

T.C.
ULUDAĞ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

**YAYILI KÜTLE TAŞIYAN PLAK TİTREŞİMLERİNİN DENEYSEL
İNCELENMESİ**

Caner MİTMİT

YÜKSEK LİSANS TEZİ
MAKİNE MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI

BURSA 2005

ÖZET

Bu çalışmada iki farklı yayılı kütle taşıyan bir plağın zorlanmış titreşimlerinin hem analitik hem de deneysel incelenmesi hedeflenmiştir. Kirişler gibi plaklar da mühendislik yapılarında yaygın olarak kullanılan elemanlardır. Plaklarda üçüncü boyut (genelde kalınlık) diğer iki boyuta göre küçüktür. En küçük boyutun en büyük boyuta oranı 1/10 dan küçük ise ince plak teorisinden istifade edilebilir. Kalınlık artıkça diğer bazı etkenlerin de hesaba katılması kaçınılmaz olur. Makine mühendisliği uygulamaların da karşılaşılan ve plak gibi göz önüne alınacak yapı elemanları genelde ince plak teorisiyle incelenebilirler. Pratikte plak tipi elemanlar genelde üzerlerinde bazı cisimler taşırlar veya bunlarla ilişkilendirilmiştir. Tekrarlı kuvvetlere maruz bu tür elemanların incelenmesi yaklaşık kırk yıldan beri mühendis ve bilim adamlarını meşgul etmektedir. Bir plağın taşıdığı veya bağlantılı olduğu eklentiler (ek kütleler, yaylar vs) plağın doğal titreşim özelliklerini bir hayli etkileyebilmektedir. Bir kaç yıl öncesine kadar yapılan çalışmalarda bu eklentiler genelde ayrı olarak, mesela konsantre kütleler, noktasal bağlı yaylar şeklinde göz önüne alınmıştır. Ancak bazı hallerde plak elemanının taşıdığı kütlenin oturma alanı ve diğer boyutları bu eklentinin yayılı kütle olarak alınmasını gerekli kılar. Nitekim bu çalışmada boyutları plak boyutları yanında ihmal edilemeyecek düzeyde iki adet prizmatik kütle taşıyan plağın zorlanmış titreşimleri ele alınmıştır. Zorlanmış titreşim üretmek için bu kütlelerden birinin üzerine merkez kaç kuvvet üreteci bir motor yerleştirilmiştir. Diğer kütle üzerinde ise ivme ölçümü yapılmıştır. Buradaki amaç, herhangi bir esnek zemine bağlı bir titreşim kaynağının aynı zemine yataklanmış diğer bir cisim üzerindeki etkisini görmek ve bu etkiyi azaltacak uygun yerleşim konfigürasyonunu saptamaktır. Bu çerçevede sistemin doğal frekansları ve modal şekilleri teorik olarak saptanmaya çalışılmıştır. Titreşim kaynağı olan dengelenmemiş disk ideal, düşey harmonik tahriki tam olarak sağlamadığından doğal frekansların deneysel olarak hassas bir biçimde doğrulanması mümkün olmamıştır. Bununla birlikte kütlelerin çeşitli yerleşim tarzlarına göre iki frekansta rezonans halinin hemen hemen oluştuğu gözlemlenmiştir ve yapısal kaynaklı sesten anlaşılmıştır. Titreşim motorunda devir sayısı kontrolü bir DA motor sürücüsü ile fakat çok da hassas olmayan bir biçimde örneğin 3600 dev/dak civarında değişimler artı eksi 30-50 dev/dak arasında olmaktadır. İvme ölçümünde SONY firmasının veri toplama

kartı ve sensörü kullanılmış, verilerin değerlendirilmesi ve grafiğe dökülmesi ncode® yazılımıyla gerçekleştirilmiştir. Çalışma sonucunda ANSYS, NASTRAN ve Galerkin metoduna dayalı MATLAB kodundan ulaşılan sonuçların ilk iki frekans haricinde tamamen örtüşmediği saptanmıştır. Sonuçların farklılığının seçilen analiz yöntemle ilgili olduğu görülmüştür. Diğer önemli bir sonuç herhangi bir cismin titreşim kaynağından en aza etkilenecek bir konuma getirilebileceğinin görülmesidir. Burada ilgi çekici olan husus, cismin titreşim kaynağına uzak olmasının etkilenmeme için yeterli bir kriter olmayacağının gözlenmesidir.

Anahtar kelime: Eklentili plak; Yayılı kütle

ABSTRACT

EXPERIMENTAL STUDY OF VIBRATIONS OF A PLATE CARRYING DISTRIBUTED MASS

This work aims at the study of the forced vibration of a plate carrying two separate masses both analytically and experimentally. Plates are structural elements frequently used in engineering systems like beams. In plates, the third dimension (usually the thickness) smaller than the other two dimensions. When the ratio of the smallest dimension to the biggest one is one tenth or smaller the theory of thin plates can be employed. With the increasing thickness, it is indispensable to take some additional dynamic effects into account. Structural elements which are encountered in mechanical engineering applications and are considered as plates, can usually be studied with the aid of thin plates theory. In the practice, plate-type elements carry some bodies, or are connected with them. Engineers and scientists have dealt with this kind of elements subjected to repeated loads about for forty years. The attachments, like masses, springs etc, which a plate carries or is connected with, can seriously affect the free vibration properties of that plate. In the works carried out up to last few years these attachments have been considered as discrete elements, such as lumped or concentrated masses, pointwise connected springs. In certain cases, however, contact area and the other dimensions requires the consideration of this attachment as a distributed mass. Hence, in this study, the forced vibrations of a plate which carries two prismatic bodies of not negligible dimensions are treated. To produce a forced vibrations a DC motor that rotates unbalanced disc has been located on one of these bodies. The acceleration of the other body has been measured. The reason for doing this is to observe the effect of the vibration source fixed on an elastic foundation on another body supported on the same ground, and to determine the suitable positional configuration of these bodies so as to decrease this effect. In this context, the natural frequencies and the associated modes have been obtained theoretically. Since the unbalanced disc used a vibrator does not provide an ideal, vertically acting driving force, one has not been able to verify the natural frequencies, while depending on the configurations, it is concluded by observation and the structure-borne noise that resonance occurs at two different frequencies about 40 and 60 Hz in general. The speed control of the DC-motor has been made via a DC-driver, but in a not too accurate way, i.e., at 3600rpm the change read on the display of the optic tachometer are between +/- 30-50 rpm. For the measurement of acceleration, a Sony data acquisition card and its sensor have been used. The evaluation of the data and graphical representation in the time domain have been realized through the ncode[®]-software. Two significant conclusions drawn from this study are as follows:

- The frequencies obtained by using ANSYS, NASTRAN and the Galerkin-method-based MATLAB code do not coincide except first two frequencies. This difference between the results is caused by the use of different methods, eg., the reduced method or the Lanczos method in ANSYS, the lumped or coupled mass approach in NASTRAN, the omitting of secondary effects in the MATLAB code.

- A body, a machine or a coordinate measurement system, to be isolated from environmental vibration can be located at a proper position, which would made an extra contribution to the conventional vibration isolation.

İÇİNDEKİLER	Sayfa No
1. GİRİŞ	1
2. KAYNAK ARAŞTIRMASI	3
3. MATERYAL VE YÖNTEM	6
3.1. Teori	6
3.2. Galerkin Metoduyla Çözüm	10
3.2.1 Galerkin Prosedürü	13
3.2.2 Galerkin Metoduyla Zorlanmış Titreşim Analizi	16
3.3 Deney Düzeneği	18
3.4. Sonlu Eleman Analizleri	20
4. NUMERİK VE DENEYSEL SONUÇLAR	25
4.1 Teorik Modellerin Karşılaştırılması	25
4.2 Deney Sonuçları	32
4.3 Sayısal Sonuçlar	44
5. DEĞERLENDİRME VE SONUÇLAR	46
6. KAYNAKLAR	47
EKLER	48
EK-1	
a) Galerkin yönteminden faydalananarak eklentileri olan plağın zorlanmış titreşim analizinde kullanılan MATLAB Programı	48
EK-2	
a) Deney düzeneğinde kullanılan DC motoru ve dengelenmemiş kütlenin görüntüsü	58
b) Deney düzeneğinde veri toplamak için kullanılan SONY veri Toplama cihazı	58
c) Deney düzeneğinin bir görüntüsü	59
TEŞEKKÜR	60
ÖZGEÇMİŞ	61

SİMGELER DİZİNİ

ρ	- Plak yoğunluğu	[kg/m ³]
p_1	- Birinci kütlenin alanca yoğunluğu	[kg/m ²]
p_2	- İkinci kütlenin alanca yoğunluğu	[kg/m ²]
Δx_i	- Kütlenin x doğrultusundaki boyutu (i=1,2)	[m]
Δy_i	- Kütlenin y doğrultusundaki boyutu (i=1,2)	[m]
H_i	- Heaviside birim basamak fonksiyonları (i=1,2)	
y_i	- Orijine en yakın köşenin x doğrultusundaki koordinatı (i=1,2)	[m]
y_i	- Orijine en yakın köşenin y doğrultusundaki koordinatı (i=1,2)	[m]
ζ	- Boyutsuz koordinat (x/a)	
ς	- Boyutsuz koordinat (y/b)	
a	- Plağın x doğrultusundaki boyutu	[m]
b	- Plağın y doğrultusundaki boyutu	[m]
h	- Plağın kalınlığı	[m]
ω	- Açısal hız	[rad/sn]
ν	- Poisson oranı	
E	- Elastisite modülü	[N/m ²]
∇	- İki boyutlu gradyen operatörü	
Δ_M	- Diskten çıkarılan kütle	[kg]
F_M	- Merkez kaç kuvveti	[N]
n_M	- Motor devir sayısı	[dev/dak]
TEK	- Tahrik edeci kütle	
TEdK	- Tahrik edilen kütle	
$f_0(t)$	- Plağın üzerine etkiyen lokal yayılı yük	[N/m ²]
w	- Serbest titreşim durumunda plak üzerindeki bir noktanın konum ve zamana koordinatlarına bağlı sehim	[m]
$\bar{W}$	- Boyutsuz koordinatlar cinsinden plağın sehim fonksiyonu	
m_{ek1}	-Plak üzerinde bulunan birinci eklentinin kütlesi	[kg]
m_{ek2}	-Plak üzerinde bulunan ikinci eklentinin kütlesi	[kg]
D	- Plağın eğilme rijitliği	[Nm]
$\bar{\rho}_1$	- Birinci kütlenin alanca yoğunluğunun plak yoğunluğuna oranı	

- $\bar{\rho}_2$ - İkinci kütlenin alanca yoğunluğunun plak yoğunluğuna oranı
- q_{ij} - Genelleştirilmiş koordinatlar
- H - Orijinal bir çözüm yerine sınırlı bir çözüm kullanılmasından kaynaklanan hata

