenin gradyanını alırsak;

$$\frac{\partial y_c^1}{\partial \xi_1} = r_{b1} \xi_1 - \cos(\xi_1 + \psi_1) \quad (3.14)$$

$$n_c^1 = \frac{\frac{\partial R_c^1}{\partial \xi_1} x k_n}{\left| \frac{\partial R_c^1}{\partial \xi_1} x k_n \right|} = \frac{\begin{bmatrix} i & j & k \\ \frac{\partial x_c^1}{\partial \xi_1} & \frac{\partial y_c^1}{\partial \xi_1} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}}{\left| \frac{\partial R_c^1}{\partial \xi_1} x k_n \right|} = r_{b1} \xi_1 \begin{bmatrix} -\sin(\xi_1 - \psi_1) \\ -\cos(\xi_1 - \psi_1) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.15)$$

$$n_c^1 = \begin{bmatrix} n_{cx}^1 \\ n_{cy}^1 \\ n_{cz}^1 \end{bmatrix} = r_{b1}\xi_1 \begin{bmatrix} \sin(\xi_1 - \psi_1) \\ -\cos(\xi_1 - \psi_1) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.16)$$

$$(3.17)$$

6. bölge için normal vektör;

$$n_c^6 = \frac{\frac{\partial R_c^6}{\partial \xi_6} x k_n}{\left| \frac{\partial R_c^6}{\partial \xi_6} x k_n \right|} = \frac{\begin{bmatrix} i & j & k \\ \frac{\partial x_c^6}{\partial \xi_6} & \frac{\partial y_c^6}{\partial \xi_6} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}}{\left| \frac{\partial R_c^6}{\partial \xi_6} x k_n \right|} = r_{b6}\xi_6 \begin{bmatrix} \sin(\xi_6 - \psi_6) \\ -\cos(\xi_6 - \psi_6) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.18)$$

$$n_c^6 = \begin{bmatrix} n_{cx}^6 \\ n_{cy}^6 \\ n_{cz}^6 \end{bmatrix} = r_{b6}\xi_6 \begin{bmatrix} \sin(\xi_6 - \psi_6) \\ -\cos(\xi_6 - \psi_6) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.19)$$

2 bölgesi için normal vektör ifadesinin bulunması için gerekli olan gradyan ifadesini çıkarmak için bölgenin X ve Y koordinatını trigonometrik dönüşüme tabi tutmak gerekir.

$$x_c^2 = (r_{b1} \cos(\xi_m - \psi_1) + r_{b1}\xi_m \sin(\xi_m - \psi_1) - \rho_1 \sin(\xi_m - \psi_1) + \rho_1 \cos(\theta_2 + \xi_m - \psi_1)) \quad (3.20)$$

$$x_c^2 = (-r_{b1} \sin(\xi_m - \psi_1) + r_{b1}\xi_m \sin(\xi_m - \psi_1) - \rho_1 \sin(\xi_m - \psi_1) + \rho_1 \cos(\theta_2 + \xi_m - \psi_1)) \quad (3.21)$$

İfadenin gradyanını alırsak;

$$\frac{\partial x_c^2}{\partial \theta_2} = \cos(-\theta_2 + \xi_m - \psi_1) \quad (3.22)$$

$$y_c^2 = -(r_{b1} \cos(\xi_m - \psi_1) + r_{b1}\xi_m \sin(\xi_m - \psi_1) - \rho_1 \sin(\xi_m - \psi_1) + \rho_1 \cos(\theta_2 + \xi_m - \psi_1)) \quad (3.23)$$

$$y_c^2 = (r_{b1} \cos(\xi_m - \psi_1) + r_{b1}\xi_m \sin(\xi_m - \psi_1) - \rho_1 \sin(\xi_m - \psi_1) + \rho_1 \cos(\theta_2) \cos(\xi_m - \psi_1) + \sin(\theta_2) \sin(\xi_m - \psi_1)) \quad (3.24)$$

İfadenin gradyanını alırsak;

$$\frac{\partial y_c^2}{\partial \theta_2} = \sin(\theta_2 + \xi_m - \psi_1) \quad (3.25)$$

2. bölge için normal vektör;

$$n_c^2 = \frac{\frac{\partial R_c^2}{\partial \theta_2} x k_n}{\left| \frac{\partial R_c^2}{\partial \theta_2} x k_n \right|} = \frac{\begin{bmatrix} i & j & k \\ \frac{\partial x_c^2}{\partial \theta_2} & \frac{\partial y_c^2}{\partial \theta_2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}}{\left| \frac{\partial R_c^2}{\partial \theta_2} x k_n \right|} = \begin{bmatrix} \cos(-\theta_2 + \xi_m - \psi_1) \\ \sin(\theta_2 + \xi_m - \psi_1) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.26)$$

$$n_c^2 = \begin{bmatrix} n_{cx}^2 \\ n_{cy}^2 \\ n_{cz}^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(-\theta_2 + \xi_m - \psi_1) \\ \sin(\theta_2 + \xi_m - \psi_1) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.27)$$

5. bölge için normal vektör;

$$n_c^5 = \frac{\frac{\partial R_c^5}{\partial \theta_5} x k_n}{\left| \frac{\partial R_c^5}{\partial \theta_5} x k_n \right|} = \frac{\begin{bmatrix} i & j & k \\ \frac{\partial x_c^5}{\partial \theta_5} & \frac{\partial y_c^5}{\partial \theta_5} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}}{\left| \frac{\partial R_c^5}{\partial \theta_5} x k_n \right|} = \begin{bmatrix} \cos(-\theta_5 + \xi_m - \psi_6) \\ -\sin(\theta_5 + \xi_m - \psi_6) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.28)$$

$$n_c^5 = \begin{bmatrix} n_{cx}^5 \\ n_{cy}^5 \\ n_{cz}^5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(-\theta_5 + \xi_m - \psi_6) \\ -\sin(\theta_5 + \xi_m - \psi_6) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.29)$$

3 bölgesine ait normal vektör ifadesinin bulunması için gerekli olan gradyan ifadesini çıkarmak için bölgenin X ve Y koordinatını trigonometrik dönüşüme tabi tutmak gerekir.

$$x_c^3 = r_a \cos(\eta_3 - \psi_1) \quad (3.30)$$

$$x_c^3 = r_a (\cos \eta_3 \cos \psi_1 - \sin \eta_3 \sin \psi_1) \quad (3.31)$$

İfadenin gradyanını alırsak;

$$\frac{\partial x_c^3}{\partial \eta_3} = r_a (-\sin \eta_3 \cos \psi_1 - \cos \eta_3 \sin \psi_1) \quad (3.32)$$

$$y_c^3 = r_a \sin(\eta_3 - \psi_1) \quad (3.33)$$

$$y_c^3 = (r_a \sin \eta_3 \cos \psi_1 - \cos \eta_3 \sin \psi_1) \quad (3.34)$$

İfadenin gradyanını alırsak;

$$\frac{\partial y_c^3}{\partial \eta_3} = (r_a \cos \eta_3 \cos \psi_1 + \sin \eta_3 \sin \psi_1) \quad (3.35)$$

3 bölge için normal vektör;

$$n_c^3 = \frac{\frac{\partial R_c^3}{\partial \eta_3} x k_n}{\left| \frac{\partial R_c^3}{\partial \eta_3} x k_n \right|} = \frac{\begin{bmatrix} i & j & k \\ \frac{\partial x_c^3}{\partial \eta_3} & \frac{\partial y_c^3}{\partial \eta_3} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}}{\left| \frac{\partial R_c^3}{\partial \eta_3} x k_n \right|} = \begin{bmatrix} -\sin(\eta_3 + \psi_1) \\ \cos(\eta_3 + \psi_1) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.36)$$

$$n_c^3 = \begin{bmatrix} n_{cx}^3 \\ n_{cy}^3 \\ n_{cz}^3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sin(\eta_3 + \psi_1) \\ \cos(\eta_3 + \psi_1) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.37)$$

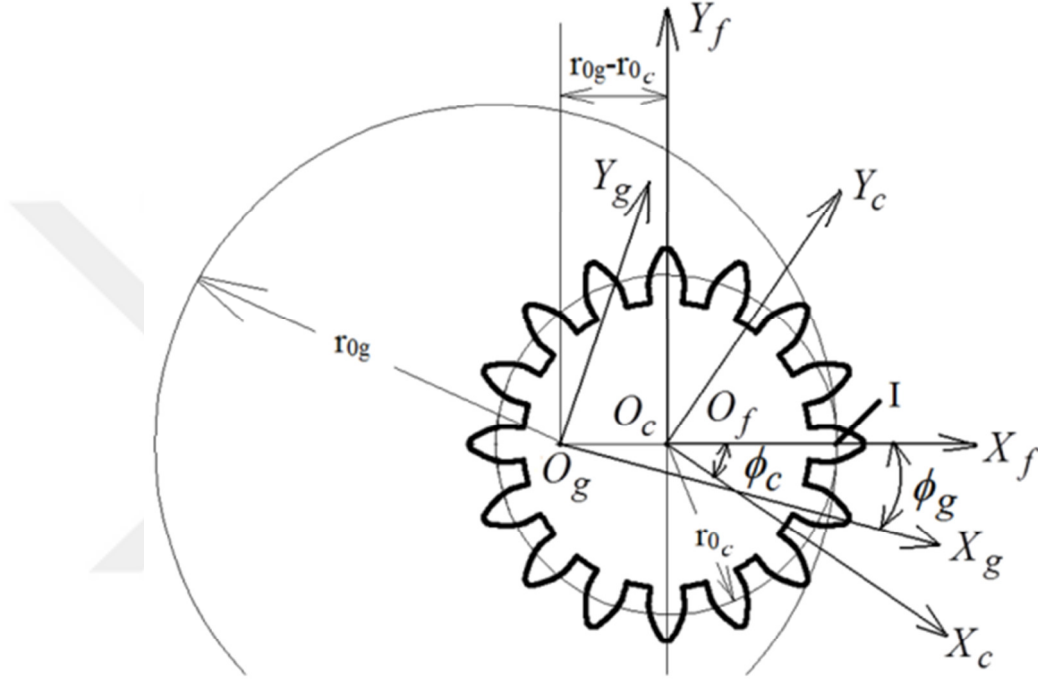
4 bölgesi için normal vektör;

$$n_c^4 = \frac{\frac{\partial R_c^4}{\partial \eta_4} x k_n}{\left| \frac{\partial R_c^4}{\partial \eta_4} x k_n \right|} = \frac{\begin{bmatrix} i & j & k \\ \frac{\partial x_c^4}{\partial \eta_4} & \frac{\partial y_c^4}{\partial \eta_4} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}}{\left| \frac{\partial R_c^4}{\partial \eta_4} x k_n \right|} = \begin{bmatrix} -\sin(\eta_4 + \psi_6) \\ -\cos(\eta_4 + \psi_6) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.38)$$

$$n_c^3 = \begin{bmatrix} n_{cx}^4 \\ n_{cy}^4 \\ n_{cz}^4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sin(\eta_4 + \psi_6) \\ -\cos(\eta_4 + \psi_6) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.39)$$

3.5. İç Dişli Çarkın Matematiksel Modellenmesi

Tasarlanan iç dişli çarkın matematik modelinin temelini bir önceki bölümde ifade edilen pinyon tipi kesici takımın vektörel ifadesi ve eş çalışma denkleminin bileşimi oluşturur. Pinyon tipi kesici takımın koordinat eksenleri ile iç dişli taslağının eksenleri arasındaki ilişki Şekil 3. 6' da gösterilmiştir.



Şekil 3. 6. İmalat esnasındaki ilişki (Fetvacı, 2016)

$S_c(X_c, Y_c)$ pinyon tipi kesici takımın koordinat sistemini, $S_g(X_g, Y_g)$ imal edilen dişlinin koordinat sistemini, $S_f(X_f, Y_f)$ sabit koordinat sistemini göstermektedir. İmalat esnasında taslak ϕ_g kadar döndüğünde pinyon tipi kesici takımda ϕ_c kadar döner. Bu durum iç dişli çark mekanizmasının çalışmasına benzer. İmalatın her anında pinyon tipi kesici takımın bir noktası iç dişli çark taslağı ile kontakta bulunmaktadır. Bu sebeple burada yapacağımız aynı noktayı iç dişli çarkın koordinat sisteminde belirlemek olacaktır.

İç dişli çark bölgelerinin geometrik yeri koordinat dönüşüm işlemi uygulanarak ifade edilir. İşlemlerde kolaylık olması açısından S_g den S_f' a koordinat dönüşümünü daha sonra da S_f den S_c e koordinat dönüşümünü inceleyeceğiz. Ardından bu matrisin tersini

olarak M_{gc} dönüşüm matrisine ulaşacağız. S_g den S_f koordinat dönüşüm matrisi aşağıda gösterilmiştir.

$$M_{fg} = \begin{bmatrix} \cos(x_f, x_g) & \cos(x_f, y_g) & \cos(x_f, z_g) & x_f^{og} \\ \cos(y_f, x_g) & \cos(y_f, y_g) & \cos(y_f, z_g) & y_f^{og} \\ \cos(z_f, x_g) & \cos(z_f, y_g) & \cos(z_f, z_g) & z_f^{og} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.40)$$

$$M_{fg} = \begin{bmatrix} \cos(\emptyset_g) & -\sin(\emptyset_g) & 0 & (r_{0g} - r_{0c}) \\ \sin(\emptyset_g) & \cos(\emptyset_g) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.41)$$

S_f den S_c e koordinat dönüşüm matrisi aşağıdaki gösterilmiştir.

$$M_{cf} = \begin{bmatrix} \cos(x_c, x_f) & \cos(x_c, y_f) & \cos(x_c, z_f) & x_n^{oh} \\ \cos(y_c, x_f) & \cos(y_c, y_f) & \cos(y_c, z_f) & y_n^{oh} \\ \cos(z_c, x_f) & \cos(z_c, y_f) & \cos(z_c, z_f) & z_n^{oh} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.42)$$

$$M_{cf} = \begin{bmatrix} \cos(\emptyset_c) & -\sin(\emptyset_c) & 0 & 0 \\ \sin(\emptyset_c) & \cos(\emptyset_c) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.43)$$

O halde S_g den S_c ' e olan dönüşüm matrisi aşağıdadır.

$$M_{cg} = \begin{bmatrix} \cos(\emptyset_g - \emptyset_c) & \sin(\emptyset_g - \emptyset_c) & 0 & (r_{0g} - r_{0c}) \\ -\sin(\emptyset_g - \emptyset_c) & \cos(\emptyset_g - \emptyset_c) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.44)$$

En son işlem olarak $[M_{cg}][M_{gc}]=I$ eşitliğinden M_{cg} 'nin ters matrisi olan M_{gc} matrisine ulaşılır.

$$M_{gc} = \begin{bmatrix} \cos(\phi_g - \phi_c) & -\sin(\phi_g - \phi_c) & 0 & (r_{og} - r_{oc})\cos(\phi_g) \\ \sin(\phi_g - \phi_c) & \cos(\phi_g - \phi_c) & 0 & (r_{og} - r_{oc})\sin(\phi_g) \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.45)$$

Aşağıdaki eşitliği kullanarak evolvent iç dişli çarkın bir dişine ait noktalar bulunabilir.

$$R_g^i = M_{gc}^i R_c^i \quad i = (1 - 6) \quad (3.46)$$

Dişli Ana Kanunu gereğince pinyon tipi kesici takım ile evolvent iç dişli çarkın temas noktalarının ortak normali ani dönme merkezinden geçmelidir. Ayrıca dişli çark ile kremayer arasındaki kayma hızı her an bu ortak noktanın ortak normaline diktir. Bu kanunun matematik ifadesi aşağıdaki gibi ifade edilir.

$$\frac{X_n^i - x_n^i}{n_{nx}^i} = \frac{Y_n^i - y_n^i}{n_{ny}^i} \quad (3.47)$$

X_c^i, Y_c^i S_c koordinat sisteminde takım-dişli ani dönme merkezi I-I üzerindeki bir noktanın koordinatlarını x_c^i, y_c^i kremayer tipi kesici takımın yüzey koordinatlarını n_{cx}^i, n_{cy}^i yüzey birim normali n_c^i nin bileşenlerini ifade eder. Tüm bölgeler için $X_c^1 = r_{oc}\cos\phi_c$ $Y_c^1 = r_{oc}\sin\phi_c$ olarak kabul edilmiştir. Eş. (3.46) ve Eş. (3.47) nin eş zamanlı çözülmesi ile pinyon tipi kesici takımın 6 bölgesinin imal ettiği iç dişli bölgeleri elde edilir.

1 bölgesi için eş çalışma denklemi aşağıdaki denklemlerle tayin edilir.

$$\frac{X_c^1 - x_c^1}{n_{cx}^1} = \frac{Y_c^1 - y_c^1}{n_{cy}^1} \quad (3.48)$$

$$\phi_{c1} = \frac{\pi}{4z_c} + \tan\alpha_1 - \xi_1 \quad (3.49)$$

6 bölgesi için eş çalışma denklemi aşağıdaki denklemlerle tayin edilir.

$$\frac{x_c^6 - x_c^6}{n_{c_x}^6} = \frac{y_c^6 - y_c^6}{n_{c_y}^6} \quad (3.50)$$

$$\emptyset_{c6} = -\frac{\pi}{4z_c} - \tan\alpha_1 + \xi_1 \quad (3.51)$$

2 bölgesi için eş çalışma denklemi aşağıdaki denklemlerle tayin edilir.

$$\frac{x_c^2 - x_c^2}{n_{c_x}^2} = \frac{y_c^2 - y_c^2}{n_{c_y}^2} \quad (3.52)$$

$$\emptyset_{c2} = \frac{\pi}{2} - \arctan\left(\frac{\left(\frac{r_{b1} \cos(\theta_2) - r_{b1} \xi_m \sin(\theta_2) + \rho_1 \sin(\theta_2)}{r_0}\right)}{\sqrt{(1 - (r_{b1} \cos(\theta_2) - r_{b1} \xi_m \sin(\theta_2) + \rho_2 \sin(\theta_2))^2)}} - \xi_m + \frac{\pi}{4z_c} + \tan\alpha_1 - \alpha_1 - \theta_2 \quad (3.53)$$

5 bölgesi için eş çalışma denklemi aşağıdaki denklemlerle tayin edilir.

$$\frac{x_c^5 - x_c^5}{n_{c_x}^5} = \frac{y_c^5 - y_c^5}{n_{c_y}^5} \quad (3.54)$$

$$\emptyset_{c5} = -\frac{\pi}{2} + \arctan\left(\frac{\left(\frac{r_{b6} \cos(\theta_5) - r_{b6} \xi_m \sin(\theta_5) + \rho_2 \sin(\theta_5)}{r_0}\right)}{\sqrt{(1 - (r_{b6} \cos(\theta_5) - r_{b6} \xi_m \sin(\theta_5) + \rho_2 \sin(\theta_5))^2}} + \xi_m - \frac{\pi}{4z_c} - \tan\alpha_6 + \alpha_6 + \theta_5 \quad (3.55)$$

3 bölgesi için eş çalışma denklemi aşağıdaki denklemlerle tayin edilir.

$$\frac{x_c^3 - x_c^3}{n_{c_x}^3} = \frac{y_c^3 - y_c^3}{n_{c_y}^3} \quad (3.56)$$

$$\emptyset_{c3} = \frac{\pi}{4z_c} + \tan\alpha_1 - \alpha_1 - \eta_3 \quad (3.57)$$

4 bölgesi için eş çalışma denklemi aşağıdaki denklemlerle tayin edilir.

$$\frac{x_c^4 - x_c^4}{n_{cx}^4} = \frac{y_c^4 - y_c^4}{n_{cy}^4} \quad (3.58)$$

$$\emptyset_{c4} = -\frac{\pi}{4z_c} - \tan\alpha_6 + \alpha_1 + \eta_4 \quad (3.59)$$

İmal edilen iç dişlinin tüm bölgelerinin denklemleri aşağıdaki gibi ifade edilir.