ŞEKİLLER DİZİNİ**Sayfa No**

Şekil No	Şekil İsmi	
ŞEKİL 3.1	İncelenen sistem	7
ŞEKİL 3.2	Üzerinde motor bulunan kütlenin modeli	18
ŞEKİL 3.3	Motorun miline takılan dengelenmemiş disk	19
ŞEKİL 3.4	NASTRAN yazılımı için yüzey oluşturma örneği	20
ŞEKİL 3.5	NASTRAN yazılımında eleman tipleri	21
ŞEKİL 3.6	NASTRAN yazılımı sınır şartı tanımı	21
ŞEKİL 3.7	NASTRAN yazılımında malzeme tanım	22
ŞEKİL 3.8	NASTRAN yazılımında yayılı kütle tanımı	23
ŞEKİL 3.9	NASTRAN yazılımında tekil kuvvet tanımı	23
ŞEKİL 3.10	NASTRAN yazılımında analiz tipleri	24
ŞEKİL 3.11	Sonuçların görsel sunumunu veren bir ekran çıktısı	24
ŞEKİL 4.1	Basit mesnetli eklentisiz plağın ikinci moduna ait modal yüzeyi	29
ŞEKİL 4.2	1. Halde TEK ve TEdK' nın konumları	32
ŞEKİL 4.3	1. Hal için deney görüntüsü	33
ŞEKİL 4.4	1. Halde TEdK ya ait ivme değişimi	34
ŞEKİL 4.5	1. Halde 4.moda ait NASTRAN analizi modal yüzeyi	34
ŞEKİL 4.6	2. Halde TEK ve TEdK' nın konumları	34
ŞEKİL 4.7	2. Hal için deney görüntüsü	35
ŞEKİL 4.8	2. Halde TEdK ya ait ivme değişimi	36
ŞEKİL 4.9	2. Halde 4. moda ait NASTRAN analizi modal yüzeyi	36
ŞEKİL 4.10	3. Halde TEK ve TEdK' nın konumları	37
ŞEKİL 4.11	3. Halde TEdK ya ait ivme değişim	37
ŞEKİL 4.12	4. Halde TEK ve TEdK' nın konumları	38
ŞEKİL 4.13	4. Hal için deney görüntüsü	38
ŞEKİL 4.14	4. Halde TEdK ya ait ivme değişimi	39
ŞEKİL 4.15	4. Hal 4.moda ait NASTRAN analizi modal yüzeyi	39
ŞEKİL 4.16	5. Halde TEK ve TEdK' nın konumları	40
ŞEKİL 4.17	5. Hal için deney görüntüsü	40
ŞEKİL 4.18	5. Halde TEdK ya ait ivme değişimi	41

Şekil No	Şekil İsmi	Sayfa No
ŞEKİL 4.19	5.Hal 4. moda ait NASTRAN analizi modal yüzeyi	41
ŞEKİL 4.20	3. Hale ait sabitlenmiş kütleler ile gerçekleştirilen deneyden bir görüntü	42
ŞEKİL 4.21	TEdK ya ait ivme değişimi	43

TABLolar DİZİNİ**Sayfa No**

Tablo No	Tablo İsmi	
Tablo 4.1	Fonksiyon sayısındaki değişimin frekanslara etkisini gösteren tablo	25
Tablo 4.2	5 adet fonksiyon için frekansların h ve v ye bağlı değişim	26
Tablo4.3	7 adet fonksiyon için frekansların h ve v ye bağlı değişim	27
Tablo 4.4	Her tarafı basit ve ankastre mesnetli eklentisiz plak için MATLAB kodu, NASTRAN ve ANSYS yazılımlarında bulunan frekansların mukayese tablosu	28
Tablo 4.5	ANSYS ve NASTRAN da farklı çözüm metotlarının frekanslara olan etkisi	30
Tablo 4.6	TEdK' nın 5 hale ait ivme band genişlikleri	45

1. GİRİŞ

Kiriş, plak ve kabuklar gerek makine ve inşaat mühendisliğinde gerekse mimaride yaygın olarak kullanılan taşıyıcı elemanlardır. Bununla birlikte bu elemanlar sadece statik koşullarda çalışmaz. Özellikle makine ve tesisatlarda dinamik yükler söz konusudur. Bir fan gövdesi, taşıtlarda yan paneller, tankerler, güç aktarma milleri ve benzerleri ilk bakışta akla gelen örneklerdir.

Söz konusu taşıyıcı elemanların sınıflandırılması bunların boyutları arasındaki oranlara dayanır. Kirişlerde üçüncü boyut diğer ikisine nazaran baskındır. Buna mukabil plaklarda ise iki boyut üçüncüsünden mertebeye epey büyüktür. Kabuklar ise eğriliği olan plaklardır. Buna kirişlerde ilkel eğrilikli kirişler karşılık gelir.

Bu yapı elemanları üzerinden çeşitli şekillerde bağlanmış veya yataklanmış yayılı veya tekli kütleler, yayılı veya tekil yaylar vs. taşıyabilirler. Bu çerçevede muhtelif makinelerin yataklandığı bir döşeme veya elektronik kartlar veya cihazların monte edildiği bir sac panel üzerinde böyle ilave sistemler (eklentiler) taşıyan bir plağa örnek oluştururlar. Bu eklentiler, ilgili yapı elemanlarının özelliklerini ciddi manada değiştirirler. Bu tür eklentili yapı elemanlarına üzerindeki eklentilerden ötürü yalın haldeki hareketleri kısıtlandığından “kısıtlı sistemler (constrained systems)” de denmektedir. Bu eklentiler çoğunlukla ayırık nitelikte olduğundan bazen de “birleşik sistemler (combined systems)” deyimini de kullanılmaktadır.

İmalat sistemlerinden uzay taşıtlarına kadar çok geniş bir mekanik sistemler yelpazesinde son 40 yıldır gerçekleştirilen tasarımlarda ihtiyaç hissedilmesi nedeniyle bu türlü kısıtlı sistemlerin analizine yönelik çok sayıda çalışma ortaya konmuştur. Bunların seçilen bir kısmı kaynak araştırması bölümünde verilmiştir.

Bu tez çalışması da konunun önemine binaen eklentili plakaların zorlanmış davranışının etüdüyle ilgilidir.

Çalışma daha önce gerçekleştirilen bir tez çalışmasının (Gökdağ, 2005) hesaplamalı ve deneysel devamı niteliğindedir. Bu bağlamda kenarları ankastre dikdörtgen biçimli bir plağın üzerinde yayılı vaziyette iki kütle taşınması halinde dinamik özellikleri ve davranışı

ele alınmaktadır. Bu kütlelerle bir döşeme üzerinde birisi titreşim kaynağı diğeri ise bu titreşimlerden korunması gerekli iki cisim simüle edilmeye çalışılmıştır. Bu eklentileri haiz plağın doğal frekansları bilgisayar ortamında NASTRAN yazılımı kullanılarak bulunmuştur. Aynı zamanda modal şekiller elde edilmiştir. Daha sonra kütlelerden birine bağlı dengelenmemiş disk taşıyan bir elektrik motoru vasıtasıyla bütün yapı titreşime zorlanmış, ve diğeri cismin hareketlerine ait ivme değerleri tesbit edilmiştir.

2. KAYNAK ARAŞTIRMASI

Bu çalışmada eklentili plakların zorlanmış titreşimi ele alınmakla birlikte ilave kütle taşımayan plaklar ile ilgili yayınlara da öneminden ötürü tarihsel sırada kısaca değinilecektir.

Dym ve Shames (1973)' in çalışmasında Hamilton prensibi kullanılarak ince plaklar için mümkün olabilecek bütün sınır şartlarıyla birlikte hareket denklemi çıkartılmıştır. Ayrıca dört kenarı basit mesnetli dikdörtgen plağın analitik çözümün verilmiş olup mod indislerini içeren frekans formülü de sunulmaktadır. Analitik çözümü ankastre ve serbest sınır şartları halinde elde edilemeyenlerin bu tür plaklarda hareket denkleminin kartezyen koordinatlarda ayrıştırılamayışından kaynaklandığı vurgulanmıştır.

Sonzogni ve arkadaşları (1990), karşılıklı iki kenarından biri serbest diğeri ankastre diğeri ikisi ise basit basit ve ankastre ankastre mesnetlenmiş ve aynı zamanda düzlem içi bir eksen boyunca üstel değişen kesitli bir plağın temel frekansını "Optimize Kantorovich Metodu" yöntemiyle elde etmişlerdir. Çalışmada ayrıca problemin sonlu eleman çözümü de verilmiş olup yakınsamanın sonlu eleman sayısı ile değişimi tablo olarak sunulmuştur.

Ding (1996), ince dörtgen plakların titreşim analizinde kullanılabilecek yeni bir yöntem önermiştir. Bu yöntemde önce bir kirişin üzerine etkiyen herhangi bir yayılı yük altındaki sehimleri veren fonksiyonlar bulunmaktadır. Yayılı yük Fourier sinüs serisine açılır. Sonuçta elastik eğriye ilişkin statik diferansiyel denklemin çözümü bir sinüs terimiyle kübik bir polinomun toplamından oluşur. Serbest titreşen bir plağın herhangi bir andaki sehimleri bu tür fonksiyonlarla oluşturulan çift katlı bir seri ile ifade edilebilir. Bu yeni metot az sayıda moda rağmen çabucak yakınsama sağlamasından dolayı sadece polinomların kullanıldığı yöntemlere göre üstünlük arz etmektedir.

Wu ve Luo (1997), noktasal kütle taşıyan ve noktasal bağlı yaylarla mesnetlenmiş dörtgen bir plağın doğal frekanslarını ve doğal şekillerini " Analitik Ve Sayısal Birleşik Metot " diye adlandırdıkları bir yöntem ile elde ettiler. Yöntemin esası aynı geometriyi haiz fakat eklentisiz bir plağın frekans ve modlarını bulmada kullanılmasından ibarettir. Metodun etkilendiği sonlu eleman çözümüyle mukayese yapılarak gösterilmiştir. Metodun

uygulanmasını sınırlayan yegane faktör eklentisiz plağın kapalı formda çözümünün bilinmesini gerektirmesidir.

Cheung veZhou(2000), Ding (1996) tarafından yapılan çalışmadaki metoda benzeyen bir yöntemi Mindlin tipi plakların modal analizi için geliştirmişlerdir. Mindlin modelinde dönme atalet etkileri göz önüne alındığından bu araştırmacılar Timoshenko kirişlerinin statik sehim fonksiyonlarını plakta kabul edilebilir fonksiyonlar olarak kullandılar. Bu çalışmada ayrıca sınırların ankastre olması halinde plak kalınlığının frekanslara etkisinin daha büyük olduğu saptanmıştır.

Lie ve Daniels (2002), iki kenarı basit mesnetli diğer iki kenarı lineer ve torsiyonel yaylarla mesnetlenmiş ve üzerinde çeşitli sayıda ayırık eklentiler içeren dikdörtgen bir plağın doğal frekanslarını Galerkin metoduyla bulmuşlardır. Yazarlar basit mesnetli kenarlara dik olan doğrultuyu bir sinüs terim, buna karşılık kenarların elastik mesnetli olduğu doğrultuyu bir sinüs terimi ve kübik bir polinomun toplamı olan başka bir fonksiyonla ifade etmişlerdir. Polinom ilavesinin gerekçesi olarak da trigonometrik fonksiyonun kendisi ve türevlerinin neden olabileceği süreksizliklerin önlenmesi olduğu ileri sürülmektedir.