1 bölgesi;

$$R_g^1 = M_{gc} R_c^1 \quad (3.60)$$

$$\begin{aligned} x_g^1 &= r_{b1} \cos(\xi_1 - \psi_1) + r_{b1} \xi_1 \sin(\xi_1 - \psi_1) \cos(\emptyset_g - \emptyset_c) + -r_{b1} \sin(\xi_1 - \psi_1) + \\ &r_{b1} \xi_1 \cos(\xi_1 - \psi_1) - \sin(\emptyset_g - \emptyset_c) + (r_{0g} - r_{0c}) \cos(\emptyset_g) \end{aligned} \quad (3.61)$$

$$\begin{aligned} y_g^1 &= r_{b1} \cos(\xi_1 - \psi_1) + r_{b1} \xi_1 \sin(\xi_1 - \psi_1) \sin(\emptyset_g - \emptyset_c) + -r_{b1} \sin(\xi_1 - \psi_1) + \\ &r_{b1} \xi_1 \cos(\xi_1 - \psi_1) \cos(\emptyset_g - \emptyset_c) + (r_{0g} - r_{0c}) \sin(\emptyset_g) \end{aligned} \quad (3.62)$$

$$\emptyset_c = \frac{\pi}{4z_c} + \tan\alpha_1 - \xi_1 \quad (3.63)$$

6 bölgesi;

$$R_g^6 = M_{gc} R_c^6 \quad (3.64)$$

$$\begin{aligned} x_g^6 &= r_{b6} \cos(\xi_6 - \psi_6) + r_{b6} \xi_6 \sin(\xi_1 - \psi_6) \cos(\emptyset_g - \emptyset_c) + r_{b6} \sin(\xi_6 - \psi_6) - \\ &r_{b6} \xi_6 \cos(\xi_1 - \psi_6) - \sin(\emptyset_g - \emptyset_c) + (r_{0g} - r_{0c}) \cos(\emptyset_g) \end{aligned} \quad (3.65)$$

$$\begin{aligned} y_g^6 &= r_{b6} \cos(\xi_6 - \psi_6) + r_{b6} \xi_6 \sin(\xi_1 - \psi_6) \sin(\emptyset_g - \emptyset_c) + r_{b6} \sin(\xi_6 - \psi_6) - \\ &r_{b6} \xi_6 \cos(\xi_1 - \psi_6) + \cos(\emptyset_g - \emptyset_c) + (r_{0g} - r_{0c}) \sin(\emptyset_g) \end{aligned} \quad (3.66)$$

$$\emptyset_c = -\frac{\pi}{4z_c} - \tan\alpha_1 + \xi_1 \quad (3.67)$$

2 bölgesi;

$$R_g^2 = M_{gc} R_c^2 \quad (3.68)$$

$$\begin{aligned} x_g^2 = & (r_{b1} \cos(\xi_m - \psi_1) + r_{b1} \xi_m \sin(\xi_m - \psi_1) - \rho_1 \sin(\xi_m - \psi_1) + \rho_1 \cos(\theta_2 + \\ & \xi_m - \psi_1)) \cos(\emptyset_g - \emptyset_c) + (-r_{b1} \sin(\xi_m - \psi_1) + r_{b1} \xi_m \sin(\xi_m - \psi_1) - \\ & \rho_1 \sin(\xi_m - \psi_1) + \rho_1 \cos(\theta_2 + \xi_m - \psi_1)) \sin(\emptyset_g - \emptyset_c) + (r_{0g} - r_{0c}) \cos(\emptyset_g) \end{aligned} \quad (3.69)$$

$$\begin{aligned} y_g^2 = & (r_{b1} \cos(\xi_m - \psi_1) + r_{b1} \xi_m \sin(\xi_m - \psi_1) - \rho_1 \sin(\xi_m - \psi_1) + \rho_1 \cos(\theta_2 + \\ & \xi_m - \psi_1)) \sin(\emptyset_g - \emptyset_c) + (-r_{b1} \sin(\xi_m - \psi_1) + r_{b1} \xi_m \sin(\xi_m - \psi_1) - \\ & \rho_1 \sin(\xi_m - \psi_1) + \rho_1 \cos(\theta_2 + \xi_m - \psi_1)) \cos(\emptyset_g - \emptyset_c) + (r_{0g} - r_{0c}) \sin(\emptyset_g) \end{aligned} \quad (3.70)$$

$$\emptyset_c = \frac{\pi}{2} - \arctan\left(\frac{(r_{b1} \cos(\theta_2) - r_{b1} \xi_m \sin(\theta_2) + \rho_1 \sin(\theta_2))}{r_0}\right) - \xi_m + \frac{\pi}{4z_c} + \tan\alpha_1 - \alpha_1 - \theta_2 \quad (3.71)$$

5 bölgesi;

$$R_g^5 = M_{gc} R_c^5 \quad (3.72)$$

$$\begin{aligned} x_g^5 = & (r_{b6} \cos(\xi_m - \psi_6) + r_{b6} \xi_m \sin(\xi_m - \psi_6) - \rho_2 \sin(\xi_m - \psi_6) + \rho_2 \cos(\theta_5 + \\ & \xi_m - \psi_6)) \cos(\emptyset_g - \emptyset_c) + (-r_{b6} \sin(\xi_m - \psi_6) + r_{b6} \xi_m \sin(\xi_m - \psi_6) - \\ & \rho_2 \sin(\xi_m - \psi_6) + \rho_2 \cos(\theta_5 + \xi_m - \psi_6)) \sin(\emptyset_g - \emptyset_c) + (r_{0g} - r_{0c}) \cos(\emptyset_g) \end{aligned} \quad (3.73)$$

$$y_1^{df} = -(r_{b6} \cos(\xi_m - \psi_6) + r_{b6} \xi_m \sin(\xi_m - \psi_6) + \rho_2 \sin(\xi_m - \psi_6) + \rho_2 \cos(\theta_2 + \xi_m - \psi_6)) \sin(\emptyset_g - \emptyset_c) + (r_{b6} \sin(\xi_m - \psi_6) + r_{b6} \xi_m \sin(\xi_m - \psi_6) + \rho_2 \sin(\xi_m - \psi_6) + \rho_2 \cos(\theta_5 + \xi_m - \psi_6)) \cos(\emptyset_g - \emptyset_c) + (r_{0g} - r_{0c}) \sin(\emptyset_g) \quad (3.74)$$

$$\emptyset_c - \frac{\pi}{2} + \arctan\left(\frac{(r_{b6} \cos(\theta_2) - r_{b6} \xi_m \sin(\theta_2) + \rho_2 \sin(\theta_5))}{r_0}\right) + \xi_m - \frac{\pi}{4z_c} - \tan\alpha_6 + \alpha_6 + \theta_5 \quad (3.75)$$

3 bölgesi;

$$R_g^3 = M_{gc} R_c^3 \quad (3.76)$$

$$x_g^3 = r_a \cos(\eta_3 - \psi_1) \cos(\emptyset_g - \emptyset_c) - r_a \sin(\eta_3 - \psi_1) \sin(\emptyset_g - \emptyset_c) + (r_{0g} - r_{0c}) \cos(\emptyset_g) \quad (3.77)$$

$$y_1^{eg} = r_a \cos(\eta_3 - \psi_1) \sin(\emptyset_g - \emptyset_c) + r_a \sin(\eta_3 - \psi_1) \cos(\emptyset_g - \emptyset_c) + (r_{0g} - r_{0c}) \sin(\emptyset_g) \quad (3.78)$$

$$\emptyset_c = \frac{\pi}{4z_c} + \tan\alpha_1 - \alpha_1 - \eta_3 \quad (3.78)$$

4 bölgesi;

$$R_g^4 = M_{gc} R_c^4 \quad (3.79)$$

$$x_1^{fh} = r_a \cos(\eta_4 - \psi_6) \cos(\emptyset_g - \emptyset_c) + r_a \sin(\eta_4 - \psi_6) \sin(\emptyset_g - \emptyset_c) \sin(\emptyset_g - \emptyset_c) + (r_{0g} - r_{0c}) \cos(\emptyset_g) \quad (3.80)$$

$$y_1^{fh} = r_a \cos(\eta_4 - \psi_6) \sin(\phi_g - \phi_c) - r_a \sin(\eta_4 - \psi_6) \cos(\phi_g - \phi_c) \sin(\phi_g - \phi_c) + (r_{0g} - r_{0c}) \sin(\phi_g) \quad (3.81)$$

$$\phi_c = -\frac{\pi}{4z_c} - \tan \alpha_6 + \alpha_1 + \eta_4 \quad (3.82)$$

Sonuç olarak Eş. (3.60) 'den Eş. (3.82) ye kadar olan denklemler MATLAB da modellenmiş ve elde edilen sonuçlar CATIA tasarım programının okuyabileceği bir formatta bu programa aktarılarak sonlu elemanlar analizi için gerekli dişli modelleri oluşturulmuştur.

3.6. MATLAB' da Sayısal Programlama

MATLAB, sayısal hesaplamalar ve çözümler yapan dördüncü nesil bir bilgisayar programıdır. MATLAB, İngilizce matris laboratuvarı (MATrix LABoratory) anlamına gelir. MATLAB, ilk olarak 1977 yılında FORTRAN dili ile matris hesaplamalarının kolay bir şekilde yapılması amacıyla geliştirilmiştir.

MATLAB'ın bize sağladığı avantajları maddeler halinde sıralayabiliriz.

- Modellenen matematik sisteminin optimizasyonunu yapmak
- Dinamik bir sistemin simülasyonunu yapmak
- 2 ve 3 boyutlu grafikler çizmek

Bu kısımda evolvent iç düz dişli çarka ait denklemler uygun bir formatta MATLAB programına aktarılmıştır. Bu vasıta ile iç dişli çarkın bir dişini oluşturan noktaların koordinatları .asc formatında elde edilmiştir.

Şekil 3.7' de MATLAB programının ve Şekil 3.8 ' de çıkış dosyasının bir görüntüsü yer almaktadır.

```

1 -   icdisli=fopen('icdisli2D.asc','wt');
2
3 -   M=3.18;
4 -   Z1=30; % Pinyon kesici diş sayısı
5 -   KAV=23; % Kavrama açısı
6 -   KAVD=KAV*pi/180;
7 -   TARAF1=KAVD;
8 -   R=M*Z1/2; % Taksimat yarıçapı pinyon
9 -   RT=R+M; % Diş başı yarıçapı pinyon
10 -  T=pi*M; % Taksimat
11 -  S=(T/2); % Taksimat yarısı
12 -  RB=R*cos(KAVD); % Temel daire yarıçapı pinyon
13 -  ROOT=R-1.25*M; % Diş dibi yarıçapı pinyon
14 -  DON=S*cos(KAVD)/(RB);
15 -  DONG=(0.5*DON+tan(KAVD)-KAVD);
16 -  ARF2=0.47*M;
17 -  ARF5=0.1*M;
18 -  RTOP=RT+0.25*M;
19 -  tas=0;
20 -  hf=1.25*M;
21 -  r=0.2*M;
22
23 -  BUL= sqrt((RTOP-ARF2)^2-RB^2)+ARF2;
24 -  BUL2=BUL/RB;
25 -  BUL3=atan(BUL2);
26 -  RTT=RB/cos(BUL3);

```

Şekil 3. 7. MATLAB tasarım programı

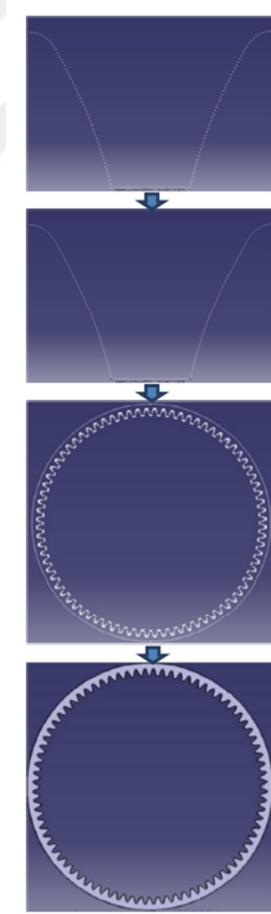
Dosya	Düzen	Biçim	Görünüm	Yardım
92.844452	-1.464383	0.000000		
93.012372	-1.525620	0.000000		
93.182769	-1.588898	0.000000		
93.355625	-1.654246	0.000000		
93.530921	-1.721696	0.000000		
93.708639	-1.791279	0.000000		
93.888759	-1.863025	0.000000		
94.071262	-1.936965	0.000000		
94.256128	-2.013130	0.000000		
94.443337	-2.091549	0.000000		
94.632870	-2.172253	0.000000		
94.824705	-2.255272	0.000000		
95.018822	-2.340636	0.000000		
95.215200	-2.428373	0.000000		
95.413818	-2.518515	0.000000		
95.614654	-2.611089	0.000000		
95.817686	-2.706125	0.000000		
96.022892	-2.803653	0.000000		
96.230250	-2.903700	0.000000		
96.439737	-3.006295	0.000000		
96.651331	-3.111467	0.000000		
96.865007	-3.219244	0.000000		
97.080744	-3.329655	0.000000		
97.298516	-3.442726	0.000000		
97.518301	-3.558486	0.000000		
97.740074	-3.676961	0.000000		
97.963811	-3.798181	0.000000		
98.189487	-3.922170	0.000000		
98.332566	-4.001674	0.000000		
98.537363	-4.132063	0.000000		
98.698074	-4.263346	0.000000		
98.831603	-4.400617	0.000000		
98.943650	-4.545311	0.000000		

Şekil 3. 8. Çıkış dosyası

3.7. CATIA Programında 2D&3D Tasarım

CATIA, 2D ve 3D tasarım konusunda özellikle karmaşık yüzeyli endüstriyel parçaların geometrisinin oluşturulmasında yaygın bir şekilde kullanılan bir bilgisayar programıdır.

Çalışmamızın bu kısmında MATLAB da geliştirilen programdan elden edilen çıkış dosyası CATIA programındaki “Digitized Shape Editor” modülüne aktarılmıştır. Bu çıkış dosyası iç dişli çarkın bir dişini oluşturan noktaları içermektedir. Uygun komutlarla noktalar birleştirilerek evolvent ve trokoid eğrileri elde edilmiş ve bir diş oluşturulmuştur. Elde edilen diş dişli merkezi etrafında döndürülerek çoğaltılmıştır. 2D tasarım “Generative Shape Design” modülünde gerçekleştirilmiştir. 3D tasarım ise ise “Part Design” modülünde gerçekleştirilmiştir. Şekil 3.9’ da tasarım süreçleri gösterilmiştir.

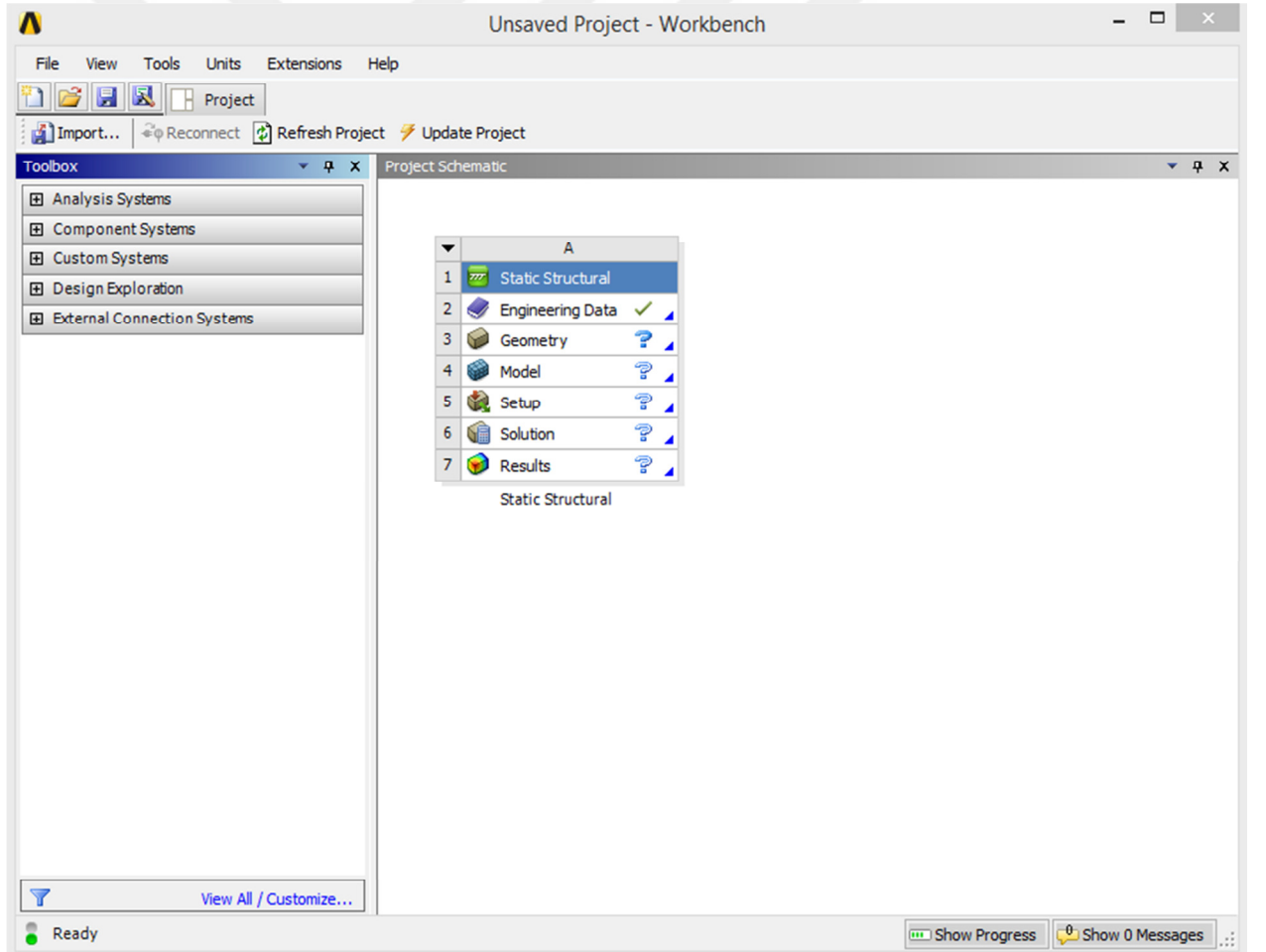


Şekil 3. 9. CATIA Programında İç Dişli Çark Tasarım Aşamaları

3.8. ANSYS Programında Eğilme Gerilmesi Analizi

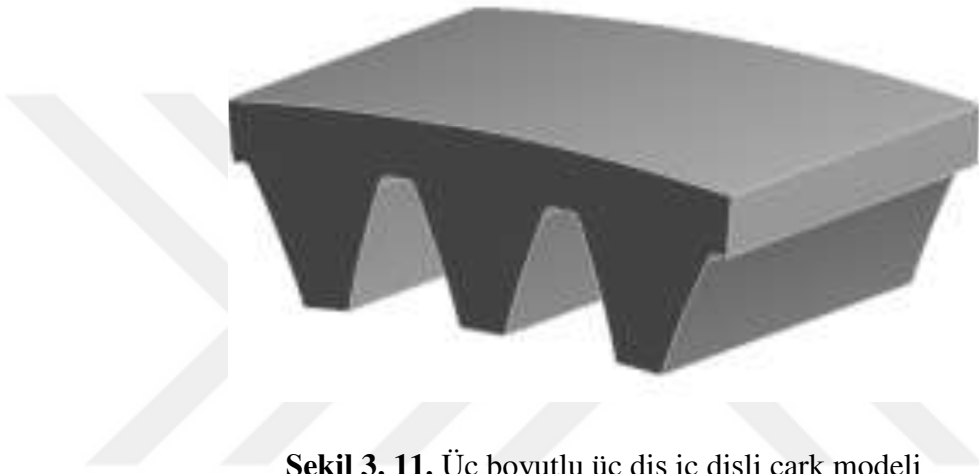
İç dişli çarklarda iki ana hasar mevcuttur. Bunlar, dış kökündeki eğilme gerilmeleri neticesi oluşan yorulma kırılması diğeri ise evolvent yanakta yüksek Hertz basınçları neticesinde oluşan dış yüzey aşınmalarıdır. Bu çalışmada iç dişli çarka ait parametrelerin eğilme gerilmesine etkisi incelenmiştir.

Çalışmamızın bu kısmında ANSYS Workbench ortamında “Static Structural” modülü kullanılmıştır. Analiz için gerekli olan geometri CATIA da oluşturulmuş ve ANSYS programına aktarılmıştır. Şekil 3.10’ da ANSYS program arayüzü görülmektedir.