Kopmaz ve Telli (2002), dört tarafı basit mesnetli ve bir adet yayılı kütle taşıyan plağın doğal frekanslarını ve modal yüzeylerini Galerkin yöntemini kullanarak elde ettiler. Bu çalışmada aynı sınır şartlarını haiz, fakat eklentisiz plağın modal fonksiyonlarını eklentili plak için karşılaştırma fonksiyonu olarak kullanılmıştır. Çalışmada varılan iki önemli sonuç eklenti kütle miktarının artması halinde nodal çizgilerde değişim meydana gelmesi ve ilave kütlelerin plağın sınırlarına yakın konumlandırılması halinde iki ila dördüncü modlarda nodal çizgilerin plağın iç kısımlarına kaymasıdır. Benzer bir sistemin analizi **Wong(2002)** tarafından Rayleigh-Ritz yöntemi kullanılarak gerçekleştirilmiştir.

Zarubinskaya ve Horssen (2004), iki kenarı basit diğer iki kenarı lineer yaylarla mesnetli dörtgen bir plağın hareket denkleminin analitik çözümünü verdiler ayrıca modal fonksiyonların ortogonalite şartını da çıkardılar.

Gökdağ (2005), çalışmasında iki yayılı kütleden ibaret eklentileri olan plağın doğal frekanslarını ve modal şekillerini hem Rayleigh-Ritz metodunu, hemde **Ding**(1996) tarafından verilen statik kiriş fonksiyonlarından hareketle Galerkin metodunu kullanarak elde etti. Ayrıca kütlelerden birinin titreşim kaynağı olması halinde diğer kütlenin bu titreşimden en az etkileneceği uygun pozisyonu numerik denemelerle saptadı.

Burada verilen çalışmalarda genelde deneysel veriler aktarılmamaktadır. Mevcut çalışmada ise ankastre sınır şartlarını haiz eklentili bir plakta titreşimden korunacak cismin yerinin deneysel olarak tespiti çalışılmıştır.

3. MATERYAL VE YÖNTEM

3.1. Teori

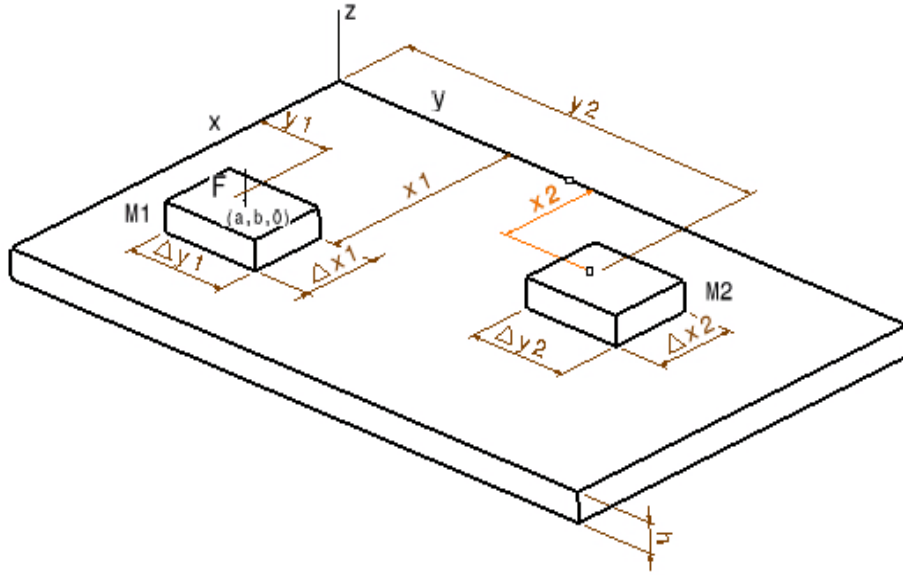
Bu çalışmada üzerinde iki yayılı kütle taşıyan bir plağın titreşim özellikleri ve zorlanmış titreşim cevabının bulunması hedeflendiğinden ince plaklar teorisine yeterince yer verilecek ve göz önüne alınan örnek sistemin hareket denklemi çıkarılacaktır. Daha sonra bu denklemin analitik çözüm imkanları irdelenecek ve nihayet bir sonlu eleman yazılımında analizin nasıl gerçekleştiği adım adım anlatılacaktır.

Şekil 3.1’de bu çalışmada ele alınan sistem görülmektedir. Bu sistemde plağın yoğunluğu ρ , elastisite modülü E , en, boy ve kalınlığı sırasıyla a, b ve h ’dir. Üzerinde A_1 ve A_2 alanları üzerine oturan M_1 ve M_2 kütleli iki cisim vardır. Bu cisimlerin rijit oldukları varsayılacaktır. Şekil 3.1’deki koordinat takımına göre plağın sadece z doğrultusunda sehimleri vardır ve plağın (x, y) noktasında herhangi bir t anındaki sehim $w(x, y, t)$ ile gösterilecektir. Kütlelerden birinin üzerinde harmonik, tekil bir F kuvveti etkmektedir. Doğal frekanslar ve modal yüzeylerin belirlenmesi esnasında bu dış kuvvet göz önüne alınmayacaktır. Plak izotropik olup, kalınlığı sabittir. Bu sistem için yapılan kabulleri şöyle sıralamak mümkündür:

- a) Plağın sadece z doğrultusundaki yer değiştirmeleri göz önüne alınacaktır. Plak düzlemindeki deformasyonlar ihmal edilecektir. Bu çalışmadaki fiziki deney şartları bu kabulle uyumludur.
- b) Plak kalınlığı h , plağın diğer boyutları a ve b ’ye nazaran hayli küçüktür. Dolayısıyla ince plak teorisi geçerlidir. Bilindiği gibi plaklarda kalınlık arttıkça kesitteki kayma deformasyonlarının ve kesitlerin x ve y eksenleri etrafında dönmesinin etkileri arttığından böyle bir durumda Mindlin plak teorisini kullanmak gerekir. Bu çalışmada ele alınan plak kalınlığının plağın enine oranı %1’den de küçük olduğundan ince plak varsayımı geçerlidir. Dolayısıyla sonlu eleman analizinde de iki boyutlu elemanların kullanılmasında bir mahzur yoktur.
- c) Plağın taşıdığı yayılı kütleler dikdörtgen formda olup kenarları plağın kenarlarına paralel olacak tarzda yerleştirilmişlerdir. Ayrıca bu kütlelerin plağa bağlı oldukları

bölgede plağın eğilme niteliğinde lokal artışa sebep olmadıkları ve sadece plağın o bölgelerinde ilave kütle etkisi yaptıkları kabul edilecektir.

- d) Sistemde sönümün olmadığı kabul edilecektir. Bu düşünceyle sonlu eleman analizinde de yapısal sönüm göz önüne alınmayacaktır.



Şekil 3.1 İncelenen sistem

Bu modelde M_1 ve M_2 kütleleri, plak hareket denklemlerinde alanca yoğunlukta değişiminde lokal değişimler olarak gösterilebilir. Bu amaçla her iki kütlenin oturma alanlarına bölünerek bulunan alanca yoğunlukları ρ_1 ve ρ_2 olsunlar. Bunların plak yoğunluğuna oranları ise

$$\bar{\rho}_1 = \frac{\rho_1}{\rho \cdot h} \quad (a)$$

$$\bar{\rho}_2 = \frac{\rho_2}{\rho \cdot h} \quad (b) \quad (3.1)$$

ile tanımlansın. Kütlelerin oturdukları alanlar iki boyutlu Heaviside fonksiyonlarıyla tanımlanabilirler. Şöyle ki, i. kütlenin boyutları $(\Delta_{xi}, \Delta_{yi})$ ve orijine en yakın köşesinin koordinatları x_i, y_i ise bu kütlenin oturduğu bölge üzerinde yoğunluğa etkisi

$$H_i(x, y) = [H(x - x_i) - H(x_i - (x_i + \Delta x_i))] [H(y - y_i) - H(y - (y_i + \Delta y_i))] \quad (3.2)$$

i=1,2

fonksiyonu ile tarif edilebilir. Keza plağın üst yüzeyinde mesela (a,b,0) koordinatlarında etkiyen tekil kuvvetin temsilinde de iki boyutlu delta dirac fonksiyonuna ihtiyaç vardır. Bu fonksiyon ise

$$\delta(x - a, y - b) = \delta(x - a)\delta(y - b) \quad (3.3)$$

ile tanımlanır. Buna göre plağın hareket denklemi Şekil 3.1'de verilen yükleme şartları altında

$$D\nabla^4 w(x, y, t) + \rho h(1 + \bar{\rho}_1 H_1 + \bar{\rho}_2 H_2) \ddot{w}(x, y, t) = F\delta(x - a, y - b) + f_0 H_1 \quad (3.4)$$

olacaktır. Burada D plağın eğilme rijitliği olup

$$D = \frac{Eh^3}{12(1 - \nu^2)} \quad (3.5)$$

olarak tanımlanmıştır. Keza ∇ iki boyutlu gradyen operatörü olup

$$\vec{\nabla} = \vec{i} \frac{\partial}{\partial x} + \vec{j} \frac{\partial}{\partial y} \quad (3.6)$$

ile verilir. Bunun karesi yani $\vec{\nabla} \cdot \vec{\nabla} = \nabla^2$ Laplace operatörü adını alır. Bu durumda ∇^4 ise açık yazılımı

$$\nabla^4 = \frac{\partial^4}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4}{\partial y^4} \quad (3.7)$$

olan bir operatör olur. w'nin üzerindeki noktalar ise zamana göre türevlere işaret etmektedir.

Üzerinde yayılı veya konsantre ek kütle taşımayan dört kenarından basit mesnetli plak için analitik çözüm mevcuttur. Bu çözümler çifte Fourier serilerinden ibarettir. Keza her tarafı ankastre ve karşılıklı iki kenarı basit ve diğer ikisi ankastre sınır şartları için literatürde yaklaşık çözüm metodları vardır. (Li ve Daniels 2002 ile Ding, 1996).

Konsantre kütleler taşıyan plakaların dinamik davranışına ilişkin çalışmalarda mevcuttur. Bunlara örnek olarak (Li ve Daniel, 2002), (Wu ve Luo, 1997) verilebilir. Yayılı kütle taşıyan bir plağın modal özellikleri de incelenmiştir (Kopmaz ve Telli, 2002 ve Wong 2002).

Bu çalışmada M_1 cismi uyarı kaynağı olduğundan bu cismin taban alanı üzerinde etkiyen bir yayılı yük tanımlanmalıdır. Bu yayılı yük sabit f_0 şiddetinde olmak kaydıyla yine iki boyutlu bir Heaviside fonksiyonuyla tanımlanacaktır. Bu eklenti kütlenin boyutları plak boyutlarına göre ihmal edilemeyecek mertebede olduğunda artık yayılı kütle modellerinin esas alınması gerçeğe uygun değerler bulabilmek için yerinde olacaktır.

Bu çalışmada hem sağ tarafsız, hem de sağ taraflı halde (3.4) denkleminin çözümünde Galerkin metodundan yararlanılmıştır. Başka bir ifadeyle plağın doğal frekans ve modal şekilleri de, zorlanmış titreşim cevabı da aynı metotla tayin edilmiştir.