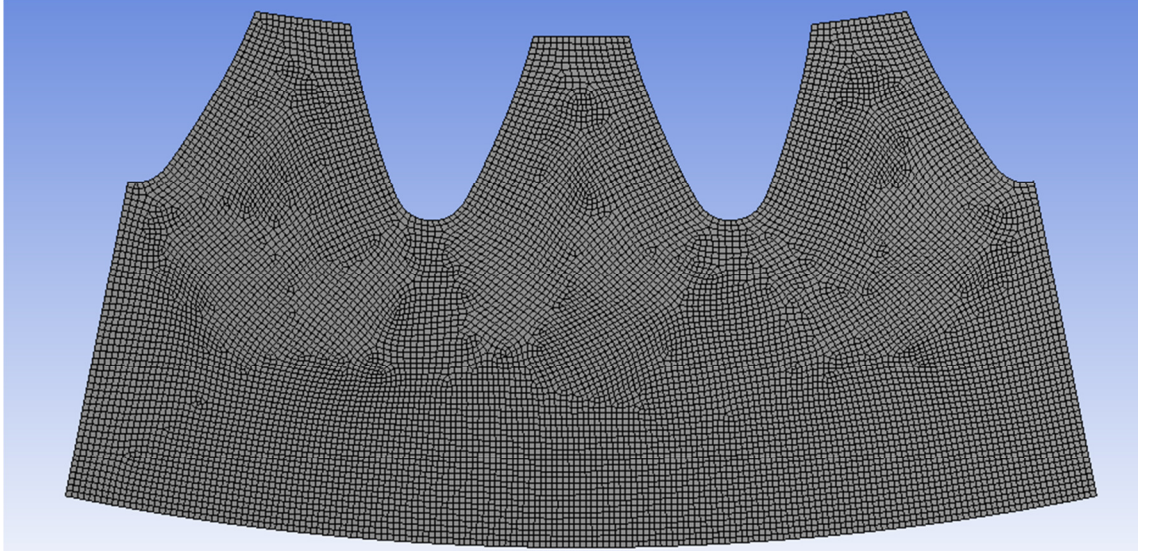


Şekil 3. 10. ANSYS Workbench arayüzü

İç dişli çarkların sonlu elemanlar analizinde literatürdeki örnekler incelendiğinde bütün dişli modeli yerine tek diş veya üç diş modellerinin kullanıldığı görülmüştür. Yapılan ön analizler neticesinde gerilmelerin yüklenen dişin yanındaki dişi de bir miktar etkilediği görülmüştür. Bu sebeple çalışmamızda üç diş modeli kullanılmıştır. Diş modeli olarak genellikle tek diş ve üç diş modellerinin literatürde çoğunlukla kullanıldığı incelenmiştir. Çalışmamızda üç diş modeli kullanılacaktır. Üç diş modelinde kuvvet etkisinin tek dişe göre daha gerçeğe yakın olduğu düşünülmüştür. Şekil 3.11’ de üç diş modelinin görüntüsü yer almaktadır.



Şekil 3. 11. Üç boyutlu üç diş iç dişli çark modeli

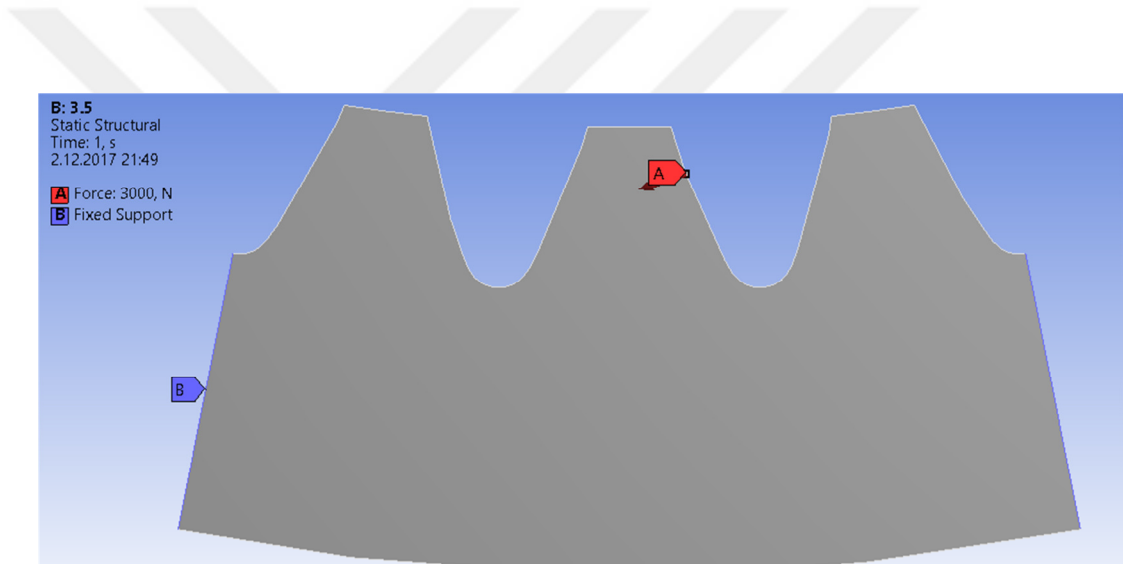


Şekil 3. 12. Diş mesh ağı yapısı

Şekil 3.19’ da dişli çarka örülen mesh ağı görülmektedir. Analizlerde Quadrilateral eleman tipi kullanılmış olup 6800 eleman sayısı ve 20000 node bulunmaktadır. Kullanılan eleman boyutu 0.2 olarak seçilmiştir.

Bu çalışmada iç düz dişli çarklar kullanıldığı için 3 boyutlu analize gerek duyulmamıştır. Yükün genişlik boyunca uniform olarak dağıldığı kabul edilmiştir.

Modelin ANSYS e aktarılmasından sonra bir sonraki adım, kuvvetin ve mesnetlerin yerleştirilmesidir. Şekil 3.13 ’de de görüldüğü gibi dış kuvveti dişin tam tepe noktasından uygulanmaktadır. Aynı şekilde mesnet yerleri mesh yapısı da görülmektedir.



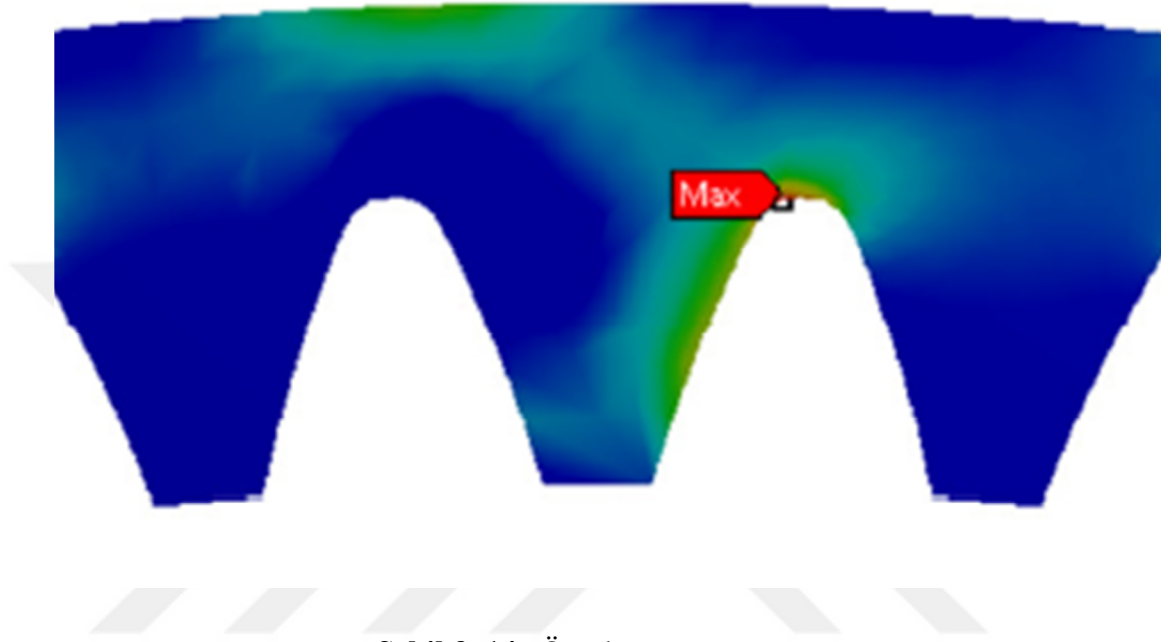
Şekil 3. 13. Diş kuvvet ve mesh ve mesnet bölgeleri

Kuvvet tekil noktadan 3000 N değerinde uygulanmış ve diş modelinin yan yüzeyleri ile dışı yüzeyi sabitlenmiştir. Üst Tekil noktanın geçtiği çap değeri aşağıdaki formül ile tespit edilmiştir.

$$d_{\text{ütek}} = \left(\sqrt{r_{b2}^2 + (((r_{b2} - r_{b1}) \tan(\alpha) + \sqrt{(r_{a1}^2 - r_{b1}^2)}) - (\pi m \cos(\alpha))))^2 \right) \quad (3.83)$$

Burada 2 indisi iç dişliyi 1 indisi ise pinyon dişliyi ifade etmektedir.

Sonuç olarak farklı parametreler için diş kökünde oluşan maksimum eğilme gerilemeleri bulunmuştur. Şekil 3.14 de sonuçlardan örnek görüntüler yer almaktadır.



Şekil 3. 14. Örnek sonuç görüntüsü

4. BULGULAR

4.1. Pinyon Tipi Kesici Takım Uç Radyüsünün ve Rim Kalınlığının Eğilme Gerilmesine Etkileri

Çalışmamızın bu bölümünde pinyon tipi kesici takım uç radyüsü ve rim kalınlığının iç dişli çarkların eğilme gerilmelerine etkileri incelenmiştir. Dişli çarkın kök bölgesinin bir tarafı kuvvet altında çekiye bir tarafı ise basıya zorlanır. Çalışmamızda her iki taraftaki değişimler dikkate alınmıştır.

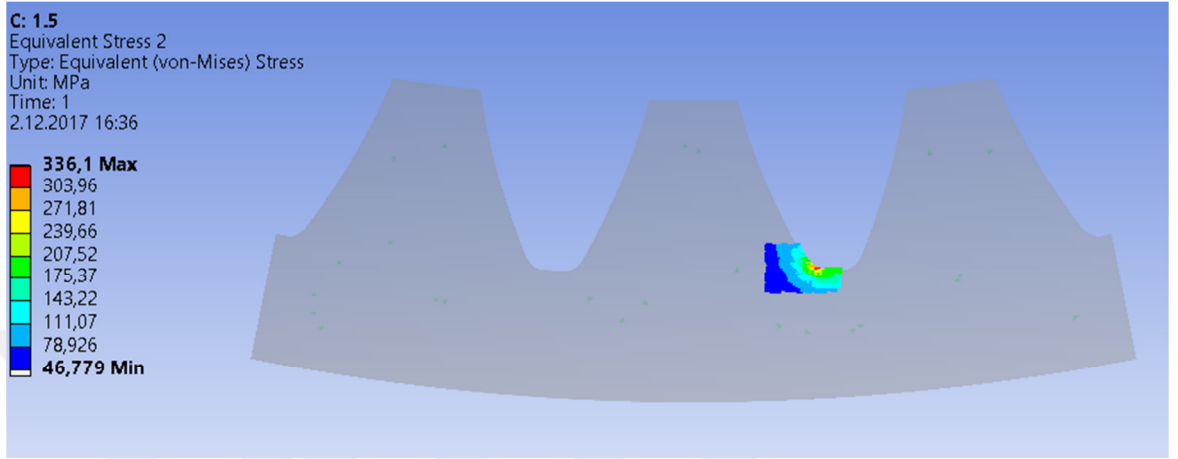
Çizelge 4.1’ de analizlerde kullanılan dişli çarkın özellikleri verilmiştir.

Çizelge 4. 1. Analizlerde kullanılan iç dişli parametreleri

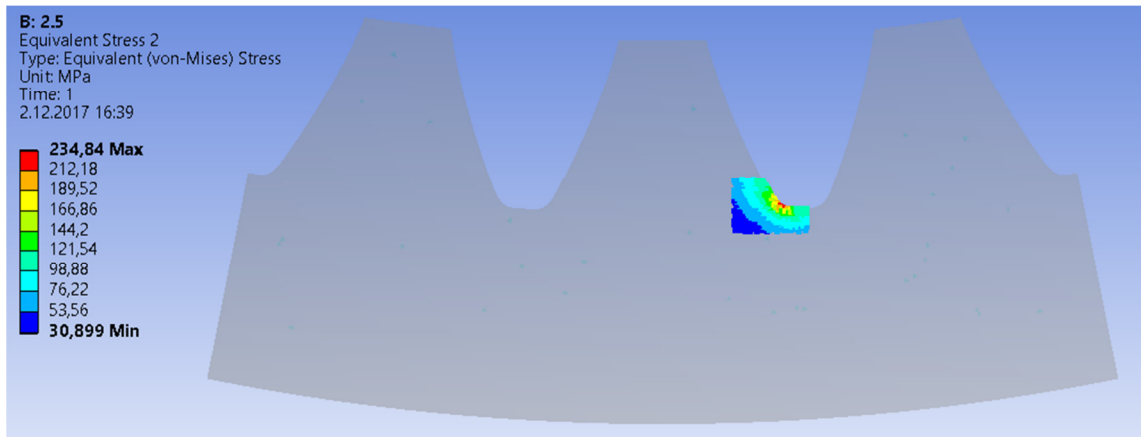
	<i>İç Dişli</i>	<i>Pinyon</i>
<i>Modül (mm)</i>	3,18	3,18
<i>Diş sayısı</i>	48	20
<i>Ön taraf(Yüklenen) kavrama açısı (°)</i>	20	20
<i>Arka taraf kavrama açısı (°)</i>	20	20
<i>Kesici takım uç radyüsü (×m)</i>	(0.1-0.1, 0.2-0.2, 0.3-0.3, 0.4-0.29,0.5-0.24	0.25-0.25
<i>Diş genişliği (mm)</i>	10	10
<i>Profil kaydırma miktarı(mm)</i>	0	0

Literatürde incelendiği üzere dişli çarkların yüklenen tarafını imal eden kesici takım uç radyüs değeri arttıkça gerilmeler düşmektedir. Ayrıca rim kalınlığının artması ile de gerilmelerin düştüğü görülmüştür.

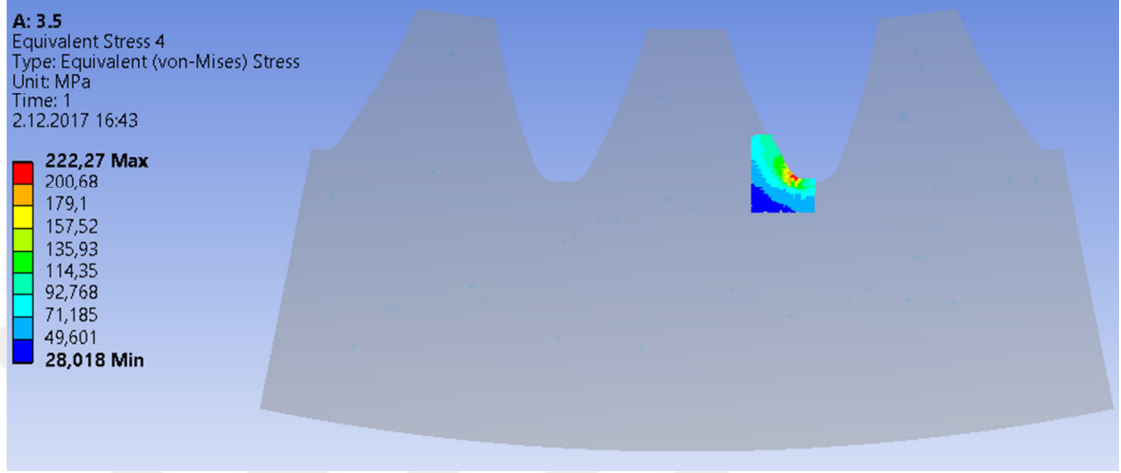
Aşağıdaki şekillerde (Şekil 4.1-4.40) çeşitli durumlar için eğilme gerilmesi değerleri görülmektedir.



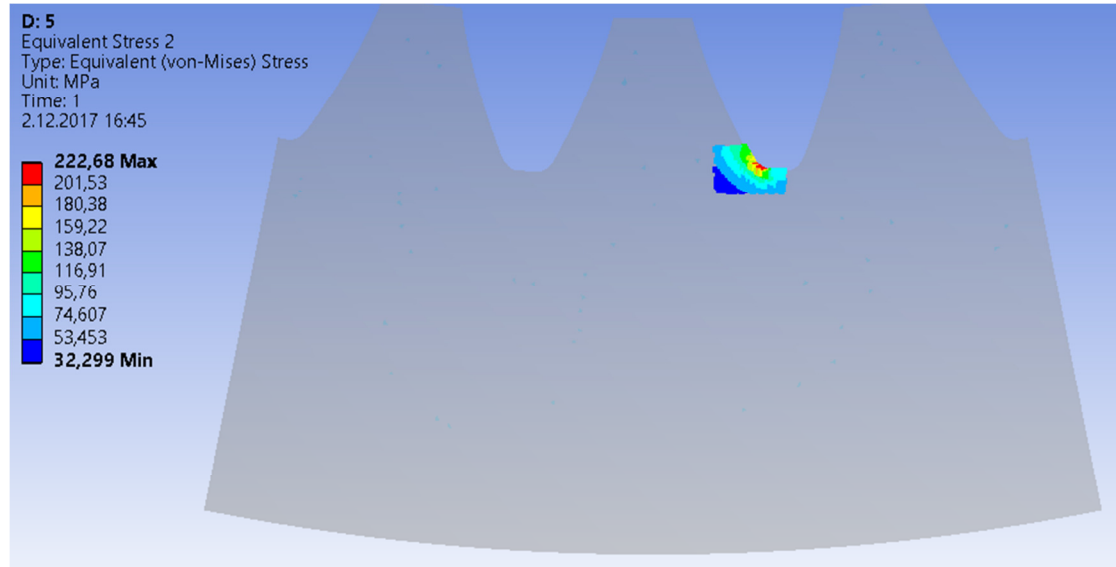
Şekil 4. 1. (0.1-0.1)×m uç radyüsüne sahip takım ile imal edilmiş rim kalınlığı 1.5×m olan iç dişli çarkın yükleme tarafındaki eğilme gerilmesi



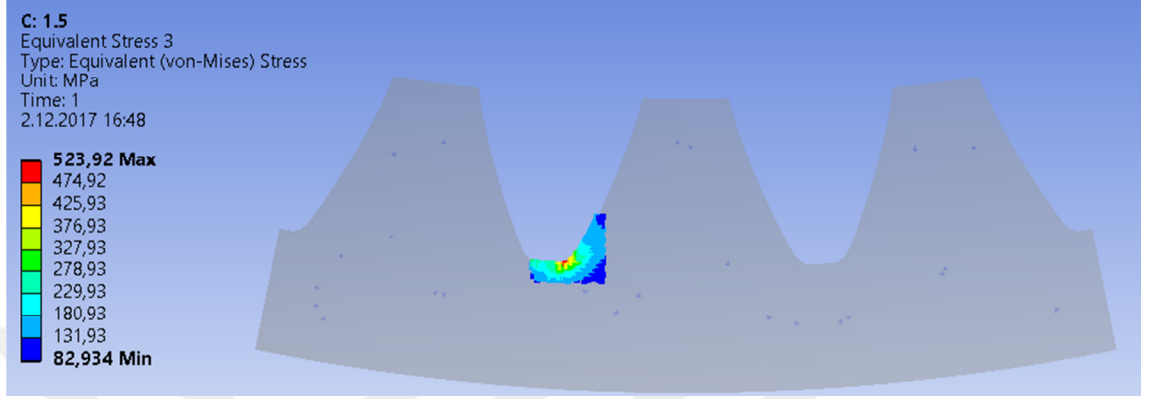
Şekil 4. 2. (0.1-0.1)×m uç radyüsüne sahip takım ile imal edilmiş rim kalınlığı 2.5×m olan iç dişli çarkın yükleme tarafındaki eğilme gerilmesi



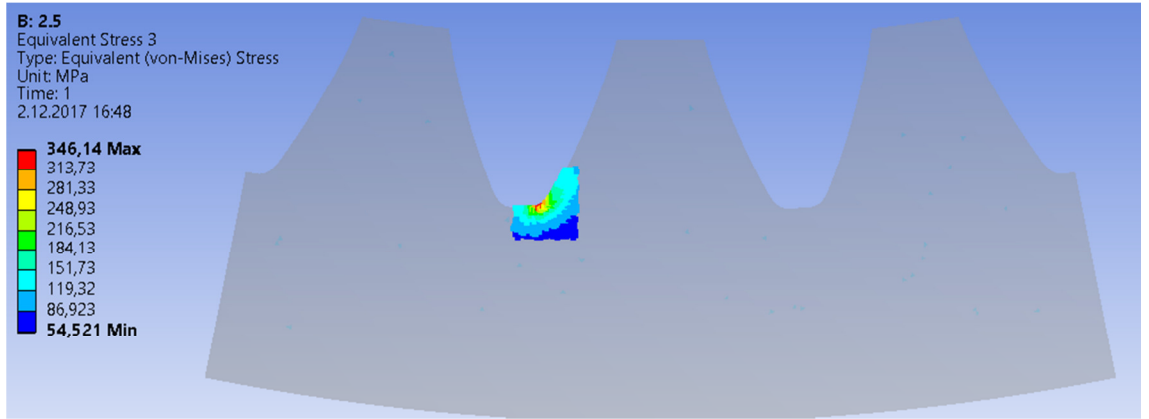
Şekil 4. 3. (0.1-0.1)×m uç radyüsüne sahip takım ile imal edilmiş rim kalınlığı 3.5×m olan iç dişli çarkın yükleme tarafındaki eğilme gerilmesi



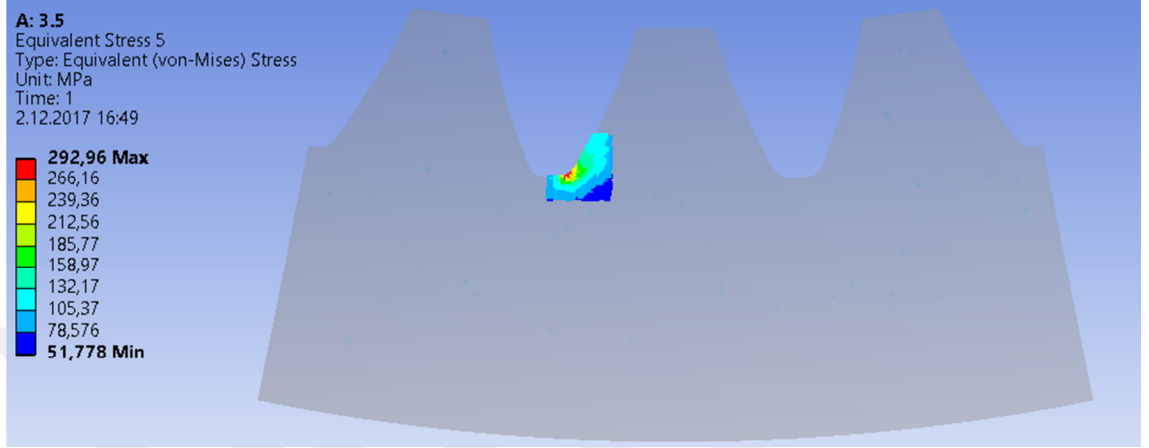
Şekil 4. 4. (0.1-0.1)×m uç radyüsüne sahip takım ile imal edilmiş rim kalınlığı 5×m olan iç dişli çarkın yükleme tarafındaki eğilme gerilmesi



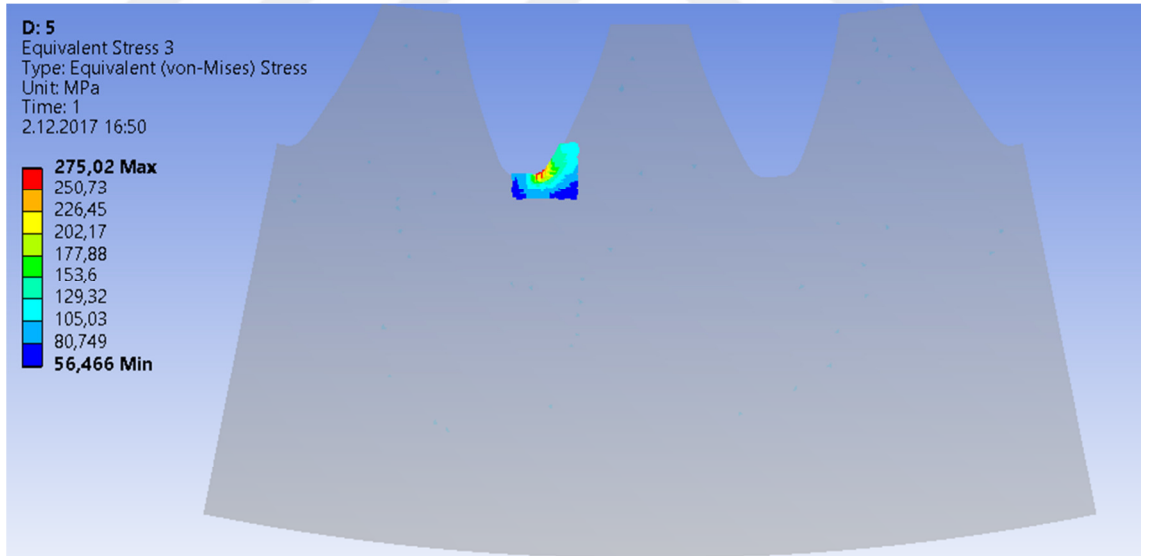
Şekil 4. 5. (0.1-0.1)×m uç radyüsüne sahip takım ile imal edilmiş rim kalınlığı 1.5×m olan iç dişli çarkın arka tarafındaki eğilme gerilmesi



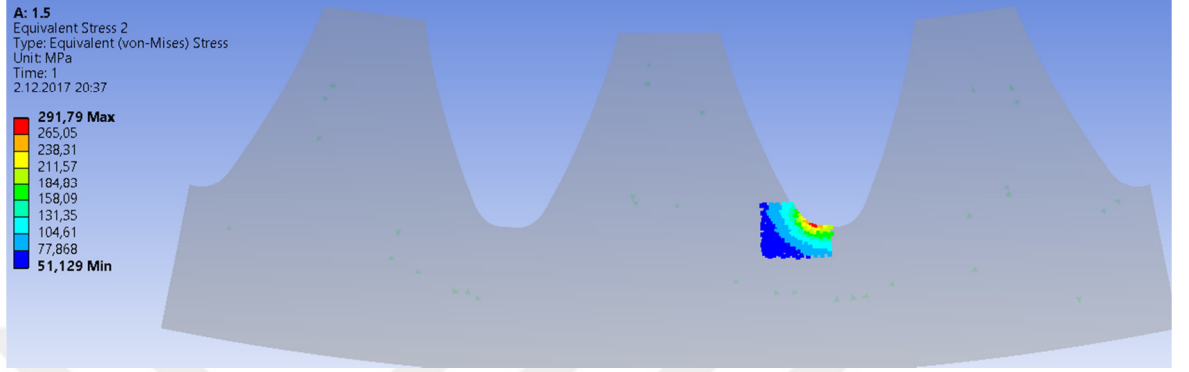
Şekil 4. 6. (0.1-0.1)×m uç radyüsüne sahip takım ile imal edilmiş rim kalınlığı 2.5×m olan iç dişli çarkın arka tarafındaki eğilme gerilmesi



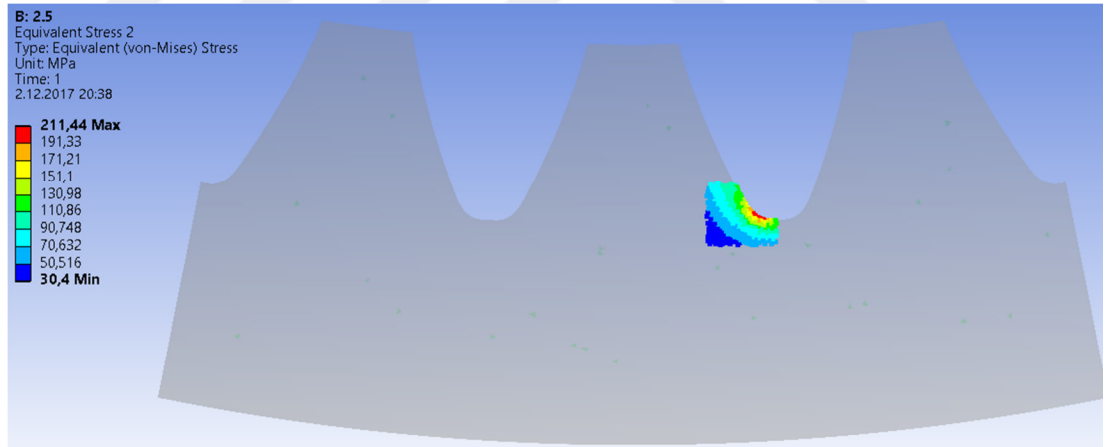
Şekil 4. 7. (0.1-0.1)×m uç radyüsüne sahip takım ile imal edilmiş rim kalınlığı 3.5×m olan iç dişli çarkın arka tarafındaki eğilme gerilmesi



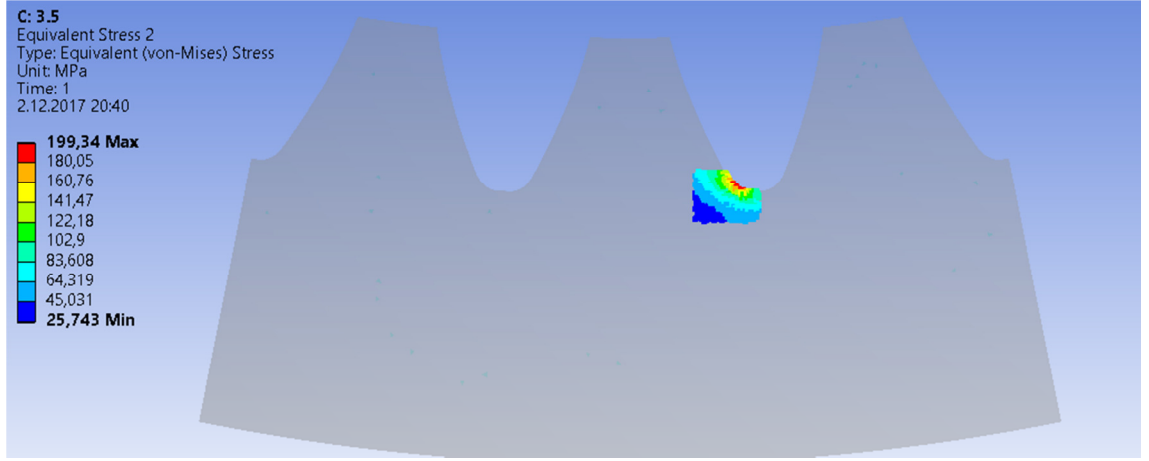
Şekil 4. 8. (0.1-0.1)×m uç radyüsüne sahip takım ile imal edilmiş rim kalınlığı 5×m olan iç dişli çarkın arka tarafındaki eğilme gerilmesi



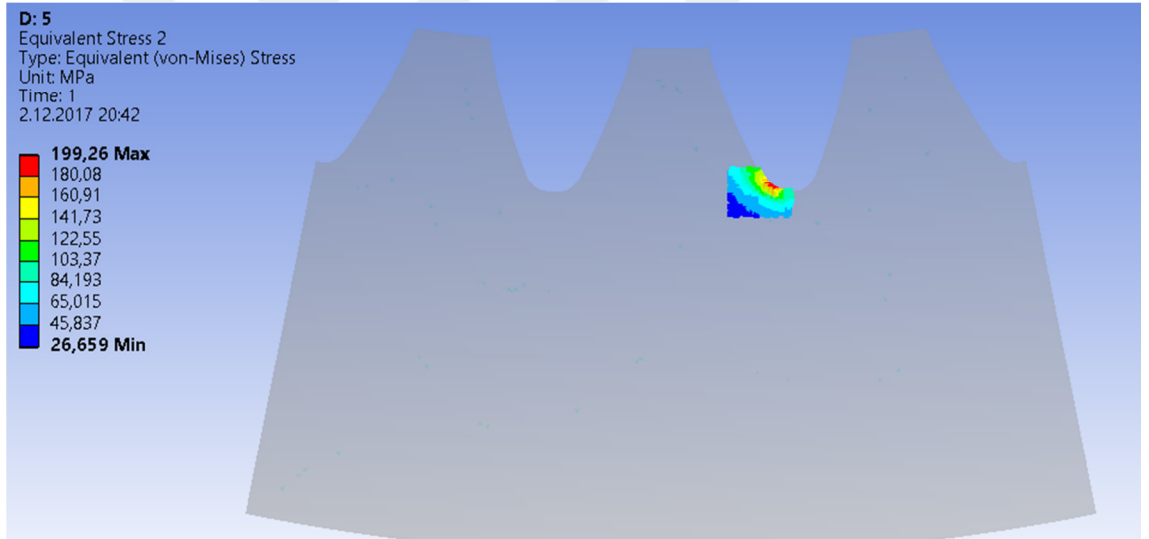
Şekil 4. 9. (0.2-0.2)×m uç radyüsüne sahip takım ile imal edilmiş rim kalınlığı 1.5×m olan iç dişli çarkın yükleme tarafındaki eğilme gerilmesi



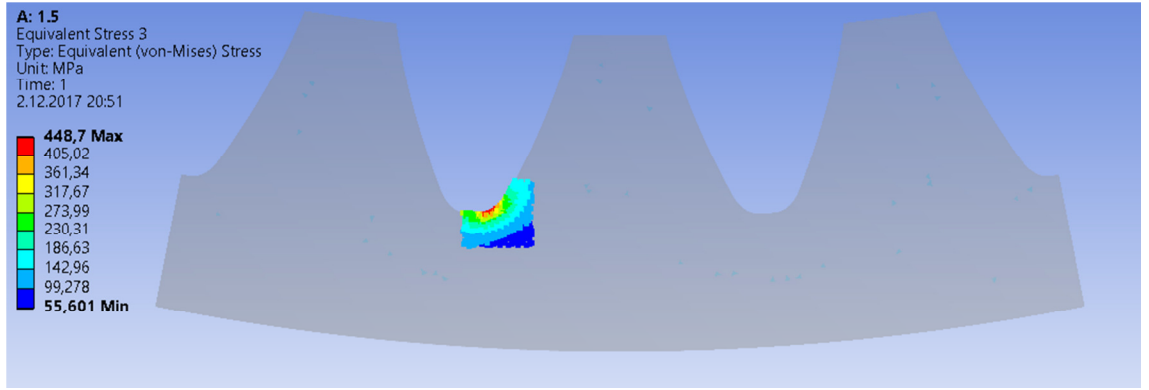
Şekil 4. 10. (0.2-0.2)×m uç radyüsüne sahip takım ile imal edilmiş rim kalınlığı 2.5×m olan iç dişli çarkın yükleme tarafındaki eğilme gerilmesi



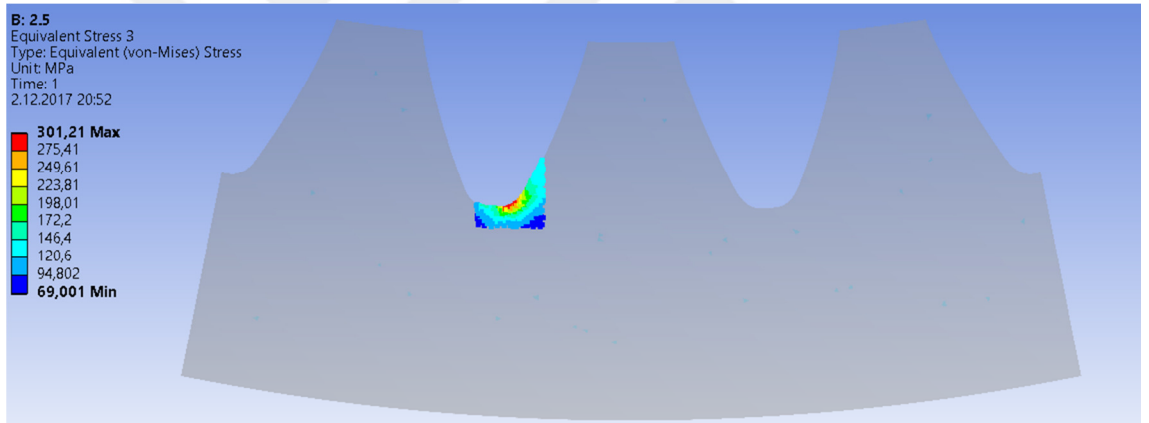
Şekil 4. 11. (0.2-0.2)×m uç radyüsüne sahip takım ile imal edilmiş rim kalınlığı 3.5×m olan iç dişli çarkın yükleme tarafındaki eğilme gerilmesi



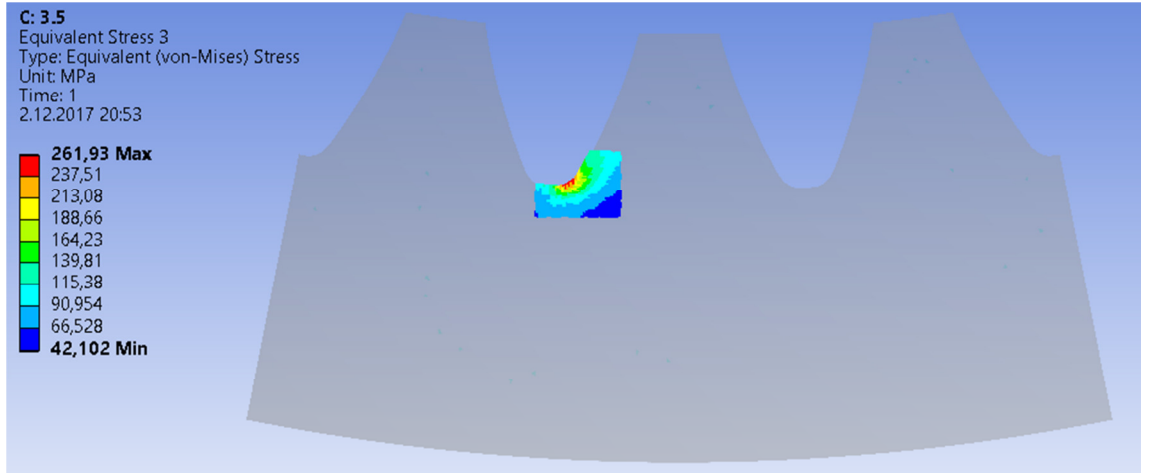
Şekil 4. 12. (0.2-0.2)×m uç radyüsüne sahip takım ile imal edilmiş rim kalınlığı 5×m olan iç dişli çarkın yükleme tarafındaki eğilme gerilmesi



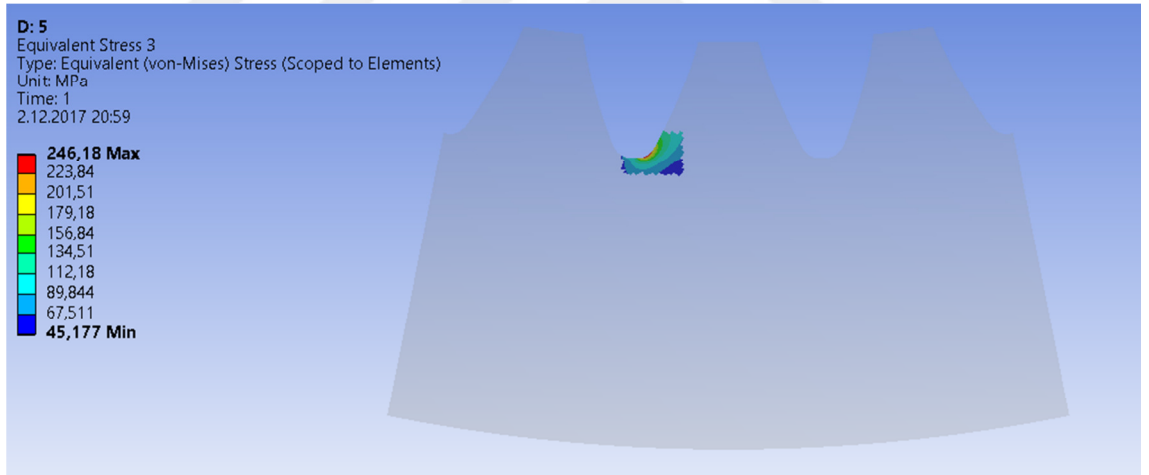
Şekil 4. 13. (0.2-0.2)×m uç radyüsüne sahip takım ile imal edilmiş rim kalınlığı 1.5×m olan iç dişli çarkın arka tarafındaki eğilme gerilmesi



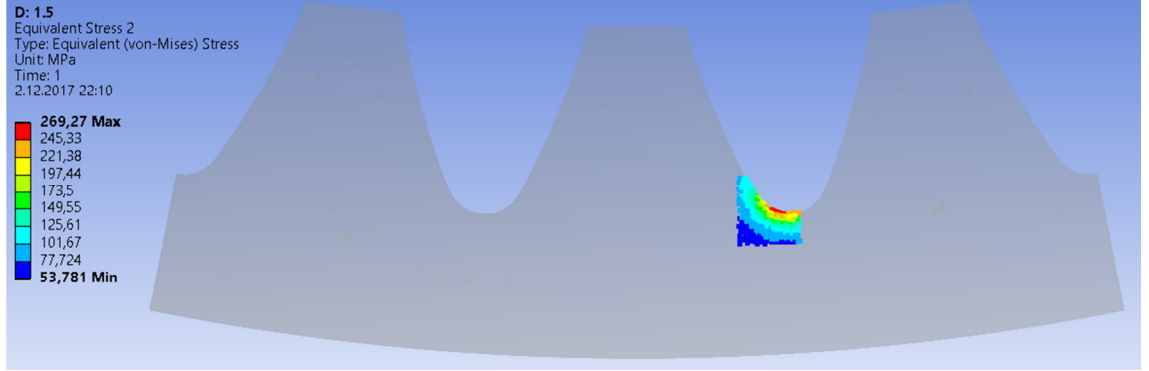
Şekil 4. 14. (0.2-0.2)×m uç radyüsüne sahip takım ile imal edilmiş rim kalınlığı 2.5×m olan iç dişli çarkın arka tarafındaki eğilme gerilmesi