Burada da (Gökdağ, 2005) deki gibi Ding(1996)'in giriş statik sehim fonksiyonlarından yararlanılmıştır. Galerkin metoduyla ulaşılan denklem takımlarının çözümü için (Gökdağ, 2005)' de yazılan MATLAB kodu üzerinde bazı küçük ilaveler yapılmıştır. Ayrıca ANSYS ve NASTRAN' da da modal analizler yapılmıştır.

3.2 Galerkin Metoduyla Çözüm

Bu kısımda (3.4) denkleminin sağ tarafça biraz genişletilmiş halinin çözümü için Galerkin metoduna dayalı bir prosedür geliştirilecektir. Bu prosedür zorlayıcı terimlerin göz önüne alınmaması ve alınması halleri için izah edilecektir. Önce (3.4) denklemini biraz genişletilmiş formda yazalım.

$$D\nabla^4 w(x, y, t) + \rho h (1 + \bar{\rho}_1 H_1 + \bar{\rho}_2 H_2) \ddot{w}(x, y, t) = f(t)H_1 + F(t)\delta(x-a, y-b) \quad (3.8)$$

Burada $f(t)$ H_1 fonksiyonuyla tanımlı plak bölgesine etkiyen ve zamanla değişken bir yayılı yükü temsil etmektedir. (3.8) denklemindeki terimlere bir boyut analizi uygulanırsa sol taraftaki ilk terimin analizinden $ML^{-1}T^{-2}$ olduğu anlaşılır. Burada M, L ve T mesela SI birim sisteminde uygun kütle, uzunluk ve zaman birimlerini temsil etmektedir. $f(t)$ yayılı yük olup boyutu $ML^{-1}T^{-2}$ 'dir, buna göre H_1 ve H_2 iki boyutlu Heaveside fonksiyonlarının boyutsuz olduğu anlaşılır. Buna mukabil $F(t)$ 'nin boyutu MLT^{-2} olduğundan δ Dirac fonksiyonunun L^{-2} boyutunda olması gerektiği görülür.

Ele alınan sistemin doğal frekansları ve ilişkin modal biçimleri bulunmak istenirse zorlayıcı terimler göz önüne alınmaz ve hareketin senkron olması şartı kullanılır. Galerkin metodu aslında sürekli ortama ait bir kısmi diferansiyel denklemini ayrıklaştırma suretiyle adi diferansiyel denklemler takımına dönüştürülmesi ve hareket senkronluğu şartı vasıtasıyla da bir özdeğer problemine ulaşılmışından ibarettir. Şu halde istenilen sayıda ve tabiatıyla istenilen hassasiyette doğal frekanslar ve bunlara ait modal şekiller bulunabilir.

(3.8)'in sağ tarafının halinin çözümü için $w(x, y, t)$ fonksiyonuna

$$w(x, y, t) \cong \sum_i \sum_j \bar{W}_{ij}(x, y) q_{ij}(t) \quad (3.9)$$

serisiyle yaklaşılır. Burada $\bar{W}_{ij}(x, y)$ fonksiyonları sağ tarafsız (3.8) denklemini sağlamayan, ancak incelenen fiziki sistemin hem geometrik, hem dinamik sınır şartlarını sağlayan fonksiyonlardır. Başka bir deyişle ele alınan sistem için mukayese fonksiyonlarıdır. Burada mukayese fonksiyonlar olarak Ding (1996) tarafından verilen giriş statik fonksiyonlarının çarpımından oluşan fonksiyonlar kullanılacaktır. Burada takip edilen yol, Gökdağ (2005)'in çalışmasındaki gibidir. Ancak prosedürün adımları açıklanacaktır.

Kolaylık açısından $\bar{W}_{ij}$ fonksiyonları Gökdağ (2005)'de yaptığı gibi

$$\xi = \frac{x}{a} \quad (a) \quad (3.10)$$

$$\zeta = \frac{y}{b} \quad (b)$$

boyutsuz koordinatları cinsinden ifade edilebilir. Bu durumda $q_{ij}(t)$ 'lerin boyutu uzunluk olacaktır.

Herhangi bir $\tilde{W}_{ij}(\xi, \zeta)$ fonksiyonu

$$\varphi_i(\xi) = C'_{i0} + C'_{i1}\xi + C'_{i2}\xi^2 + C'_{i3}\xi^3 + \sin(i\pi\xi) \quad (a) \quad (3.11)$$

$$\theta_j(\zeta) = C''_{j0} + C''_{j1}\zeta + C''_{j2}\zeta^2 + C''_{j3}\zeta^3 + \sin(j\pi\zeta) \quad (b)$$

gibi iki fonksiyonun çarpımı şeklinde olacaktır, yani

$$\tilde{W}_{ij}(\xi, \zeta) \equiv \varphi_i(\xi)\theta_j(\zeta) \quad (3.12)$$

bağıntısı mevcuttur.

(3.10) gereğince

$$\frac{\delta}{\delta x} = \frac{1}{a} \frac{\delta}{\delta \xi} \quad (a) \quad (3.13)$$

$$\frac{\delta}{\delta y} = \frac{1}{b} \frac{\delta}{\delta \zeta} \quad (b)$$

türev bağıntıların mevcudiyeti aşıkardır. Buna göre (3.9) serisinin yeni şeklindeki

$$W(\xi, \zeta, t) = \sum_i \sum_j \bar{W}_{ij}(x, y) q_{ij}(t) = \sum_i \sum_j \varphi_i(\xi) \theta_j(\zeta) q_{ij}(t) \quad (3.14)$$

şeklindeki formu

$$D\nabla^4 w(x, y, t) + \rho h(1 + \bar{\rho}_1 H_1 + \bar{\rho}_2 H_2) \ddot{w}(x, y, t) = 0 \quad (3.14)$$

denklemin de kullanılacak olursa ∇^4 ve $\ddot{}$ operatörleri açıkça yazıldığında

$$\begin{aligned}
& \frac{D}{a^4} \sum_i \sum_j \vartheta_i''' \theta_j q_{ij} + \frac{2D}{a^2 b^2} \sum_i \sum_j \varphi_i'' \theta_j'' q_{ij} + \frac{D}{b^4} \sum_i \sum_j \varphi_i \theta_j''' q_{ij} + \rho h \sum_i \sum_j \varphi_i \theta_j \ddot{q}_{ij} + \bar{\rho}_1 \left(\sum_i \sum_j \varphi_i \theta_j H_1 q_{ij} \right) \\
& + \bar{\rho}_2 \left(\sum_i \sum_j \varphi_i \theta_j H_2 q_{ij} \right) = \mathbf{H} \quad (3.15)
\end{aligned}$$

bulunur. Sağ taraftaki $\mathbf{H}$ harfi denklemin orijinal çözüm yerine sınırlı bir seri çözüm kullanılmasından kaynaklanan hataya işaret etmektedir. Burada (') işaretleri φ_i ve θ_j lerin kendi değişkenlerine göre adi türevlerine işaret etmektedir.

3.2.1 Galerkin Prosedürü

Galerkin prosedürü esasen

$$\int_D \bar{W}_{kl} H dD = 0 \quad (3.16)$$

olacak tarzda q_{ij} lerin tayinine dayanmaktadır. Burada D integral domenini tarif etmektedir ve burada incelenen sistem için bu kenarları a ve b olan dikdörtgen bir bölgedir, yani plaktır.

Şu halde (3.15)in her terimi $W_{kl} = \varphi_k \theta_l$ ile çarpılıp domen üzerinde entegre edilerek sıfıra eşitlenecektir. $1 \leq i(k) \leq N_x$ ve $1 \leq j(l) \leq N_y$ ise demek ki $N_x N_y$ defa bu işlem yapılacaktır. Bu ise $N_x N_y$ adet adi diferansiyel denkleme sevk eder. Şimdi

$$\begin{aligned} \alpha_{ik} &= \int_0^1 \varphi_i(\xi) \varphi_k(\xi) d\xi = \alpha_{jl} = \int_0^1 \theta_j(\zeta) \theta_l(\zeta) d\zeta \quad \alpha_{ik} = \\ \beta_{ik} &= \int_0^1 \varphi_i(\xi) \varphi_k''(\xi) d\xi = \beta_{jl} = \int_0^1 \theta_j(\zeta) \theta_l''(\zeta) d\zeta \\ \gamma_{ik} &= \int_0^1 \varphi_i'''(\xi) \varphi_k(\xi) d\xi = \gamma_{jl} = \int_0^1 \theta_j'''(\zeta) \theta_l(\zeta) d\zeta \\ \eta_{ik,1} &= \int_0^1 \varphi_i(\xi) \varphi_k(\xi) H_{1\xi} d\xi \\ \eta_{ik,2} &= \int_0^1 \varphi_i(\xi) \varphi_k(\xi) H_{2\xi} d\xi \\ \gamma_{j,l,1} &= \int_0^1 \theta_j(\zeta) \theta_l(\zeta) H_{1\zeta} d\zeta \\ \gamma_{j,l,2} &= \int_0^1 \theta_j(\zeta) \theta_l(\zeta) H_{2\zeta} d\zeta \end{aligned} \quad (3.17)$$

tanımlansın. Son dört integralde gözüken $H_{1\xi}$, $H_{21\xi}$, $H_{1\zeta}$, $H_{2\zeta}$ sembolleri H_1 ve H_2 fonksiyonlarını oluşturan ξ ve ζ ya bağlı kısımları göstermektedir.

Bu semboller kullanılarak (3.16) prosedürü uygulanır ve ayrıca

$$W_0 = \left(\frac{D}{qa^4} \right)^{1/2} \quad (a)$$

$$\eta = \frac{a}{b} \quad (b)$$

$$\mu_1 = \frac{q_1}{qh} \quad (c)$$

$$\mu_2 = \frac{q_2}{qh} \quad (d)$$

tanımlanarak gerekli düzenlemeler yapılırsa

$$\begin{aligned} & \sum_i \sum_j \gamma_{ik} \alpha_{jl} q_{ij} + 2\eta^2 \sum_i \sum_j \beta_{ik} \beta_{jl} q_{ij} + \eta^4 \sum_i \sum_j \beta_{ik} \beta_{jl} q_{ij} + \frac{1}{Wo^2} \sum_i \sum_j \gamma_{ik} \alpha_{jl} \ddot{q}_{ij} + \frac{\mu_1}{Wo^2} \\ & \sum_i \sum_j \eta_{ik,1} V_{jl,1} \ddot{q}_{ij} + \frac{\mu_2}{Wo^2} \sum_i \sum_j \eta_{ik,2} V_{jl,2} \ddot{q}_{ij} = 0 \end{aligned} \quad (3.19)$$

$$i=1, \dots, N$$

$$j=1, \dots, M$$

veya

$$A_{ij,kl} = \alpha_{ik} \alpha_{jl} + \mu_1 \eta_{ik,1} V_{jl,1} + \mu_2 \eta_{ik,2} V_{jl,2} \quad (a) \quad (3.20)$$

$$B_{ij,kl} = \gamma_{ik} \gamma_{jl} + 2\eta^2 \beta_{ik} \beta_{jl} + \eta^4 \alpha_{ik} \chi_{jl} \quad (b)$$

tanımlanırsa

$$\sum_i \sum_j A_{ij,kl} \ddot{q}_{ij} + Wo^2 \sum_i \sum_j B_{ij,kl} \ddot{q}_{ij} = 0 \quad (3.21)$$

bulunur. Bu aşamada

$$n = N_y(i-1) + j \quad i, k=1, \dots, N_x \quad (3.22)$$

$$m = N_y(k-1) + l \quad j, l=1, \dots, N_y$$

$$N = N_x N_y$$

gibi iki yeni indis tanımlanırsa (3.21) denklemini

$$\sum_{n=1}^N A_{n,m} \ddot{q}_n + \omega^2 \sum_{n=1}^N B_{n,m} q_n = 0 \quad m=1, \dots, N \quad (3.23)$$

formunu alır. Senkron hareket şartı

$$\ddot{q}_n = -\omega^2 q_n \quad (3.24)$$

(3.23) te kullanılır ve düzenleme yapılırsa

$$\left(\sum_{n=1}^N \omega^2 A_{n,m} - \omega_0^2 \sum_{n=1}^N B_{n,m} \right) q_n = 0 \quad (3.25)$$