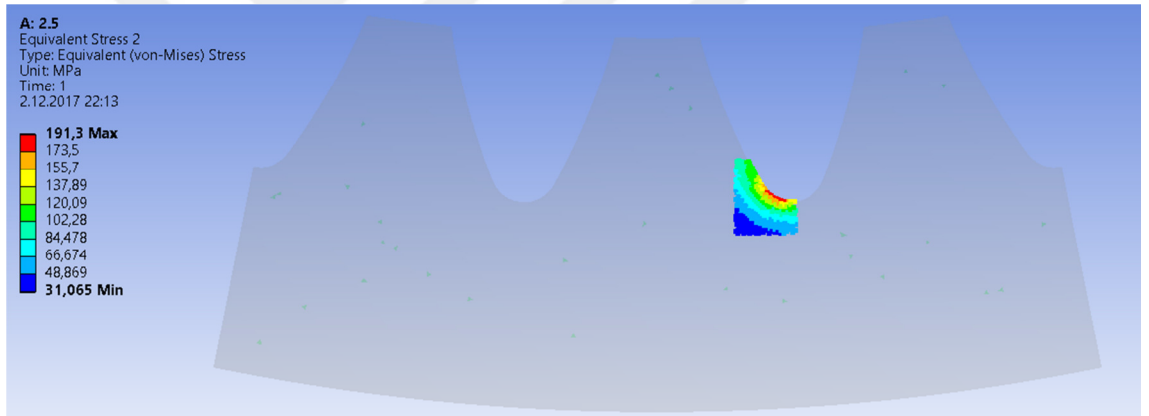
Şekil 4. 15. (0.2-0.2)×m uç radyüsüne sahip takım ile imal edilmiş rim kalınlığı 3.5×m olan iç dişli çarkın arka tarafındaki eğilme gerilmesi



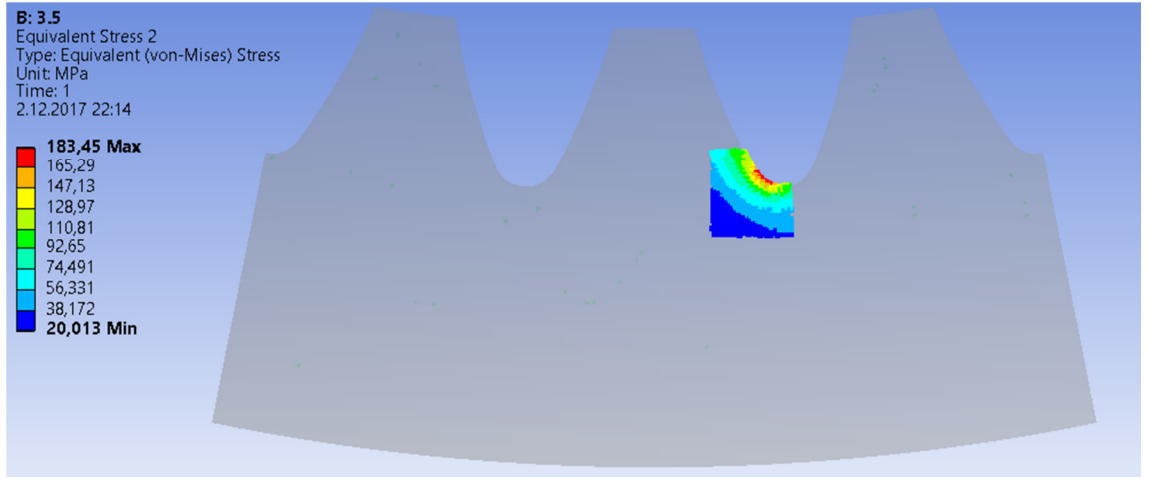
Şekil 4. 16. (0.2-0.2)×m uç radyüsüne sahip takım ile imal edilmiş rim kalınlığı 5×m olan iç dişli çarkın arka tarafındaki eğilme gerilmesi



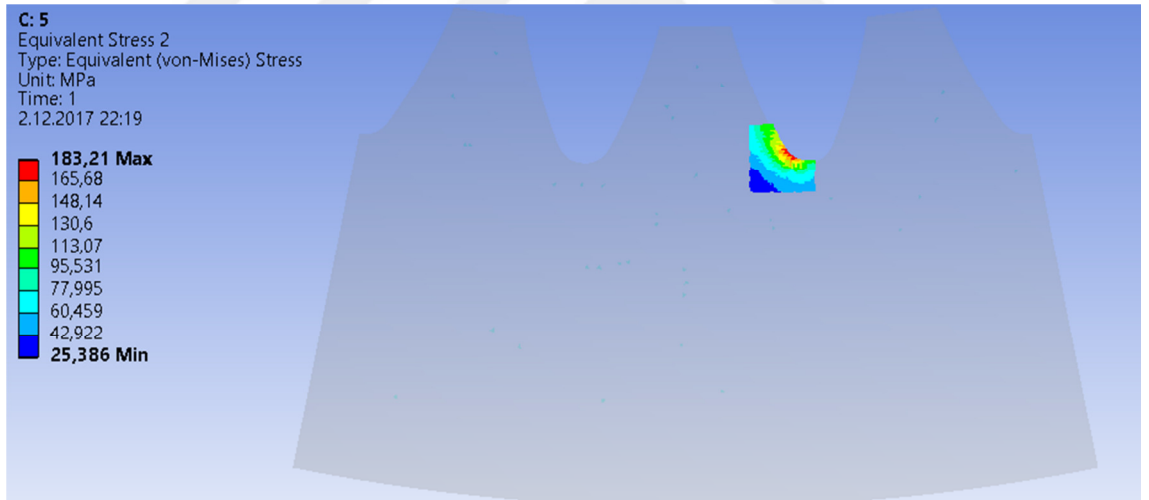
Şekil 4. 17. (0.3-0.3)×m uç radyüsüne sahip takım ile imal edilmiş rim kalınlığı 1.5×m olan iç dişli çarkın yüklenen tarafındaki eğilme gerilmesi



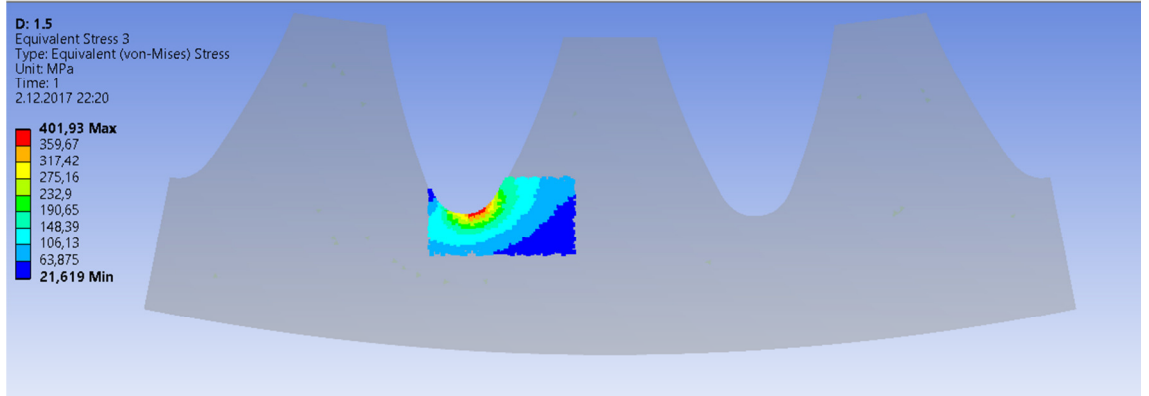
Şekil 4. 18. (0.3-0.3)×m uç radyüsüne sahip takım ile imal edilmiş rim kalınlığı 2.5×m olan iç dişli çarkın yüklenen tarafındaki eğilme gerilmesi



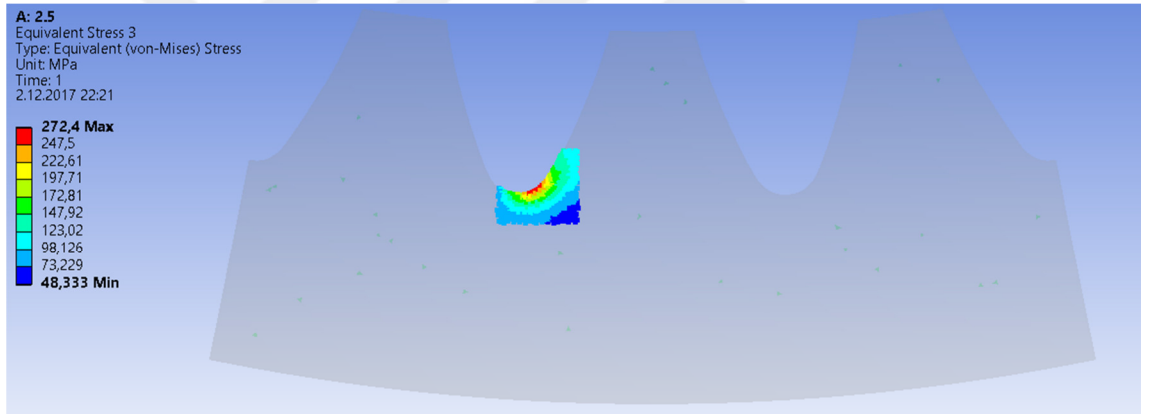
Şekil 4. 19. (0.3-0.3)×m uç radyüsüne sahip takım ile imal edilmiş rim kalınlığı 3.5×m olan iç dişli çarkın yüklenen tarafındaki eğilme gerilmesi



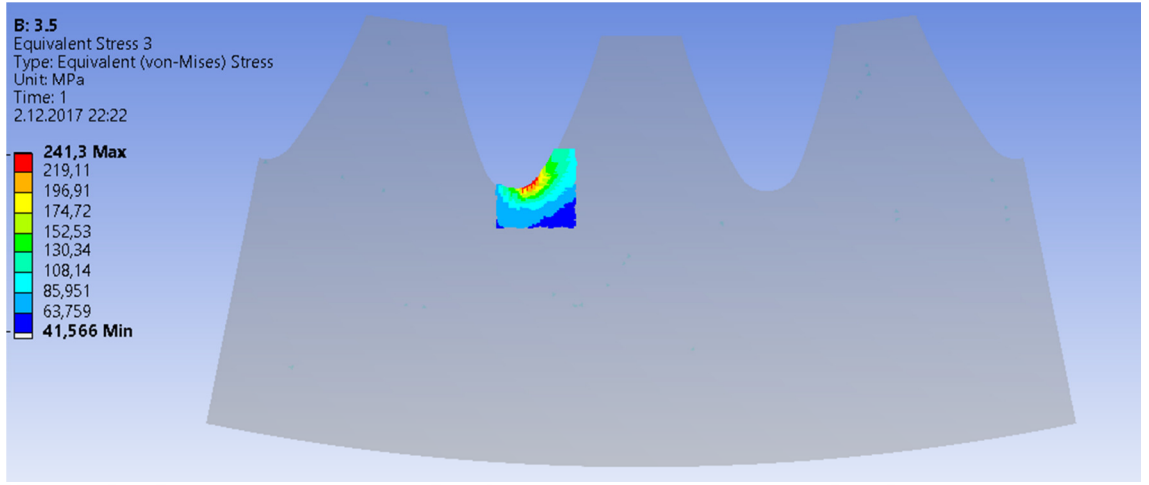
Şekil 4. 20. (0.3-0.3)×m uç radyüsüne sahip takım ile imal edilmiş rim kalınlığı 5×m olan iç dişli çarkın yüklenen tarafındaki eğilme gerilmesi



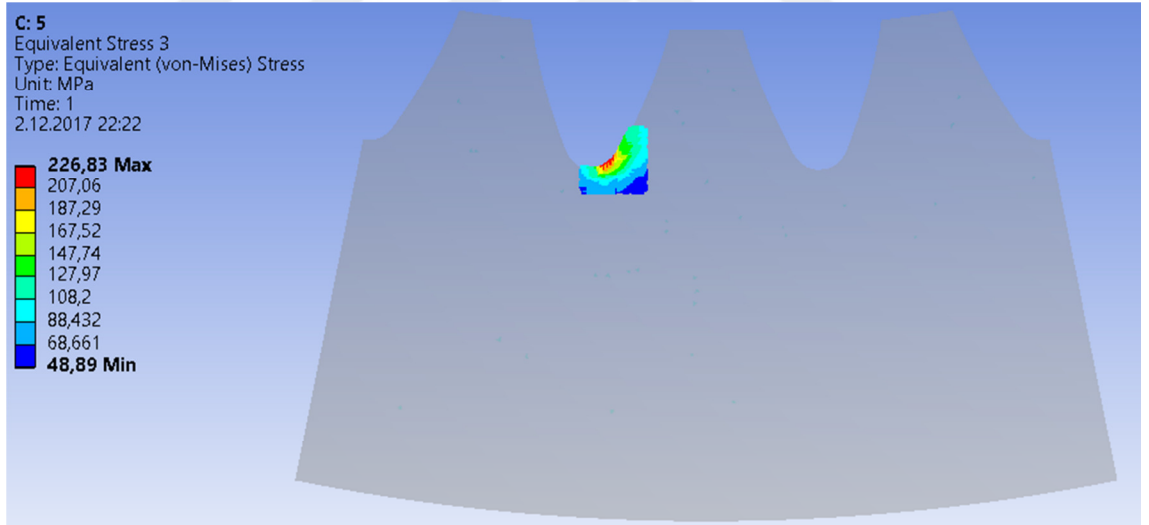
Şekil 4. 21. (0.3-0.3)×m uç radyüsüne sahip takım ile imal edilmiş rim kalınlığı 1.5×m olan iç dişli çarkın arka tarafındaki eğilme gerilmesi



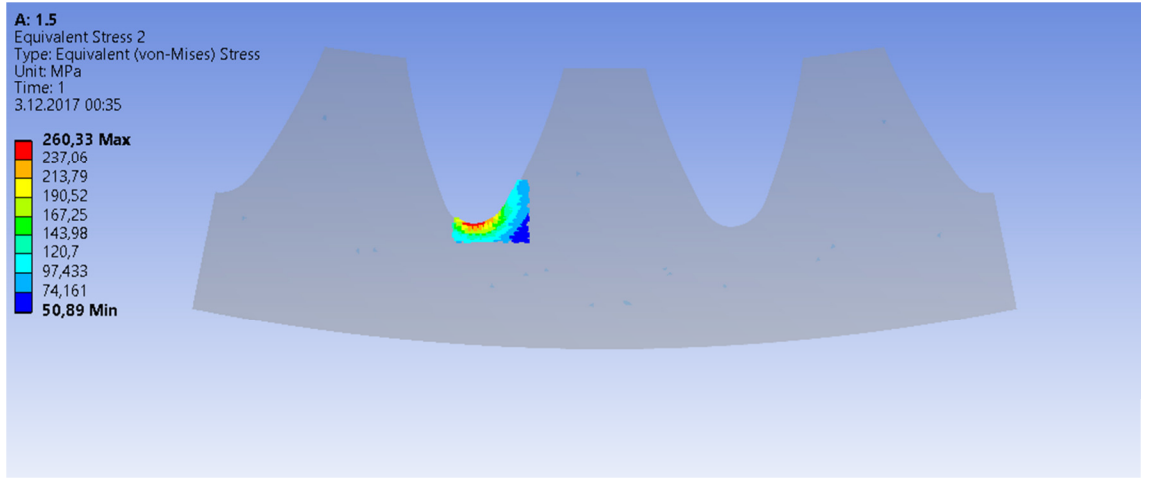
Şekil 4. 22. (0.3-0.3)×m uç radyüsüne sahip takım ile imal edilmiş rim kalınlığı 2.5×m olan iç dişli çarkın arka tarafındaki eğilme gerilmesi



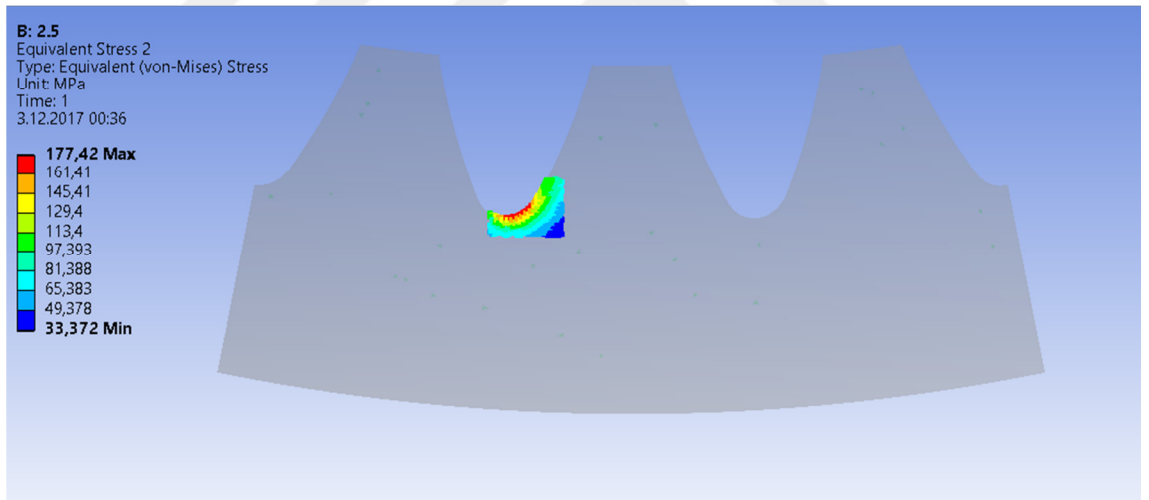
Şekil 4. 23. (0.3-0.3)×m uç radyüsüne sahip takım ile imal edilmiş rim kalınlığı 3.5×m olan iç dişli çarkın arka tarafındaki eğilme gerilmesi



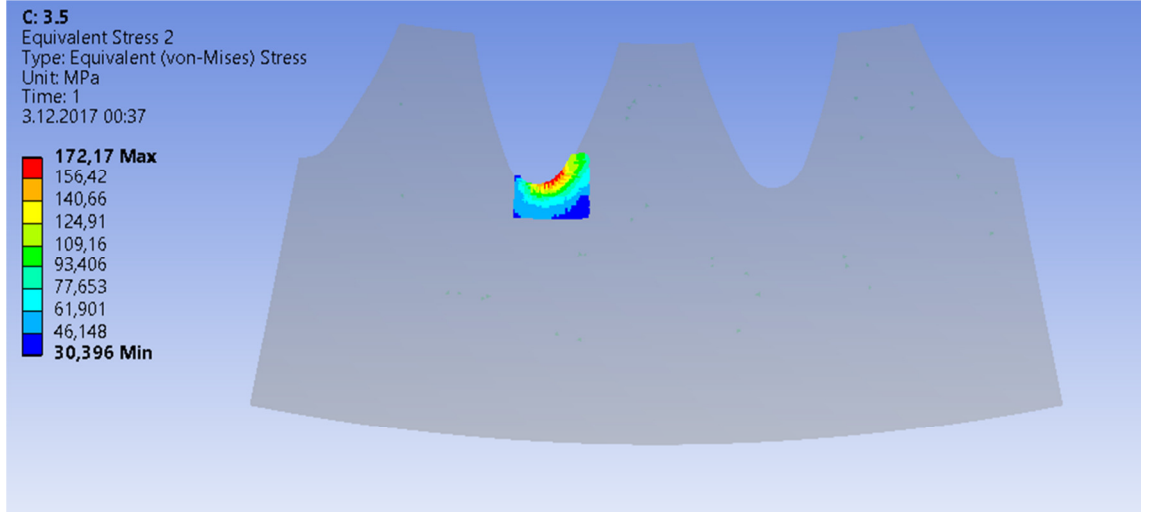
Şekil 4. 24. (0.3-0.3)×m uç radyüsüne sahip takım ile imal edilmiş rim kalınlığı 5×m olan iç dişli çarkın arka tarafındaki eğilme gerilmesi