$m=1, \dots, N$

bulunur. Bu denklem takımının çözümün var olması için

$$\det \left[\omega^2 A - \omega_0^2 \beta \right] = 0 \quad (3.26)$$

olması gerekir ki, buradan ω doğal frekansları bulunur. Açıktır ki, $N_x=5$, $N_y=6$ olursa $N=30$ olduğundan ilk otuz frekans bulunacaktır. (3.25) vasıtasıyla da her frekans için q_n ler oran şeklinde elde edilecektir yani r ninci ω_r frekans için $\tilde{q}^{-(r)}$ öz vektörünün bileşenleri

$$\omega_r^2 \tilde{A} \tilde{q}^{-(r)} = \omega^2 \tilde{\beta} \tilde{q}^{-(r)} \quad (3.27)$$

bağlantısı sağlanır. Buna göre r ninci ω_r doğal frekansına karşılık gelen modal yüzey

$$W(\xi, \zeta) = \tilde{W}^T (\xi, \zeta) \tilde{q}^{-(r)} \quad (3.28)$$

ile bulunur.

Yukarıda açıklanan teorik yaklaşık çözümün verdiği sonuçları doğrulamak amacıyla Gökdağ'ın (2005) verdiği ve Rayleigh-Ritz metoduna dayalı MATLAB kodu kullanılarak doğal frekanslar bulunmuş ve her iki yöntem ile bulunan sonuçların tamamen örtüştüğü tespit edilmiştir.

3.2.2 Galerkin Metoduyla Zorlanmış Titreşim Analizi

Daha önce verilen (3.8) denkleminin sağ tarafındaki tekil kuvvet ihmal edilirse;

$$D\nabla^4 w(x, y, t) + \rho h (1 + \bar{\rho}_1 H_1 + \bar{\rho}_2 H_2) \ddot{w}(x, y, t) = f_0(t) H_1 \quad (3.29)$$

denklemini elde olunur. Dikkat edilirse yayılı yükün şiddeti zamana bağlı olarak gösterilmiştir. Zira tahrik motorunun ürettiği kuvvetin düzey bileşeni zamanla sinüzoidal değişmektedir. (3.29) denkleminin (3.14) bağıntısıyla gidilirse ve (3.16) prosedürü uygulanırsa (3.25)'e benzer tarzda

$$\sum_{n=1}^N A_{n,m} \ddot{q}_n + \omega^2 \sum_{n=1}^N B_{n,m} q_n = F_m \quad m=1, \dots, N \quad (3.30)$$

denklemler takımını elde olunur. Tek serbestlik dereceli bir sistemin sönümsüz zorlanmış titreşim denklemini hatırlatacak tarzda

$$\begin{aligned} \tilde{M} &= \tilde{A} \\ \tilde{K} &= \omega_o^2 \tilde{B} \\ \tilde{F} &= \begin{Bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ \vdots \\ F_N \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (3.31)$$

tanımlarına (3.30) denklem takımı

$$\tilde{M} \ddot{\tilde{q}} + \tilde{K} \tilde{q} = \tilde{F} \quad (3.32)$$

şeklinde ifade edilebilir. (3.32) denklem takımı ikinci mertebeden N adet denklem içermektedir ve bunun herhangi bir diferansiyel denklem çözümüyle (Runge-Kutta, Euler, Adams, Baskfast vb.) çözülebilmesi için 2N adet birinci mertebeden denkleme dönüştürülmesi gerekir.

Buna göre;

$$\dot{\tilde{q}} = \tilde{u}$$

$$\dot{\tilde{u}} = -\tilde{M}^{-1} \tilde{K} \tilde{q} + \tilde{M}^{-1} \tilde{F} \quad (3.33)$$

tanımlanır. (3.33) bağıntıları tek bir matris denkleminde aşağıdaki gibi özetlenir:

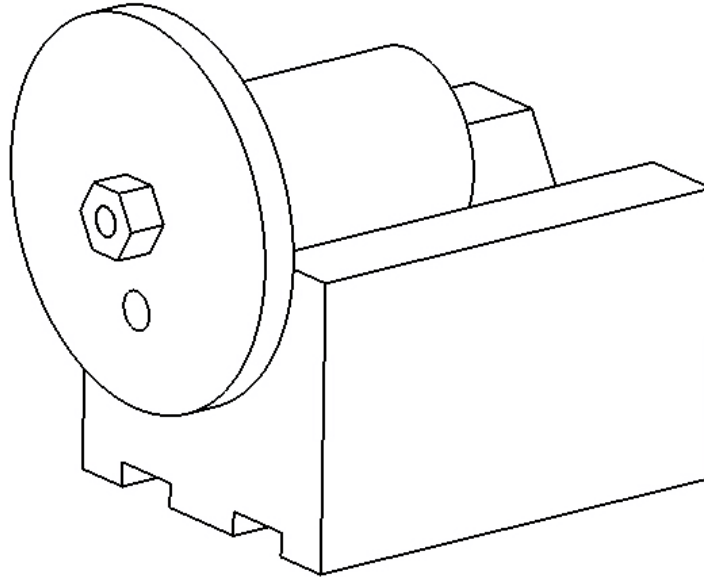
$$\begin{Bmatrix} \dot{\tilde{q}} \\ \tilde{u} \end{Bmatrix}_{2NXI} = \begin{bmatrix} \underset{\sim NxN}{O} & \dots\dots\dots \underset{\sim NxN}{I} \\ \hline \underset{\sim NxN}{-M^{-1}K} & \dots\dots\dots \underset{\sim NxN}{O} \end{bmatrix}_{2NXRN} \begin{Bmatrix} \tilde{q} \\ \tilde{u} \end{Bmatrix}_{2NXI} + \begin{Bmatrix} \underset{\sim NxI}{O} \\ \dots\dots\dots \\ \underset{2NXI}{M^{-1}F_{NxI}} \end{Bmatrix} \quad (3.34)$$

Burada $\underset{\sim NxN}{O}$, N satır ve N sütunlu tüm elemanları sıfır olan bir kare matrisi, $\underset{\sim NxN}{I}$ ise NxN lik bir matrisi temsil etmektedir. Matris parantezlerinin sağ alt köşesindeki ifadeler ise onların boyutlarını vermektedir. Mesela 2Nx1, 2N satırlı ve tek sütunlu matris anlamına gelmektedir. Denklem takımını (3.34) formuna getirip MATLAB'ta mevcut olan ode23 koduyla çözdürülmüştür.

Daha sonra (3.14) prosedürü uygulanarak plağın noktalarına arzu edilen zaman dilimi içinde titreşim şekillerinin değişimi elde edilmiştir.

3.3 Deney Düzeneği

Çalışmada yayılı kütleler olarak atölye manyetleri kullanılmıştır. Bu manyetlerin kütlesi 3,8 kg dır ve taban boyutları 75 x 95 mm dir. Esasında oturma tabanı tam dikdörtgen olmayıp büyük boyutta paralel iki dar dikdörtgen şerittir. Bu şeritlerin eni, manyetin eninin 1/3'i civarındadır. (Şekil 2) Bu manyetlerden birinin üzerine 12V'luk bir doğru akım motoru yerleştirilmiş olup motor şaftının ucuna merkezi şaft ekseninden 20mm mesafede 8mm'lik delik açılmış olan 80mm çapında ve 8mm kalınlığında bir çelik disk bağlanmıştır. Bu diskle beraber motorun toplam kütlesi 1.1 kg gelmektedir Şekil 3.2 Motor şaftı döndüğünde eksantrik delinen disk dönen bir merkezkaç kuvvete neden olmaktadır. Bu kuvvetde plağı arzulanan bir frekansta zorlanmış titreşimlere sevk etmektedir. Kullanılan D.A. motorunun maksimum devir sayısı dakikada 4000'dir. Plak olarak, alüminyum profilden bir çerçevenin alt ve üst çeneleri arasında allen saplamalarla tutturulan ve efektif boyutları 400 x 600mm ve kalınlığı ise 0,7mm olan bir sac levha kullanılmaktadır. Bu bağlantı şekliyle ankastre sınır şartları oluşturulmaya çalışılmıştır.



Şekil 3.2 Üzerinde motor bulunan kütlenin modeli

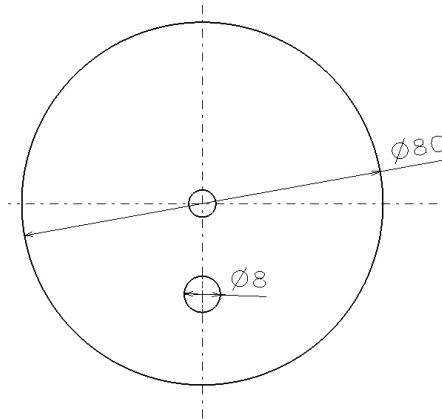
Motorun ürettiği merkezkaç kuvvetin frekansı, eklentili plağın doğal frekanslarından birine tekabül ettiğinde o frekansa ait modal bileşen baskın hale gelir ve plak büyük çapta o modal şekli alır. Burada oluşan nodal yüzeyin nodal çizgileri ile karın bölgelerini görünür hale getirmek için plak üzerine ince kum serpilmiştir. Kum taneleri genelde çok düşük veya sıfır genlikle titreşen bölgelerde birikirler; böylece nodal çizgiler nispeten gözlenir hale gelir.

Burada tahrik motorunu taşıyan kütle sabit tutulup, diğer kütlelerin konumu değiştirilmek suretiyle bu geçici kütlelerin en az genlikle titreşeceği pozisyonun tespitine çalışılmıştır. Böyle bir deneysel çalışmada ihtimallerin sayısını azaltmak için teorik bir hazırlık yapılmasının gerektiği açıktır. Bu nedenle (3.4) denkleminin yaklaşık analitik çözümü Gökdağ(2005) tarafından verilen MATLAB kodundan yararlanılarak yapılmıştır.

Merkez kaç kuvveti şöyle hesaplanabilir. Diskten çıkarılan kütle $\Delta_M = \pi D^2 k \rho / 4$ bağıntılarından bulunur. Burada D boşaltma çapı, k disk kalınlığı ve ρ diskin hacimsel yoğunluğudur ve sırasıyla $D = 0.008$ m, $k = 0.008$ m ve $\rho = 7850$ kg/m³ olduğuna göre $\Delta_M = 3,16 \cdot 10^{-3}$ kg olarak bulunur. Merkez kaç kuvveti genliği $F_M = \Delta_M \omega^2 r$ ile hesaplanır. Burada ω motorun açısal hızı ve r ise boşaltmanın dönme eksenine olan mesafesidir, $r = 0,02$ m olup, motorun dakikada devir sayısı n_M ile açısal hız arasındaki $\omega = \pi n_M / 30$ bağıntısı göz önüne alınırsa F_M kuvveti için devir sayısına bağlı değişen

$$F_M = 6,313 \cdot 10^{-5} n_M^2 \quad (\text{Newton}) \quad (3.29)$$

formülü elde edilir. Şekil 3.3



Şekil 3.3 Motorun miline takılan dengelenmemiş disk

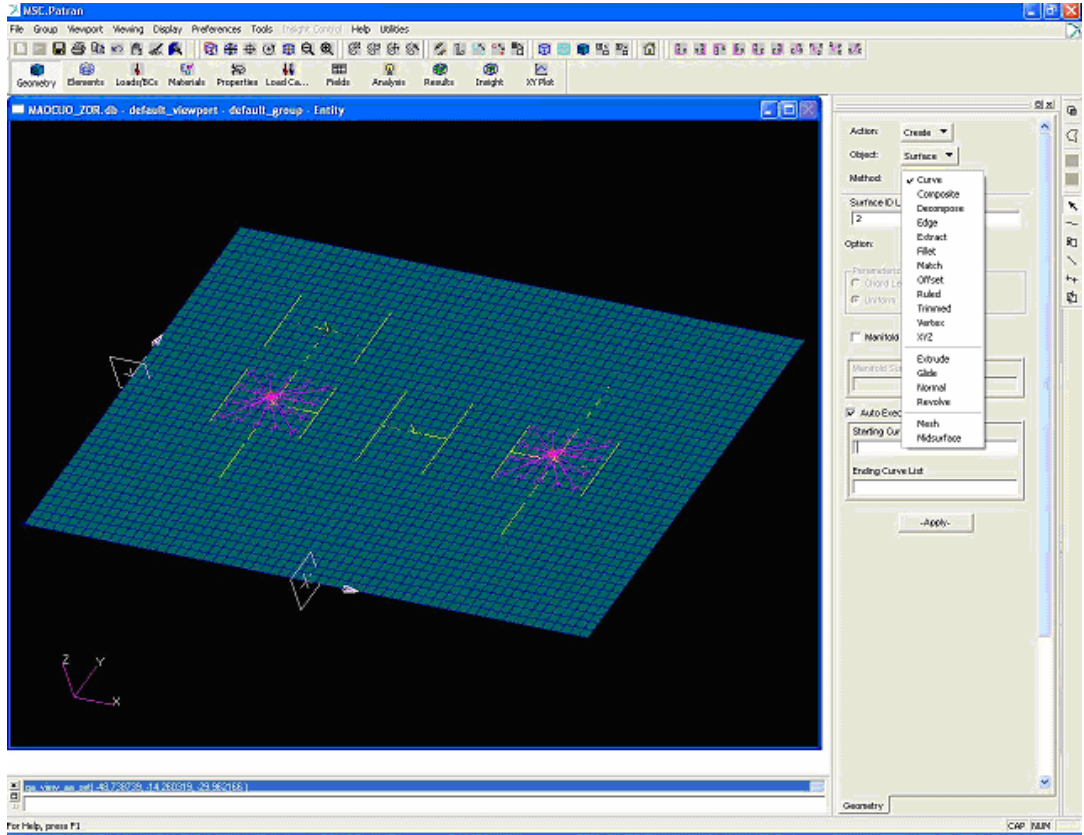
3.4 Sonlu Eleman Analizleri

Galerkin metoduyla incelenen sistemin doğal frekansları ve ilişkin modal yüzeyleri elde edilmekle beraber, yöntemin güvenilirliğini kontrol amacıyla NASTRAN ve ANSYS sonlu elemanlar yazılımından da yararlanılmıştır. Bu suretle teorik modellerin kıyasını ve en azından teknik açıdan önemli olan ilk dört veya beş frekansın değeri hakkında fikir edinmenin mümkün olacağı düşünülmüştür.

NASTRAN(genelde herhangi bir sonlu eleman yazılımında modelin oluşturulması aşamaları aşağıdaki gibi sıralanabilir.

a) Blok geometrisinin yüzey olarak tanımlanması

İlk olarak dört kenar oluşturularak yüzeyin kenarları oluşturulur. Ardından bu kenarlar kullanılarak yüzey oluşturulur. Şekil 3.4



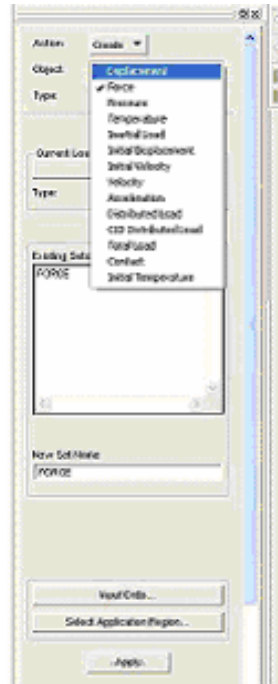
Şekil 3.4 NASTRAN yazılımı için yüzey oluşturma örneği

- b) Yüzey elemanlarına bölünür. Katı (solid) veya kabuk (shell) eleman kullanılabilir. Burada dörtgen kabuk eleman (quad) kullanılmıştır, Şekil 3.5 .



Şekil 3.5 NASTRAN yazılımında eleman tipleri

- c) Sınır şartları seçilen nodlara (ki burada bu nodlar plağın kenarlarını oluştururlar) uygulanmış, Şekil 3.6 .

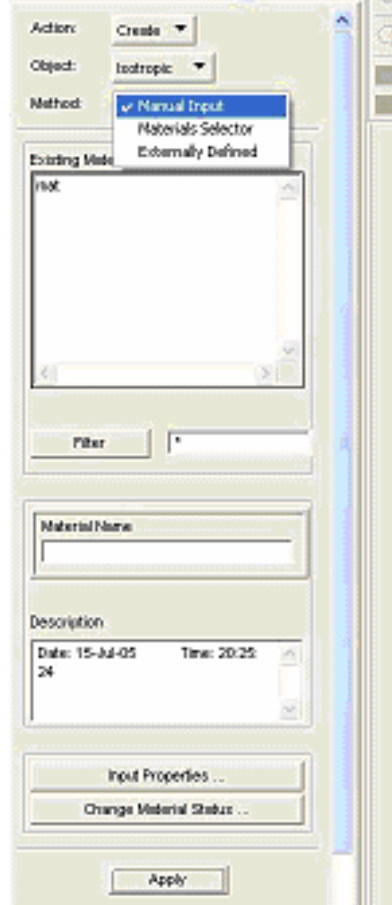


Şekil 3.6 NASTRAN yazılımı sınır şartı tanımı

ç) Malzeme özellikleri(elastisite modülü, Poisson oranı) girilir.

Elastisite modülü ve Poisson oranı girilir.

Şekil 3.7' de değerlerin nasıl girildiği görülmektedir.

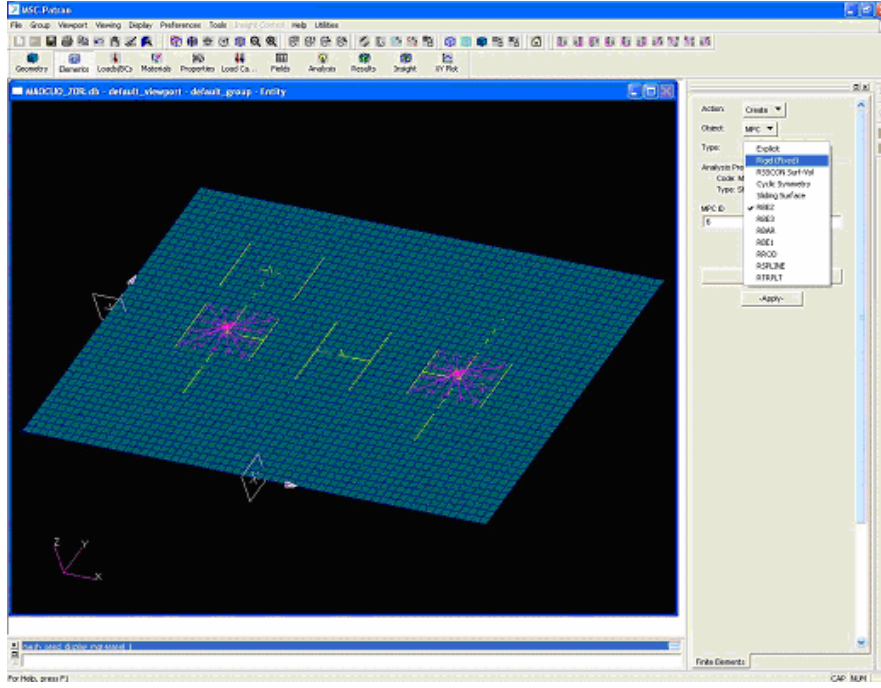


Şekil 3.7 NASTRAN yazılımında malzeme tanım

d) Plâğın belli bölgelerinde yayılı kütlelerin tanımlanması

Yayılı kütleler taban alanı üzerinde yer alan nodlara dağıtılarak tanımlanır,

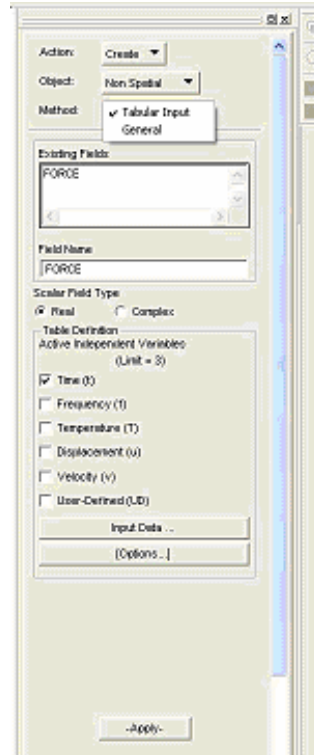
Şekil 3.8 .



Şekil 3.8 NASTRAN yazılımında yayılı kütle tanımı

e) Harmonik tekil kuvvet tanımlanır.

Şekil 3.9'da gerekli datanın nasıl girildiği görülmektedir.



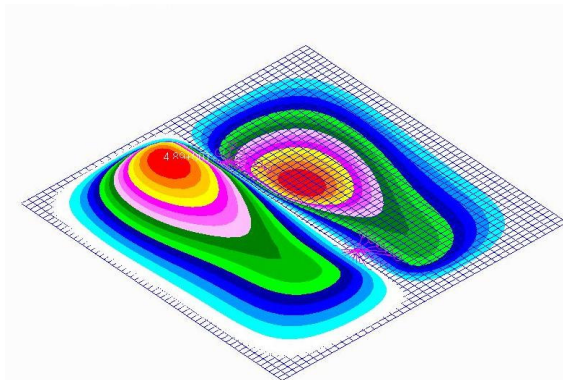
Şekil 3.9 NASTRAN yazılımında tekil kuvvet tanımı

- f) Modal analiz veya zorlanmış titreşim analizinden biri tercih edilir. Şekil 3.10



Şekil 3.10 NASTRAN yazılımında analiz tipleri

Bu ön işlemler sürecinden sonra çözümlemem başlatılır. Son işlemlerde gerekli komutlar girilerek bulunan sonuçların prezentasyonu gerçekleştirir. Örneğin modal deplasmanların gösterilmesi, hesaplanması mertebelerine göre renkli bantlar oluşturulması gibi. Buna örnek bir ekran çıktısı Şekil 3.11’ de gösterilmiştir.