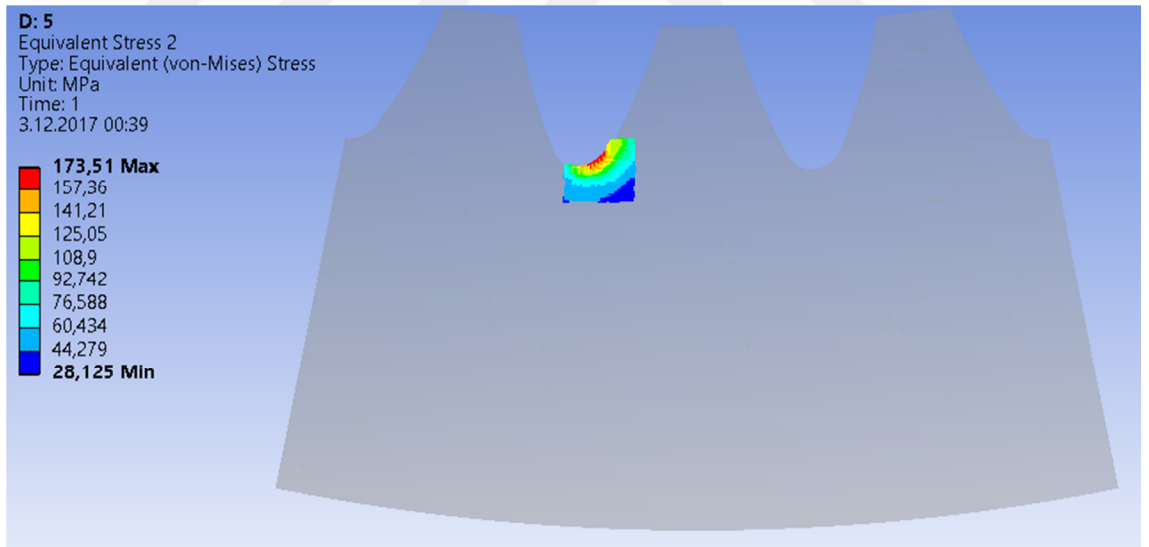
Şekil 4. 25. (0.4-0.29)×m uç radyüsüne sahip takım ile imal edilmiş rim kalınlığı 1.5×m olan iç dişli çarkın yüklenen tarafındaki eğilme gerilmesi



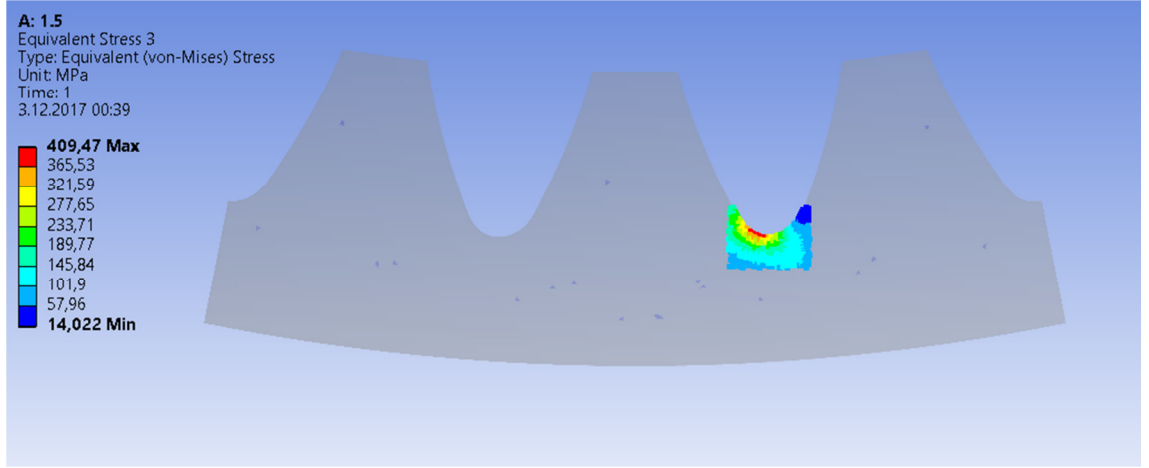
Şekil 4. 26. (0.4-0.29)×m uç radyüsüne sahip takım ile imal edilmiş rim kalınlığı 2.5×m olan iç dişli çarkın yüklenen tarafındaki eğilme gerilmesi



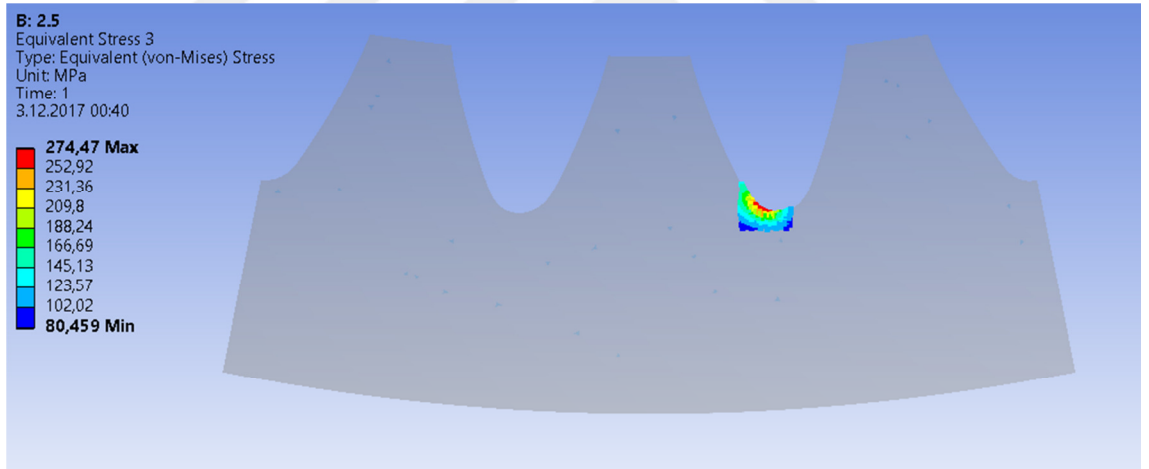
Şekil 4. 27. (0.4-0.29)×m uç radyüsüne sahip takım ile imal edilmiş rim kalınlığı 3.5×m olan iç dişli çarkın yüklenen tarafındaki eğilme gerilmesi



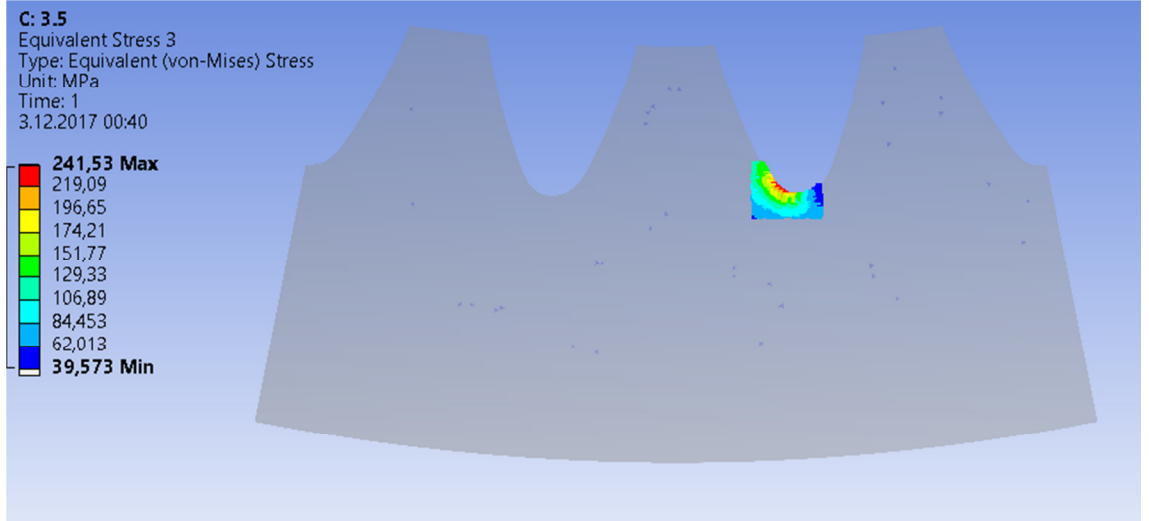
Şekil 4. 28. (0.4-0.29)×m uç radyüsüne sahip takım ile imal edilmiş rim kalınlığı 5×m olan iç dişli çarkın yüklenen tarafındaki eğilme gerilmesi



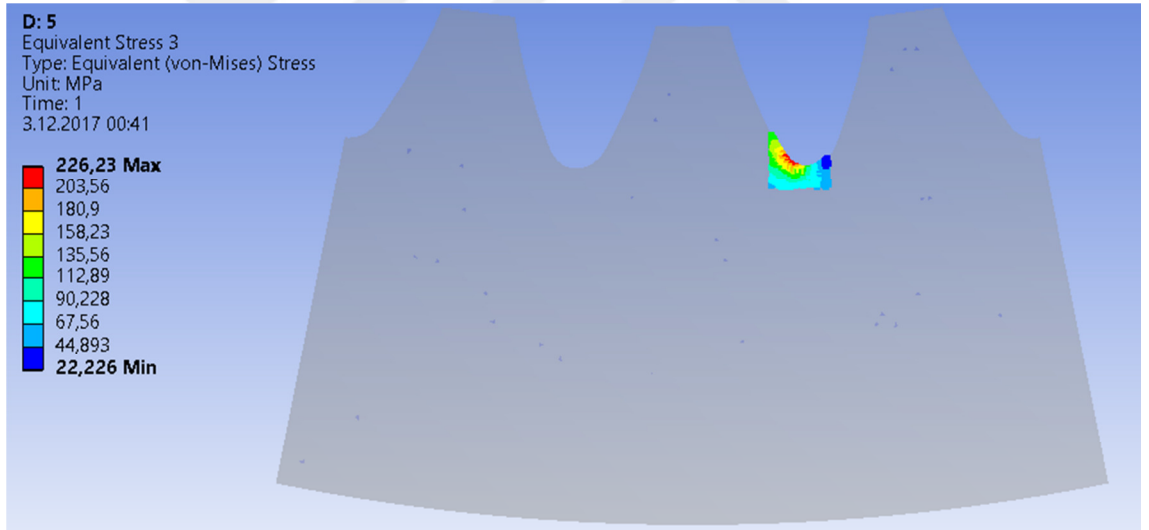
Şekil 4. 29. (0.4-0.29)×m uç radyüsüne sahip takım ile imal edilmiş rim kalınlığı 1.5×m olan iç dişli çarkın arka tarafındaki eğilme gerilmesi



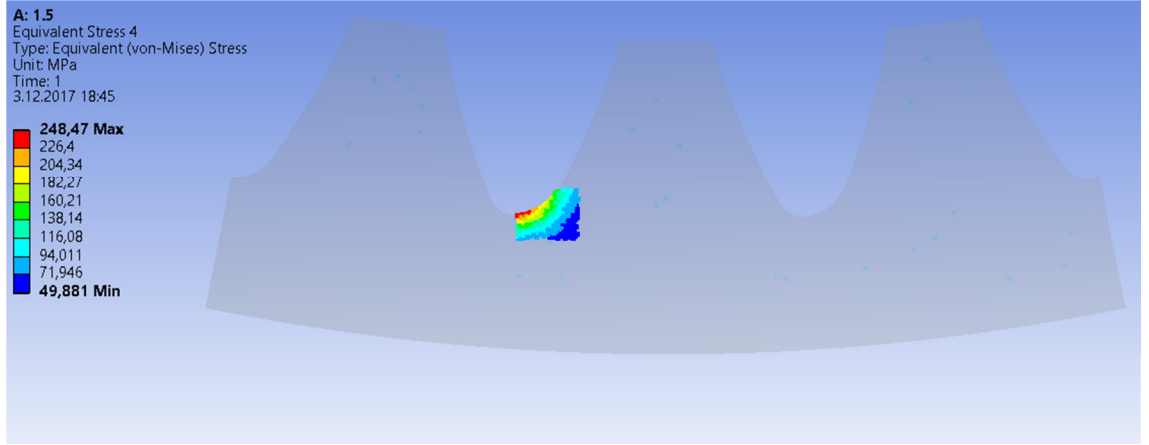
Şekil 4. 30. (0.4-0.29)×m uç radyüsüne sahip takım ile imal edilmiş rim kalınlığı 2.5×m olan iç dişli çarkın arka tarafındaki eğilme gerilmesi



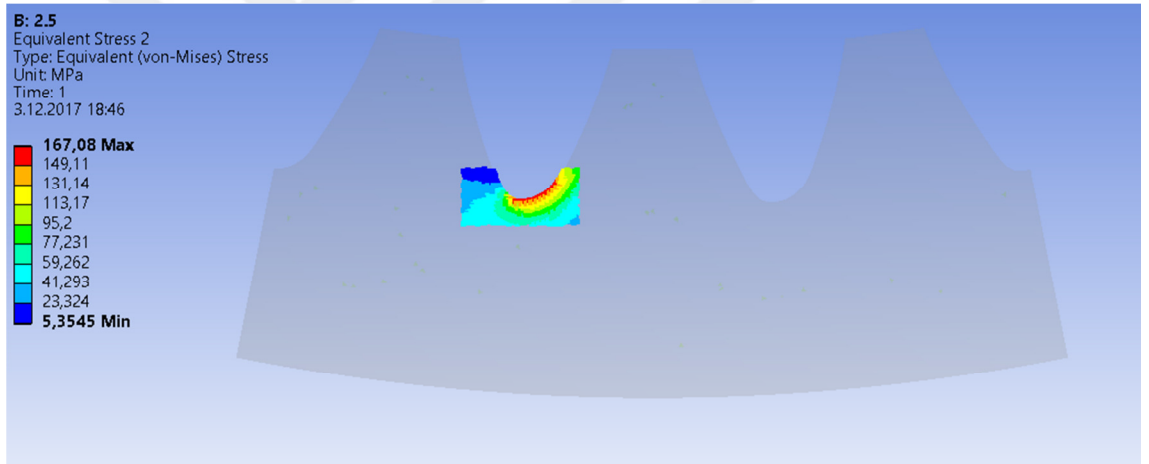
Şekil 4. 31. (0.4-0.29)×m uç radyüsüne sahip takım ile imal edilmiş rim kalınlığı 3.5×m olan iç dişli çarkın arka tarafındaki eğilme gerilmesi



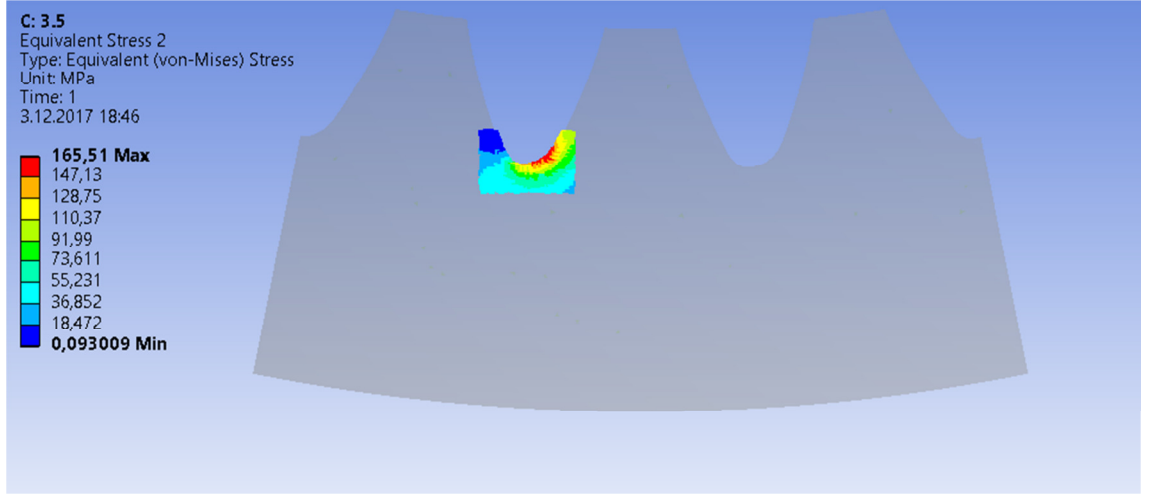
Şekil 4. 32. (0.4-0.29ç radyüsüne sahip takım ile imal edilmiş rim kalınlığı 5×m olan iç dişli çarkın arka tarafındaki eğilme gerilmesi



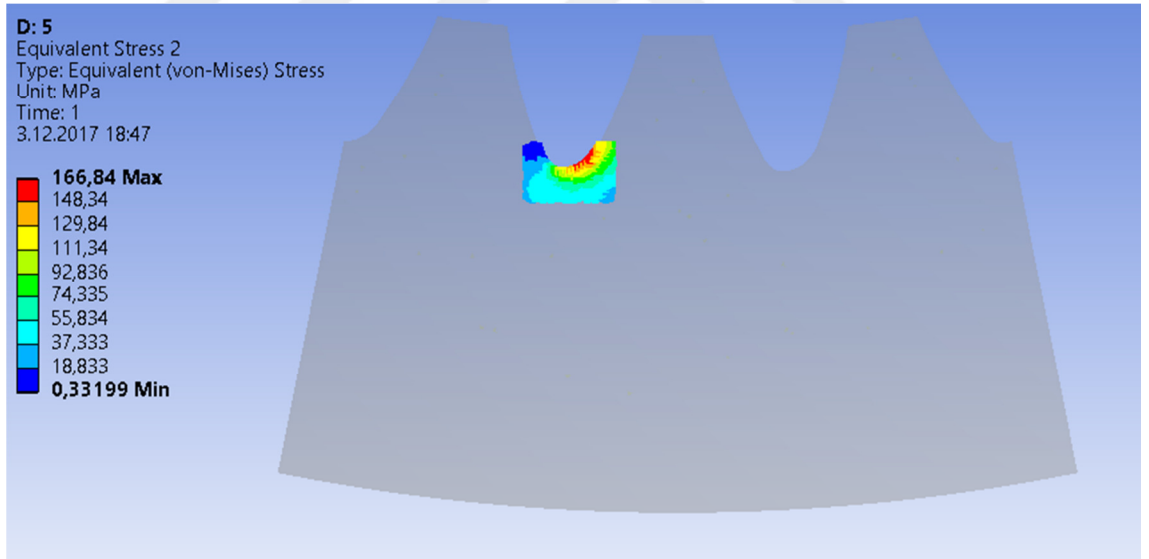
Şekil 4. 33. (0.5-0.19)×m uç radyüsüne sahip takım ile imal edilmiş rim kalınlığı 1.5×m olan iç dişli çarkın yüklenen tarafındaki eğilme gerilmesi



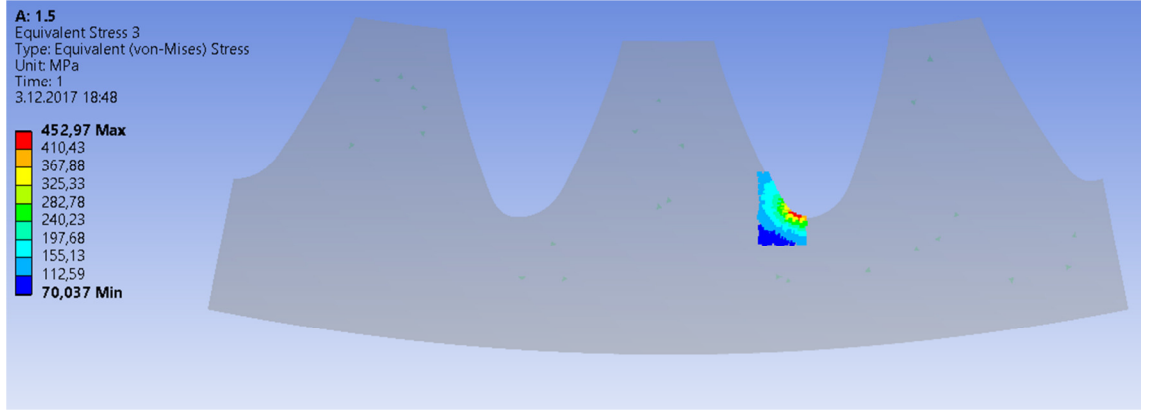
Şekil 4. 34. (0.5-0.19)×m uç radyüsüne sahip takım ile imal edilmiş rim kalınlığı 2.5×m olan iç dişli çarkın yüklenen tarafındaki eğilme gerilmesi



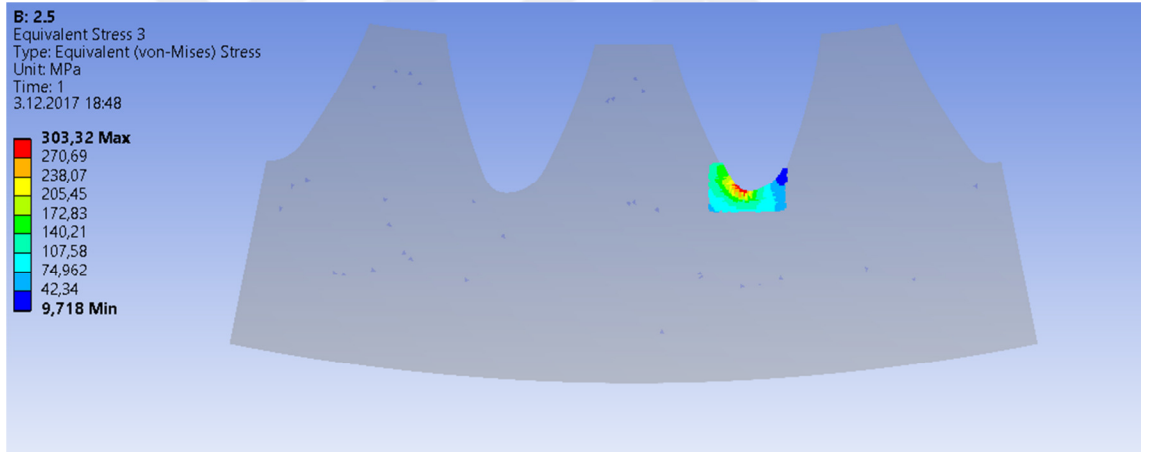
Şekil 4. 35. (0.5-0.19)×m uç radyüsüne sahip takım ile imal edilmiş rim kalınlığı 3.5×m olan iç dişli çarkın yüklenen tarafındaki eğilme gerilmesi



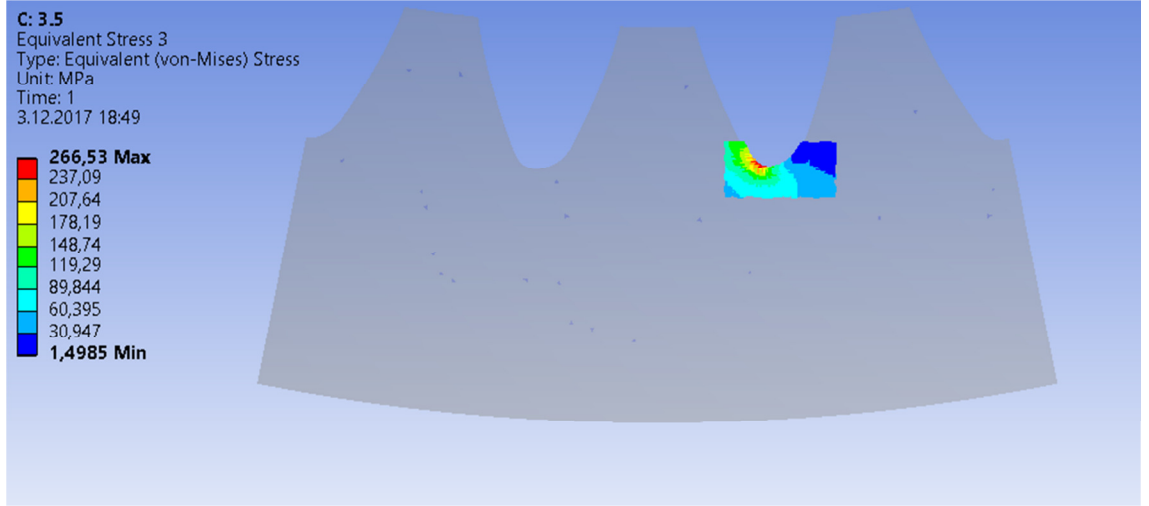
Şekil 4. 36. (0.5-0.19)×m uç radyüsüne sahip takım ile imal edilmiş rim kalınlığı 5×m olan iç dişli çarkın yüklenen tarafındaki eğilme gerilmesi



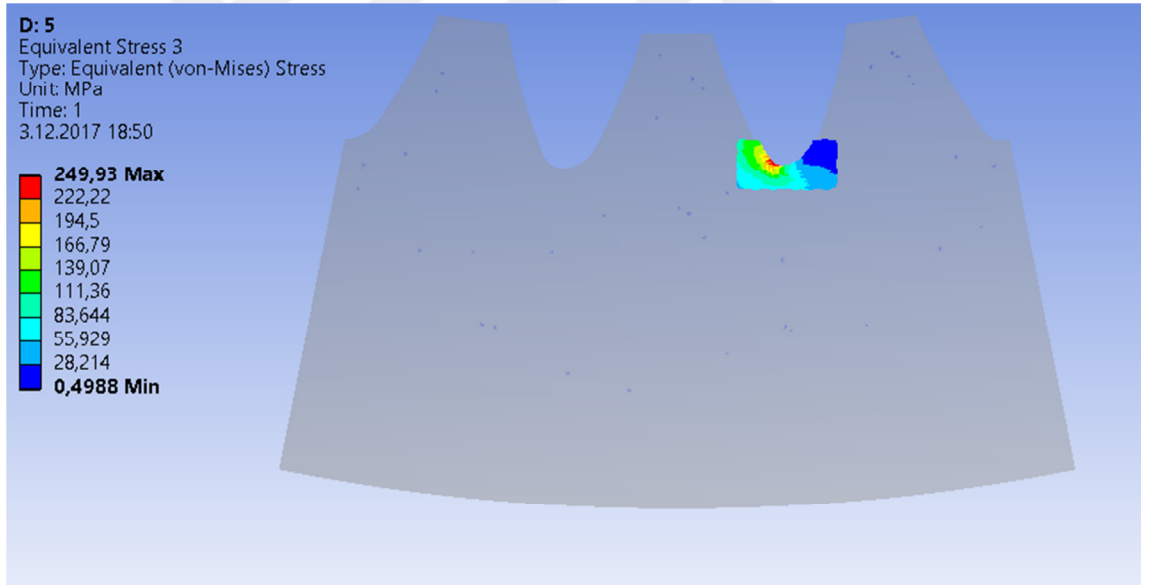
Şekil 4. 37. (0.5-0.19)×m uç radyüsüne sahip takım ile imal edilmiş rim kalınlığı 1.5×m olan iç dişli çarkın arka tarafındaki eğilme gerilmesi



Şekil 4. 38. (0.5-0.19)×m uç radyüsüne sahip takım ile imal edilmiş rim kalınlığı 2.5×m olan iç dişli çarkın arka tarafındaki eğilme gerilmesi

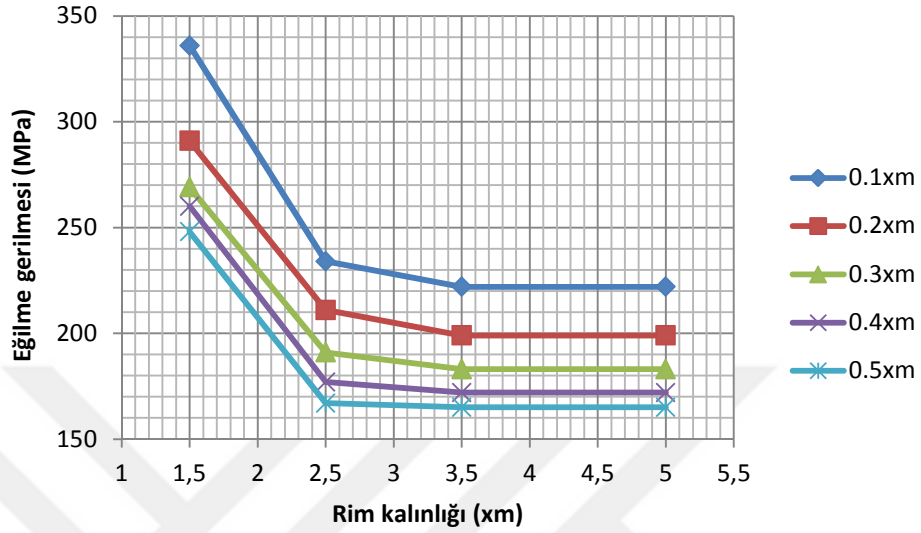


Şekil 4. 39. (0.5-0.19)×m uç radyüsüne sahip takım ile imal edilmiş rim kalınlığı 3.5×m olan iç dişli çarkın arka tarafındaki eğilme gerilmesi

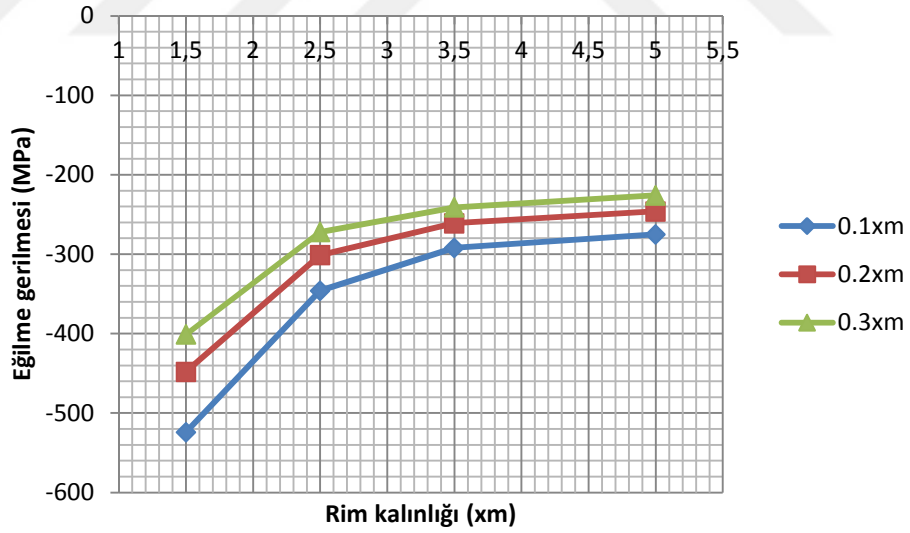


Şekil 4. 40. (0.5-0.19)×m uç radyüsüne sahip takım ile imal edilmiş rim kalınlığı 5×m olan iç dişli çarkın arka tarafındaki eğilme gerilmesi

Yapılan sonlu elemanlar analizleri neticesinde farklı rim kalınlıkları için iç dişliyi imal eden kesici takım uç radyüsünün dış kökünde oluşan gerilmelere etkileri Şekil 4.41' deki grafiklerde gösterilmiştir.



(a)



(b)

Şekil 4. 41. a) Farklı kesici takım uç radyüslerinde rim kalınlığının oluşan gerilmelere etkisi (Yüklenen) **b)** Farklı kesici takım uç radyüslerinde rim kalınlığının oluşan gerilmelere etkisi (Arka)

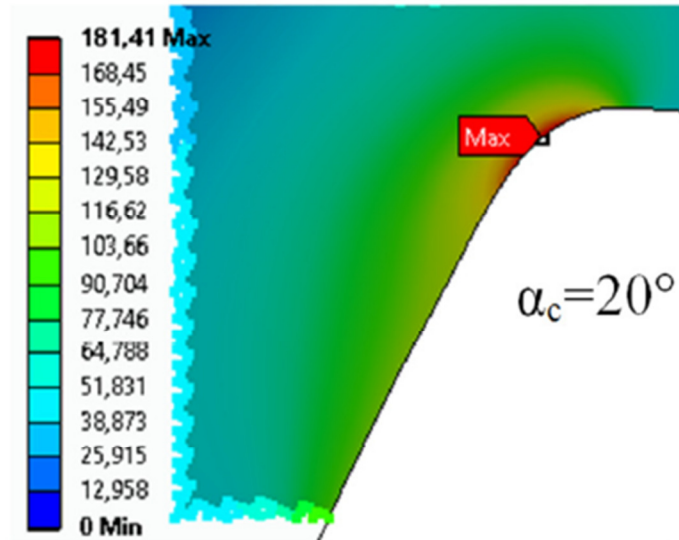
4.2. Kavrama açısının Eğilme Gerilmesine Etkileri

Bu kısımda arka taraftaki kavrama açısının diş kökünün çeki tarafında oluşan gerilmelere etkisi incelenmiştir. Diğer tüm parametreler sabit kalmak koşuluyla sadece bu parametre değiştirilmiştir. Bu analizlerde rim etkisi gözöüne alınmamıştır. Analizlerde kullanılan iç dişlinin özellikleri Çizelge 4.2’ de verilmiştir.

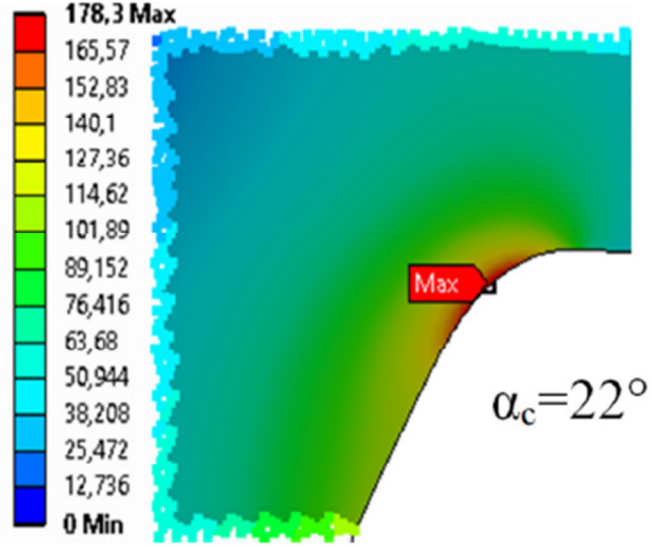
Çizelge 4. 2. Analizlerde kullanılan iç dişli parametreleri

Parametreler	1	2
Modül (mm)	3,18	3,18
Diş sayısı	28	28
Ön taraf(Yüklenen) kavrama açısı (°)	20	20
Arka taraf kavrama açısı (°)	20-22-24-26	20
Profil kaydırma miktarı (mm)	0	0
Diş genişliği (mm)	25,4	25,4
Kesici takım uç radyüsü(mm)	(0.2)xm	(0.2)xm

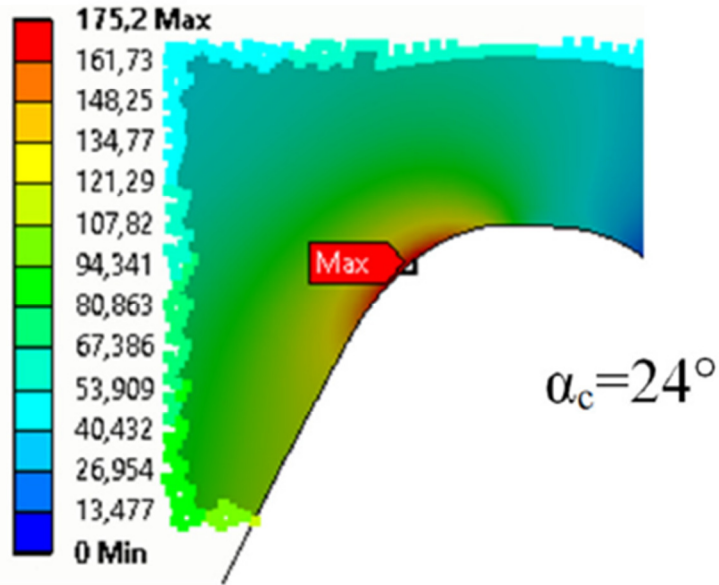
Şekil 42-45’ de arka kavrama açısının eğilme gerilmesine etkisi gösterilmiştir.



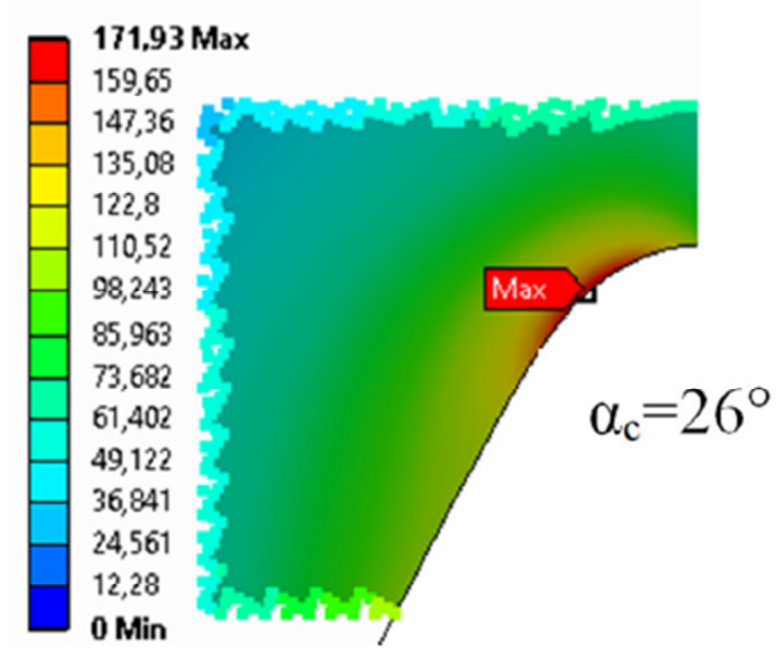
Şekil 4. 42. 20° - 20° kavrama açısına sahip takım ile imal edilmiş iç dişli çarkın diş kökündeki eğilme gerilmesi



Şekil 4. 43. 20°-22° kavrama açısına sahip takım ile imal edilmiş iç dişli çarkın diş kökündeki eğilme gerilmesi

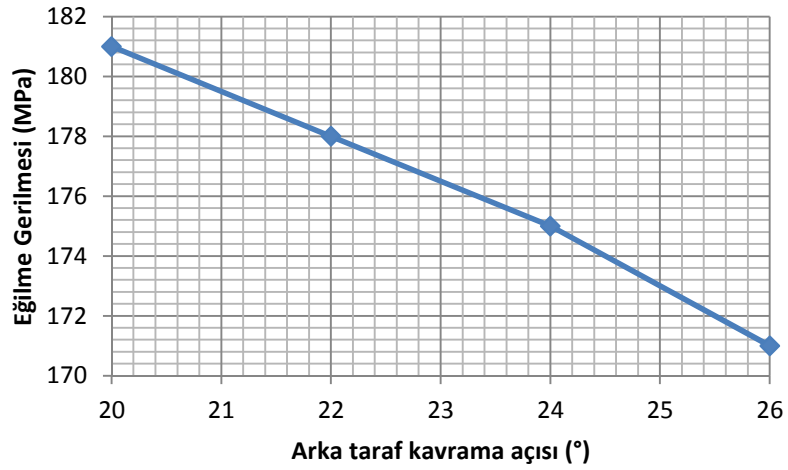


Şekil 4. 44. 20°-24° kavrama açısına sahip takım ile imal edilmiş iç dişli çarkın diş kökündeki eğilme gerilmesi



Şekil 4. 45. 20° - 26° kavrama açısına sahip takım ile imal edilmiş iç dişli çarkın diş kökündeki eğilme gerilmesi

Dişli çarkın yükleme olmayan taraftaki kavrama açısına göre diş kökü bölgesindeki eğilme gerilme değişimini veren grafik Şekil 4.46’ da gösterilmiştir.



Şekil 4. 46. Arka taraf kavrama açısının iç dişli eğilme gerilmesine etkisi

5. SONUÇ

Bu çalışmada evolvent iç düz dişli çarkların matematik modeli için MATLAB da bir program yazılmıştır. Yazılan programın çıktısı bir iç dişlinin bir dişini oluşturan noktaların koordinatlarıdır. Elde edilen bir noktalar CATIA 3D tasarım programına uygun formatta gönderilerek iç dişlinin 2D ve 3D tasarımları gerçekleştirilmiştir. Daha sonra .stp formatında üç dişe sahip modeller oluşturularak ANSYS programında sonlu elemanlar analizleri farklı dişli parametreleri için gerçekleştirilmiştir.

Bu tez çalışması içerisinde elde edilmiş genel sonuçlar aşağıda sıralanmıştır.

- Geliştirilen program sayesinde pinyon tipi kesici takımın uç radyüs değerleri farklı olabilmektedir. Bunlara ait sınır değerleri türetilmiş ve ifade edilmiştir.
- Rim kalınlığı arttıkça iç dişin çeki tarafındaki diş dibi gerilmeleri düşmektedir.
- Rim kalınlığı 3.5mm den daha büyük değerlerde rim kalınlığının çeki tarafındaki gerilme üzerindeki etkisi kaybolmaktadır.
- İç dişlinin çeki tarafındaki diş kökünü oluşturan kesici takım uç radyüsü arttıkça gerilmeler düşmektedir.
- Kavrama açısının değeri arttıkça diş dibinde oluşan gerilmeler düşmektedir.
- Rim kalınlığının artması ile iç dişin bası tarafındaki diş dibi gerilmeleri düşmektedir.
- İç dişlinin bası tarafındaki diş kökünü oluşturan kesici takım uç radyüsü arttıkça gerilmeler düşmektedir.