Şekil 3.11 Sonuçların görsel sunumunu veren bir ekran çıktısı

4. NÜMERİK VE DENEYSEL SONUÇLAR

4.1 Teorik Modellerin Karşılaştırılması

Galerkin prosedürüne dayalı olarak geliştirilen MATLAB kodunda bulunan doğal frekansların ve modal şekillerin sayısı metotla seçilen φ ve θ fonksiyonlarının sayısına bağlıdır. Mesela 8 adet φ ve θ fonksiyonu ile probleme yaklaşılsa $8 \times 8 = 64$ adet frekans bulunur. Bu fonksiyonların sayısı artıktıkça daha önce bulunan frekanslara yenileri ilave olur ve öncekilerde de muhtelif mertebelerde değişiklik olur. Tablo 4.1'de 5'er adet φ ve θ kullanılması ile 7 şer adet kullanılması halinde ilk 10 frekansın değerlerinin nasıl etkilendiği gösterilmiştir. Fonksiyon sayısı artıktıkça ilk frekanslardaki değişim ihmal edilebilir düzeye gelmektedir. Bunun açıklaması enerjinin ilk modlarda yoğun olması şeklinde yapılabilir.

Tablo 4.1 Fonksiyon sayısındaki değişimin frekanslara etkisini gösteren tablo

h=0.007m Fonksiyon Sayısı 5	h=0.007m Fonksiyon Sayısı 7	h=0.0075m Fonksiyon Sayısı 5	h=0.0075m Fonksiyon Sayısı 7
6.8003	6.7848	7.5309	7.5140
8.1730	8.1109	9.0531	8.9845
25.5270	24.5316	28.1451	27.0643
31.7831	30.1014	35.1248	33.2672
31.8126	31.5525	35.1310	34.8853
35.6981	33.7669	39.3783	37.2866
64.7067	64.3842	70.0773	69.7242
74.6058	69.1759	81.2767	75.7077
88.3434	82.8791	96.8016	91.0243
102.4082	90.4720	111.0487	98.6677

Tablo 4.1'in incelenmesinden fonksiyon sayısındaki artışın frekanslarda azalmaya neden olduğu gözlenmektedir. Burada verilmemekle birlikte fonksiyon sayılarındaki artışın belli bir değerden sonra özellikle ilk frekansda ciddi bir değişime yol açmadığı, ancak yüksek

frekansların daha fazla etkilendiği gözlemlenmiştir. Yüksek frekanslardaki bu etkilenme Tablo 4.1'de de kolayca görülmektedir. Bu olay mekanik enerjinin düşük frekanslarda daha yoğun olmasıyla açıklanmaktadır.

Çalışmanın deneysel kısmıyla mukayese yaparken göz ardı edilmemesi gereken hususlardan biri de malzeme özelliklerinin gerçekçi tanımlanmasıdır. Bu çalışmada plağın elastisite modülü, Poisson oranı ve yoğunluk değeri için literatürde alınan ortalama değerler kullanılmıştır. Dolayısıyla teorik ve deneysel sonuçların bir bir örtüşmesi bu bağlamda mümkün olmayabilecektir. Ayrıca plak rijitliğinde plak kalınlığının kübü payda yer aldığından kalınlıktaki +%10 luk bir değişim rijitliği %33 ve dolayısıyla frekanslar %15 mertebesinde etkileyecektir. Keza elastisite modülünde %10 luk bir hata, frekansta %5 lik bir değişime yol açacaktır. Fiziki parametrelerdeki belirsizliğin etkisini incelemek için bir sayısal analiz yapılmış olup kalınlıktaki ve Poisson oranındaki değişimlerin ilk üç frekansa etkileri Tablo 4.2 ve 4.3 te gösterilmiştir. Poisson oranındaki değişimin çok ciddi bir etkisi olmadığı anlaşılmaktadır. Buna karşılık kalınlıktaki değişim yukarıda da değinildiği gibi daha etkindir.

Tablo 4.2 5 adet fonksiyon frekansların h ve ν ye bağlı değişim

h	0.0007	0.00075	0.0008	0.0009	0.001
$\nu=0,3$	6.8003	7.5309	8.2845	9.8571	11.5118
	8.1730	9.0531	9.9611	11.8570	13.8534
	25.5270	28.1451	30.8253	36.3550	42.0871
	31.7831	35.1248	38.5240	45.5644	52.8989
	31.8126	35.1310	38.5743	45.7295	53.2176
	35.6981	39.3783	43.1500	50.9466	59.0493
	64.7067	70.0773	75.5061	86.5351	97.7885
	74.6058	81.2767	87.9715	101.4123	114.9029
	88.3434	96.8016	105.3999	122.9731	140.9851
	102.4082	111.0487	119.7188	137.1300	154.6150
	107.0868	115.9193	124.7779	142.5604	160.4139
	113.3310	123.0870	133.0323	153.4456	174.4829
	146.3184	157.4771	168.6546	191.0564	213.5087
	155.2383	166.8084	178.4316	201.8335	225.4374
	165.1656	177.4399	189.7668	214.5772	239.5943
	167.1360	179.8976	192.6759	218.2798	243.9433
	202.3719	218.4119	234.4886	266.7209	299.0235

h	0.0007	0.0075	0.0008	0.0009	0.001
v=0,25	6.6998	7.4196	8.1621	9.7115	
	8.0523	8.9193	9.8139	11.6818	11.3417
	25.1498	27.7293	30.3698	35.8179	13.6487
	31.3135	34.6058	37.9548	44.8911	41.4652
	31.3426	34.6120	38.0043	45.0538	52.1173
	35.1707	38.7964	42.5124	50.1938	52.4313
	63.7506	69.0419	74.3904	85.2565	58.1768
	73.5034	80.0757	86.6716	99.9139	96.3436
	87.0380	95.3713	103.8426	121.1561	113.2052
	100.8950	109.4079	117.9499	135.1038	138.9019
	105.5045	114.2065	122.9342	140.4540	152.3304
	111.6564	121.2683	131.0666	151.1783	158.0436
	144.1564	155.1502	166.1625	188.2334	171.9048
	152.9445	164.3437	175.7951	198.8513	210.3539
	162.7252	174.8181	186.9628	211.4067	222.1063
	164.6664	177.2394	189.8290	215.0546	236.0541
	199.3817	215.1847	231.0238	262.7799	240.3388
					294.6052

Tablo4.3 7 adet fonksiyon frekansların h ve v ye bağlı değişim

h	0.0007	0.00075	0.0008	0.0009	0.001
v=0,3	6.7848	7.5140	8.2661	9.8356	11.5
	8.1109	8.9845	9.8859	11.7682	13.8
	24.5316	27.0643	29.6596	35.0228	40.6
	30.1014	33.2672	36.5211	43.2753	50.3
	31.5525	34.8853	38.3140	45.4419	52.9
	33.7669	37.2866	40.8994	48.3839	56.2
	64.3842	69.7242	75.1104	86.0232	97.1
	69.1759	75.7077	82.2915	95.5700	108.9
	82.8791	91.0243	99.3189	116.3154	133.8
	90.4720	98.6677	106.9264	123.5938	140.4
	100.0074	108.9658	117.9495	135.9644	154.0
	105.2240	114.1143	123.1970	141.9196	161.3
	109.0430	119.2836	129.7069	151.0478	173.0
	118.6004	129.5739	140.6943	163.2912	186.2
	133.6802	143.9035	154.1765	174.8749	195.8
	150.7030	161.9504	173.2418	195.9601	218.9
	159.9915	172.6893	185.5045	211.4913	238.0

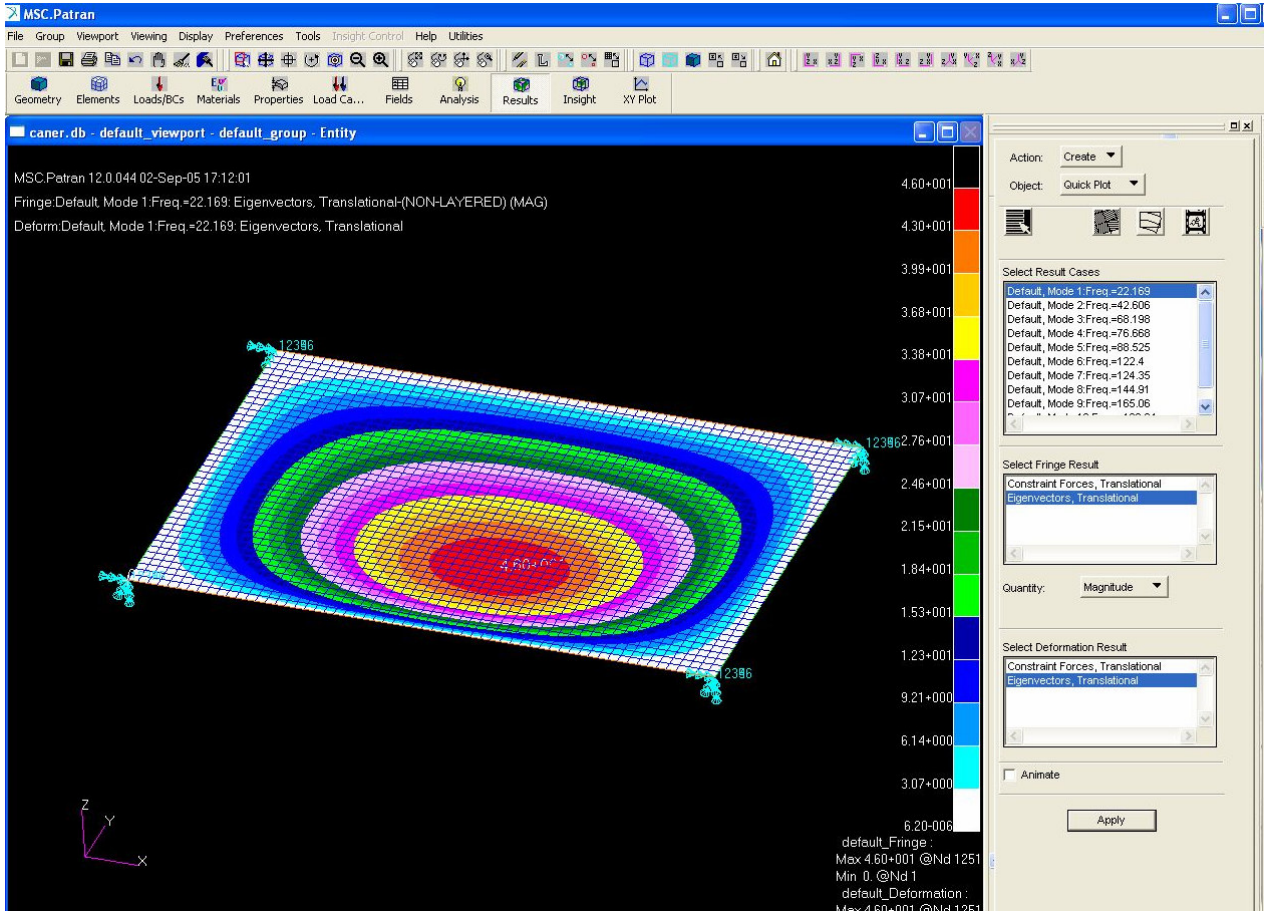
h	0.0007	0.0075	0.0008	0.0009	0.001
$\nu = 0,25$	6.6846	7.4029	8.1439	9.6903	11.3
	7.9911	8.8518	9.7398	11.5943	13.5
	24.1691	26.6644	29.2214	34.5053	40
	29.6566	32.7756	35.9814	42.6359	49.6
	31.0863	34.3698	37.7478	44.7704	52.1
	33.2680	36.7356	40.2950	47.6690	55.4
	63.4329	68.6939	74.0006	84.7522	95.7
	68.1538	74.5890	81.0756	94.1579	107.3
	81.6545	89.6793	97.8514	114.5968	131.8
	89.1352	97.2098	105.3464	121.7676	138.3
	98.5297	107.3557	116.2067	133.9554	151.7
	103.6692	112.4282	121.3766	139.8226	159.0
	107.4318	117.5211	127.7904	148.8160	170.4
	116.8480	127.6594	138.6155	160.8784	183.5
	131.7050	141.7772	151.8984	172.2910	192.9
	148.4762	159.5575	170.6820	193.0647	215.6
	157.6275	170.1377	182.7636	208.3663	234.4