KAYNAKLAR

- Andrews, J.D. 1991.** A finite element analysis of bending stresses induced in external and internal involute spur gears. *Journal of Strain Analysis*, 26(3): 153-163.
- Buckingham E. 1949.** Analytical Mechanics of Gears, Dover Publications, Newyork, 566 s.
- Buckingham E., Buckingham E. 1999.** Manual of Gear Design: Spur and Internal Gears. Industrial Press, Newyork, 153 s.
- Chong, T.H., Suzuki, T., Toshio, A., Hiroshige, F. 1982.** Bending Stresses of Internal Spur Gear. *Bulletin of JSME*, 25(202): 679-686.
- Colbourne, J.R. 1987.** The Geometry of Involute Gears, Springer-Verlag, New Jersey, USA, 526 pp.
- Colbourne, J.R. 1990.** The Geometric Design of Internal Gear Pairs, *Gear Technology*, May/June 1990: 28-37.
- Engin, B. 2013.** İç Dişli Çark Mekanizmalarının Analizi. *Yüksek Lisans Tezi*, UÜ Fen Bilimleri Enstitüsü, Makine Mühendisliği Anabilim Dalı, Bursa.
- Feng X.N. 2013.** Study on Numbers of Multi-Tooth Meshing Teeth Pairs for Involute Internal Gear Pairs with Small Tooth Number Difference. *Advanced Materials Research*, 655; 578-585.
- Fetvacı, C. 2010.** Generation Simulation of Involute Spur Gears Machined by Pinion-Type Shaper Cutters. *Strojniski Vestnik/Journal of Mechanical Engineering*, 56(10); 644-652.
- Fetvacı, C. 2016.** Pinyon-Tipi Takımla Dişli İmalat Simülasyonunda Evolvent Parametresinin Efektif Sınırının Tayini. *Gazi Üniversitesi Mühendislik Mimarlık Fakültesi Dergisi*, 31(2): 449-455.
- Ge, N., Zhang, J. 2008.** Finite element analysis of internal gear in high-speed planetary gear units. *Transactions of Tianjin University*, 14(1): 11-15.
- Jelaska D. 2012.** Gears and Gear Drives, Wiley, UK, 472 s.
- Karpat, F., Engin, B., Dogan, O., Yuce, C., Yilmaz, T. G. 2014.** Effect of Rim Thickness on Tooth Root Stress and Mesh Stiffness of Internal Gears. *ASME 2014 International Mechanical Engineering Congress and Exposition*, 13-19 Kasım 2014, Montreal, Kanada.
- Karpat, F., Ekwaro, S., Yilmaz, T. G., Dogan, O., Yuce, C. 2015.** Design and Analysis of Internal Gears With Different Rim Thickness and Shapes. *ASME 2015 International Mechanical Engineering Congress and Exposition*, 14-20 Kasım 2015, Houston, ABD.
- Kawalec, A., Wiktor, J. 2004.** Tooth-root stress calculation of internal spur gears. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part B: Journal of Engineering Manufacture*, 218(9): 1153-1166.

- Li, X., Chen, B., Wang, Y., Sun, G., Lim, T.C. 2015.** The Generation Principle and Mathematical Models of Double-Enveloping Internal Gear Pairs. *ASME 2015 International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference*, 2-5 Ağustos 2015, Massachusetts, ABD.
- Litvin, F.L., Fuentes, A. 2004.** Gear Geometry and Applied Theory Second Edition, Cambridge University Press, New York, USA, 800 s.
- Litvin, F.L., Hsiao, C.L., Wang, J.C., Zhou, X. 1994.** Computerized Simulation of Generation of Internal Involute Gears and Their Assembly, *Journal of Mechanical Design*, 116(3): 683-689.
- Muni, D. V., Muthuveerappan, G. 2009.** A Comprehensive Study on the Asymmetric Internal Spur Gear Drives through Direct and Conventional Gear Design. *Mechanics Based Design of Structures and Machines*, 37(4): 431-461.
- Oda, S., Miyachika K., Araki K. 1984.** Effects of Rim Thickness on Root Stress and Bending Fatigue Strength of Internal Gear Tooth. *Bulletin of JSME*, 27(230): 1759-1764.
- Oda, S., Miyachika K. 1986.** Practical Formula for True Root Stress of Internal Spur Gear Tooth. *Bulletin of JSME*, 29(252): 1934-1939
- Radzevich, S. P., Darle, W. D. 1994.** Handbook of Practical Gear Design, CRC press, USA, 847 s.
- Sanchez M.B., Pleguezuelos, M., Pedrero, J. 2016.** Calculation of tooth bending strength and surface durability of internal spur gear drives. *Mechanism and Machine Theory*, 95: 102-113.
- Savage, M., Rubadeux, K.L. 1995.** Bending Strength Model for Internal Spur Gear Teeth. *Nasa Technical Report*.
- Song W., Zhou, H. 2012.** Effects of Fillet on Kinematic Characteristic of Internal Gear Couple, *Applied Mechanics and Materials*, 130: 1128-1131.
- Tunalıoğlu, M.Ş. 2011.** İç Dişli Çarklarda Diş Profil Hasarlarının İncelenmesi. *Doktora Tezi*, GÜ Fen Bilimleri Enstitüsü, Makine Mühendisliği Anabilim Dalı, Ankara.
- Wei, Y.G., Gu, C.X., Zhang, X.J. 2013.** Finite Element Analysis of Bending Stress in the Meshing Process for Internal Gear Pairs with few Teeth Difference, *Advanced Materials Research*, 764: 129-133.
- Yang, S.-C. 2007.** Study on an Internal Gear with Asymmetric Involute Teeth. *Mechanism and Machine Theory*, 42(8): 977-994.
- Yılmaz, T. G., Dogan, O., Yuce, C., Karpat, F. 2017.** Improvement Of Loading Capacity Of Internal Spur Gear With Using Asymmetric Trochoid Profile. *ASME 2017 International Mechanical Engineering Congress and Exposition*, 3-9 Kasım 2017, Tampa, ABD.

EKLER

EK 1

MATLAB Programı

```
M=3.18;
Z1=20; % Pinyon kesici diş sayısı
KAV=20; % Kavrama açısı
KAVD=KAV*pi/180;
TARAF1=KAVD;
R=M*Z1/2; % Taksimat yarıçapı pinyon
RT=R+M; % Diş başı yarıçapı pinyon
T=pi*M; % Taksimat
S=(T/2); % Taksimat yarısı
RB=R*cos(KAVD); % Temel daire yarıçapı pinyon
ROOT=R-1.25*M; % Diş dibi yarıçapı pinyon
DON=S*cos(KAVD)/(RB);
DONG=(0.5*DON+tan(KAVD)-KAVD);
ARF2=0.2*M;
ARF5=0.4*M;
RTOP=RT+0.25*M;
tas=0;
hf=1.25*M;
r=0.2*M;

BUL= sqrt((RTOP-ARF2)^2-RB^2)+ARF2;
BUL2=BUL/RB;
BUL3=atan(BUL2);
RTT=RB/cos(BUL3);
X=RB/RTT;
TETAA=(pi/2)-atan(X/sqrt(1-X*X));
TETAMAX=TETAA+tan(TETAA)-TETAA;
CAP=(pi/2)-atan(TETAMAX-(ARF2/RB));

BUL1= sqrt((RTOP-ARF5)^2-RB^2)+ARF5;
BUL4=BUL1/RB;
BUL5=atan(BUL4);
RTT1=RB/cos(BUL5);
X1=RB/RTT1;
TETAA1=(pi/2)-atan(X1/sqrt(1-X1*X1));
TETAMAX1=TETAA1+tan(TETAA1)-TETAA1;
CAP5=(pi/2)-atan(TETAMAX1-(ARF5/RB));

ICEV=2.4;
RG=ICEV*R
RT2=RG-0.8*M
RB2=RG*cos(KAVD)
TETAMIN=(sqrt(RT2^2-RB2^2)-tan(KAVD)*(RB2-RB))/RB

RHSC=sqrt(RB2^2+((RB2-RB)*tan(KAVD))+sqrt((RT^2-RB^2))-(pi*M*cos(KAVD)))^2)
RLSC=sqrt(RB2^2+(sqrt((RT^2-RB^2))+(pi*M*cos(KAVD)))^2)

KAVDyen=acos(RB2/RHSC);
alfayeni=KAVDyen
rDpy=RHSC*cos(alfayeni);
```

```

Eps_d=((RB2-RB)*tan(KAVD)+sqrt(RT^2-RB^2)-sqrt(RT^2-
RB2^2))/(pi*M*cos(KAVD));

KORXden=RB*cos(TETAMAX-DONG)+RB*TETAMAX*sin(TETAMAX-DONG)-
ARF2*sin(TETAMAX-DONG)+ARF2*sin(TETAMAX-DONG);
KORYden=-RB*sin(TETAMAX-DONG)+RB*TETAMAX*cos(TETAMAX-DONG)-
ARF2*cos(TETAMAX-DONG)+ARF2*cos(TETAMAX-DONG);
ARA1=(RB*cos(0)-RB*TETAMAX*sin(0)+ARF2*sin(0))/R;
ARA2=(pi/2)-atan(ARA1/sqrt(1-ARA1*ARA1));
DPAR=ARA2-TETAMAX+DONG;
DPAR2=DPAR/ICEV;
X555=cos(DPAR2-DPAR)*KORXden-sin(DPAR2-DPAR)*KORYden+(RG-
R)*cos(DPAR2);
Y555=sin(DPAR2-DPAR)*KORXden+cos(DPAR2-DPAR)*KORYden+(RG-
R)*sin(DPAR2);

w3=((pi/2)-(KAVD));
AX=tas-hf+r-(r*(cos(w3)));
AY=(S/2)+(hf*tan(KAVD))-r*(1-sin(KAVD))*tan(KAVD)+(r*cos(KAVD))-
(r*sin(w3));
fiplce=(AY-(AX*tan(w3)))/R;
S2=R*(fiplce);
AAX=AX*cos(fiplce)-AY*sin(fiplce)+R*cos(fiplce)+S2*sin(fiplce);
AAY=AX*sin(fiplce)+AY*cos(fiplce)+R*sin(fiplce)-S2*cos(fiplce);
rFpin=sqrt(AAX^2+AAY^2);

KORX1den=RB*cos(TETAMAX1-DONG)+RB*TETAMAX1*sin(TETAMAX1-DONG)-
ARF5*sin(TETAMAX1-DONG)+ARF5*sin(TETAMAX1-DONG);
KORY1den=RB*sin(TETAMAX1-DONG)-RB*TETAMAX1*cos(TETAMAX1-
DONG)+ARF5*cos(TETAMAX1-DONG)-ARF5*cos(TETAMAX1-DONG);

KARS=((-KORY1den)+(KORYden))-ARF2*cos((pi/2)-CAP)-ARF5*cos((pi/2)-
CAP5)

if KARS<0
    break
end

RL1=abs(sqrt((RB^2+(sqrt(RT^2-RB^2)-((RB2-RB)*tan(KAVD)))^2)))
RL2=sqrt((RB2^2+(sqrt(RT^2-RB^2)+((RB2-RB)*tan(KAVD)))^2))

RF=sqrt(X555^2+Y555^2)

if RF<RL2
    break
end

if rFpin>RL1
    break
end
Aci=(pi/((Z1*ICEV)))
i=0;
for ZETA=0:CAP5/20:CAP5
    i=i+1;

```



```

DONG+ZETA)).*(RB.*sin(TETAMAX1-DONG)-RB.*TETAMAX1.*cos(TETAMAX1-
DONG)+ARF5.*cos(TETAMAX1-DONG)-ARF5.*cos(ZETA+TETAMAX1-DONG))+(RG-
R).*(cos((-((pi./2)-atan((RB.*cos(ZETA)-
RB.*TETAMAX1.*sin(ZETA)+ARF5.*sin(ZETA))./R)./sqrt(1-((RB.*cos(ZETA)-
RB.*TETAMAX1.*sin(ZETA)+ARF5.*sin(ZETA))./R).*(RB.*cos(ZETA)-
RB.*TETAMAX1.*sin(ZETA)+ARF5.*sin(ZETA))./R))))+TETAMAX1-
DONG+ZETA)./ICEV)).*sin(Aci)+(cos(Aci).*(sin((-((pi./2)-
atan((RB.*cos(ZETA)-
RB.*TETAMAX1.*sin(ZETA)+ARF5.*sin(ZETA))./R)./sqrt(1-((RB.*cos(ZETA)-
RB.*TETAMAX1.*sin(ZETA)+ARF5.*sin(ZETA))./R).*(RB.*cos(ZETA)-
RB.*TETAMAX1.*sin(ZETA)+ARF5.*sin(ZETA))./R))))+TETAMAX1-
DONG+ZETA)./ICEV)-((-((pi./2)-atan((RB.*cos(ZETA)-
RB.*TETAMAX1.*sin(ZETA)+ARF5.*sin(ZETA))./R)./sqrt(1-((RB.*cos(ZETA)-
RB.*TETAMAX1.*sin(ZETA)+ARF5.*sin(ZETA))./R).*(RB.*cos(ZETA)-
RB.*TETAMAX1.*sin(ZETA)+ARF5.*sin(ZETA))./R))))+TETAMAX1-
DONG+ZETA)).*(RB.*cos(TETAMAX1-DONG)+RB.*TETAMAX1.*sin(TETAMAX1-DONG)-
ARF5.*sin(TETAMAX1-DONG)+ARF5.*sin(ZETA+TETAMAX1-DONG))+cos((-
((pi./2)-atan((RB.*cos(ZETA)-
RB.*TETAMAX1.*sin(ZETA)+ARF5.*sin(ZETA))./R)./sqrt(1-((RB.*cos(ZETA)-
RB.*TETAMAX1.*sin(ZETA)+ARF5.*sin(ZETA))./R).*(RB.*cos(ZETA)-
RB.*TETAMAX1.*sin(ZETA)+ARF5.*sin(ZETA))./R))))+TETAMAX1-
DONG+ZETA)./ICEV)-((-((pi./2)-atan((RB.*cos(ZETA)-
RB.*TETAMAX1.*sin(ZETA)+ARF5.*sin(ZETA))./R)./sqrt(1-((RB.*cos(ZETA)-
RB.*TETAMAX1.*sin(ZETA)+ARF5.*sin(ZETA))./R).*(RB.*cos(ZETA)-
RB.*TETAMAX1.*sin(ZETA)+ARF5.*sin(ZETA))./R))))+TETAMAX1-
DONG+ZETA)).*(RB.*sin(TETAMAX1-DONG)-RB.*TETAMAX1.*cos(TETAMAX1-
DONG)+ARF5.*cos(TETAMAX1-DONG)-ARF5.*cos(ZETA+TETAMAX1-DONG))+(RG-
R).*(sin((-((pi./2)-atan((RB.*cos(ZETA)-
RB.*TETAMAX1.*sin(ZETA)+ARF5.*sin(ZETA))./R)./sqrt(1-((RB.*cos(ZETA)-
RB.*TETAMAX1.*sin(ZETA)+ARF5.*sin(ZETA))./R).*(RB.*cos(ZETA)-
RB.*TETAMAX1.*sin(ZETA)+ARF5.*sin(ZETA))./R))))+TETAMAX1-
DONG+ZETA)./ICEV)))
Z77=0;
end
i=0;
for ZETA=0:CAP/20:CAP
    i=i+1;
    X88yeni(i)=(cos((-((pi/2)-atan((RB*cos(ZETA)-
RB*TETAMAX*sin(ZETA)+ARF2*sin(ZETA))/R)/sqrt(1-((RB*cos(ZETA)-
RB*TETAMAX*sin(ZETA)+ARF2*sin(ZETA))/R).*(RB*cos(ZETA)-
RB*TETAMAX*sin(ZETA)+ARF2*sin(ZETA))/R))))+TETAMAX-DONG+ZETA)/ICEV)-((-
((pi/2)-atan((RB*cos(ZETA)-
RB*TETAMAX*sin(ZETA)+ARF2*sin(ZETA))/R)/sqrt(1-((RB*cos(ZETA)-
RB*TETAMAX*sin(ZETA)+ARF2*sin(ZETA))/R).*(RB*cos(ZETA)-
RB*TETAMAX*sin(ZETA)+ARF2*sin(ZETA))/R))))+TETAMAX-
DONG+ZETA)).*(RB*cos(TETAMAX-DONG)+RB*TETAMAX*sin(TETAMAX-DONG)-
ARF2*sin(TETAMAX-DONG)+ARF2*sin(ZETA+TETAMAX-DONG))-sin((-((pi/2)-
atan((RB*cos(ZETA)-RB*TETAMAX*sin(ZETA)+ARF2*sin(ZETA))/R)/sqrt(1-
((RB*cos(ZETA)-RB*TETAMAX*sin(ZETA)+ARF2*sin(ZETA))/R).*(RB*cos(ZETA)-
RB*TETAMAX*sin(ZETA)+ARF2*sin(ZETA))/R))))+TETAMAX-DONG+ZETA)/ICEV)-((-
((pi/2)-atan((RB*cos(ZETA)-
RB*TETAMAX*sin(ZETA)+ARF2*sin(ZETA))/R)/sqrt(1-((RB*cos(ZETA)-
RB*TETAMAX*sin(ZETA)+ARF2*sin(ZETA))/R).*(RB*cos(ZETA)-
RB*TETAMAX*sin(ZETA)+ARF2*sin(ZETA))/R))))+TETAMAX-
DONG+ZETA)).*(RB*sin(TETAMAX-DONG)-RB*TETAMAX*cos(TETAMAX-
DONG)+ARF2*cos(TETAMAX-DONG)-ARF2*cos(ZETA+TETAMAX-DONG))+(RG-
R).*(cos((-((pi/2)-atan((RB*cos(ZETA)-
RB*TETAMAX*sin(ZETA)+ARF2*sin(ZETA))/R)/sqrt(1-((RB*cos(ZETA)-
RB*TETAMAX*sin(ZETA)+ARF2*sin(ZETA))/R).*(RB*cos(ZETA)-

```



```

RB*TETAMAX*sin(ZETA)+ARF2*sin(ZETA))/R)))+TETAMAX-DONG+ZETA)/ICEV)-(-
((pi/2)-atan((RB*cos(ZETA)-
RB*TETAMAX*sin(ZETA)+ARF2*sin(ZETA))/R)/sqrt(1-((RB*cos(ZETA)-
RB*TETAMAX*sin(ZETA)+ARF2*sin(ZETA))/R)*((RB*cos(ZETA)-
RB*TETAMAX*sin(ZETA)+ARF2*sin(ZETA))/R)))+TETAMAX-
DONG+ZETA))*(RB*sin(TETAMAX-DONG)-RB*TETAMAX*cos(TETAMAX-
DONG)+ARF2*cos(TETAMAX-DONG)-ARF2*cos(ZETA+TETAMAX-DONG)))+(RG-
R)*sin(-(pi/2)-atan((RB*cos(ZETA)-
RB*TETAMAX*sin(ZETA)+ARF2*sin(ZETA))/R)/sqrt(1-((RB*cos(ZETA)-
RB*TETAMAX*sin(ZETA)+ARF2*sin(ZETA))/R)*((RB*cos(ZETA)-
RB*TETAMAX*sin(ZETA)+ARF2*sin(ZETA))/R)))+TETAMAX-DONG+ZETA)/ICEV));
end
%           %%regions ce

G1=min(X77yeni);
G2=min(X88yeni);
G3=max(X77yeni);
G4=max(X88yeni);

if G3<G4
    H=G3;
else
    H=G4;
end

if G1>G2;
    K=G1;
else
    K=G2;
end

```

ÖZGEÇMİŞ

Adı Soyadı : EYLEM ŞENOCAK YILMAZ
Doğum Yeri ve Tarihi : YILDIRIM, 1990
Yabancı Dili : İNGİLİZCE

Eğitim Durumu:
Lise : AHMET ERDEM ANADOLU LİSESİ, 2008
Lisans : ULUDAĞ ÜNİVERSİTESİ, 2012

Çalıştığı Kurum/Kurumlar ve Yıl:

T.C. KÜLTÜR TURİZM BAKANLIĞI - BURSA ANITLAR VE RÖLÖVE
MÜDÜRLÜĞÜ
04.09.2013 – - MAKİNE MÜHENDİSİ

İletişim (e-posta) : eylemsenocak1990@gmail.com