MATLAB kodunun güvenilirliğini sınamak için ANSYS yazılımında eklentisiz plağın hem dört kenarı basit hem de dört kenarı ankastre hal için ilk altı frekans hesaplanmış olup, Galerkin prosedürüyle bulunan frekanslarla virgülden sonraki ikinci haneye kadar çakışma halinde oldukları gözlemlenmiştir. Nitekim Tablo 4.4'te her tarafı basit ve her tarafı ankastre eklentisiz plak için ilk üç frekansın değerleri mukayese için verilmiştir. Ankastre plak için Galerkin prosedüründe fonksiyon sayıları 5 ve sonra 7 alınarak iki ayrı hesap yapılmıştır.

Tablo 4.4 Her tarafı basit ve ankastre mesnetli eklentisiz plaklar için MATLAB kodu, NASTRAN ve ANSYS yazılımlarında bulunan frekansların mukayese tablosu

Frekans	Basit Mesnetli Plak		Ankastre Plak		
	ANSYS	GALERKİN Fonksiyon Sayısı:5	ANSYS	GALERKİN	
				Fonksiyon Sayısı:5	Fonksiyon Sayısı:7
1. frekans	15.529	15.536	29.398	29.434	29.432
2. frekans	29.850	29.878	45.361	45.463	45.455
3. frekans	47.766	47.805	71.945	72.078	72.069

MATLAB koduyla karşılaştırma amaçlı benzer bir analiz NASTRAN yazılımında da yapılmış olup, ANSYS' dekiyle örtüşen sonuçlar alınmıştır. NASTRAN' da basit mesnetli eklentisiz plağın frekansları bulunmuştur. Bu sistemin frekanslarını veren teorik formül KOPMAZ,TELLİ (2002)'de mevcut oradan bulunan değerler ve ayrıca yazılan MATLAB kodunun verdiği değerlerin NASTRAN sonuçlarıyla tamamen uyumlu olduğu görülmüştür. Şekil 4.1 de basit mesnetli eklentisiz plağın ikinci moduna ait modal yüzey ile sağ üst pencerede ilk dokuz frekansın görüldüğü bir ekran çıktısı verilmiştir. Buradaki frekanslar Tablo 4.4' de verilenlerden biraz farklıdır. Çünkü kalınlık ve yoğunluk farklı alınmıştır. Ancak bu frekanslar hem [KOPMAZ,TELLİ] deki teorik formülün verdiği değerle hem de Galerkin metodundakiler ile örtüşmektedir.



Şekil 4.1 Basit mesnetli eklentisiz plağın ikinci moduna ait modal yüzey

Geliştirilen MATLAB kodunun verdiği sonuçlar eklentisiz plak için ANSYS ve NASTRAN yazılımlarından da alınan sonuçlarla tamamen uygundur. Buna karşılık eklentilerin varlığı halinde MATLAB kodunun sonlu elemanlar yazılımlarıyla farklı sonuçlar verdiği saptanmıştır. Bunun yanı sıra ANSYS ve NASTRAN yazılımlarında eklentili plağa ilişkin analizlerde doğal frekanslarda bir farklılığın ortaya çıktığı gözlemlenmiştir. Bu alt bölümde söz konusu karşılaştırmalara yer verilecek ve farklılığın izahına çalışılacaktır.

$M_{TEK} = 2.995$ kg, $M_{TEdK} = 1,725$ kg, plak ve kütle ile ilgili malzeme sabitleri olarak $E = 2.1 \times 10^{11}$ N/m², $\nu = 0.3$, $a = 0,4$ m, $b = 0.6$ m, $h = 0.007$ m, $\rho = 7860$ kg/m³ alınarak yapılan nümerik testlerde ANSYS' de ve NASTRAN' da bulunan sonuçlar Tablo 4.5' de verilmiştir.

Tablo 4.5 ANSYS ve NASTRAN'da farklı çözüm metotlarının frekanslara olan etkisi

ANSYS Analiz Sonuçları		NASTRAN Analiz Sonuçları
Reduced Method	Black Lanczos Method	
16	15.7	16.1
20	20.3	21.2
46	45.9	54.5
57	54.6	66.1
63	59.7	84.2
69	64.6	101.8
74	74	114.5

ANSYS sonuçlarında iki ayrı kolon bulunması iki ayrı metotla modal analiz yapılmış olmasındandır. Plak için Shell 63 eleman, kütleler için solid elemanlar kullanılmıştır. Kütleler ile plak nodlarda rijit bağlanmıştır. Sınır şartları plak için dört kenardan ankastredir. NASTRAN'da da kabuk (Shell) eleman kullanılmıştır. Sonuçların dördüncü frekanstan itibaren farklılığı dikkat çekicidir. Burada kayda değer bir husus, NASTRAN analizinde eklenti kütlelerin ANSYS' tekinden farklı olarak kütlelerin oturma alanında yer alan noktasal kütleler olarak dağıtılmış olmasıdır; yani yayılı kütleler nokta kütleler topluluğuyla temsil edilmektedir. Dolayısıyla seçilen çözüm yöntemlerinin ve eklenti kütlelerin tanımlanma tarzının sonuçları etkilediği görülmektedir. Ne var ki, ilk iki frekans sayısal değeri oldukça uyumlu görünmektedir.

MATLAB Galerkin prosedürüne dayanmaktadır ve burada yayılı kütleler iki boyutlu birim basamak fonksiyonlarıyla tanımlanmakta ve tamamen rijit oldukları düşünülmektedir.

Neticede söz konusu üç analiz tekniğinin her birinde eklentinin tanımlanması farklılık arz etmektedir ve bu da sonuçlara etkimektedir.

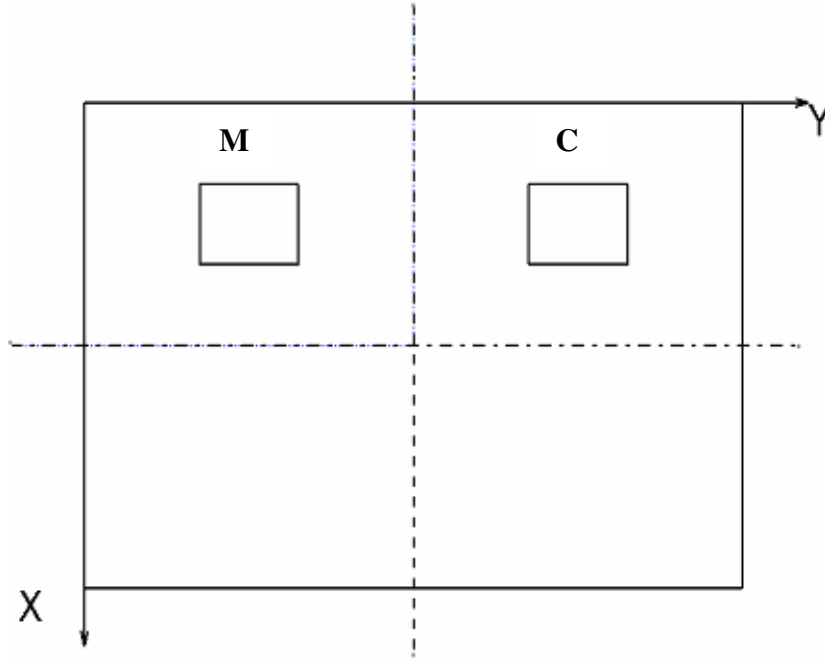
Galerkin metodunda mukayese fonksiyonlarının sayısı arttıkça hesaplanan frekans sayısı da artacaktır. Bu özellik sonlu eleman yazılımlarında MATLAB kodunu ayıran önemli bir noktadır. Deney düzeneği doğal frekansların tespitine olanak verecek nitelikte olmadığından teorik ve deneysel sonuçlar arasında doğrudan bir mukayese mümkün olmamaktadır. Ancak sınanmış ve yaygın kullanılan yazılımlar olması nedeniyle ANSYS ve NASTRAN 'da bulunan sonuçlara, en azından ilk frekansa gerçek frekansa yakın değerler gözüyle bakılabilir. Diğer önemli bir nokta ankastre sınır koşullarının ne ölçüde gerçekleştirildiğidir. Deney düzeneğinde plak sacı, iki alüminyum kasa arasında cıvatalar vasıtasıyla sıkıştırılarak bu sınır şartı sağlanmaya çalışılmıştır.

MATLAB kodunda kütleler plağa bir tür kaynaklanmış gibi düşünülmektedir. Daha doğrusu uygulanan matematiksel model prosedür dolaylı olarak bu yaklaşıma dayanmaktadır. Ayrıca kütlelerin atalet momenti etkisi göz önüne alınmamaktadır ve çıkış noktası plağın eğilme titreşimleri denklemdir. Buna karşılık sonlu elemanlar yazılımları modal analizle muhtemel tüm modları bulacak tarzda yapılandırılmıştır.

4.2 Deney Sonuçları

Deneylerin amacı tahrik kuvveti üretmeyen kütlenin deplasman ve/veya ivmesini tayin etmektir. İkincil bir amaç ise tahrik kuvveti frekansını mümkünse doğal frekanslardan biri civarına getirip ilgili modal şekli kum tanecikleri vasıtasıyla tayine çalışmaktır. Bundan böyle motor bağlı kütleye tahrik edici kütle (TEK) , diğerine ise tahrik edilen kütle (TEdK) denilecektir. Tahrik edilen kütlenin ivmesinin tayinin de SONY veri toplama kartı cihazı ve buna ait piyezo elektrik ivmeölçer ve toplanan verilerin işlenmesi amacıyla **ncode®** yazılımı kullanılmıştır. Burada beş hal incelenmiştir. Bu haller sırasıyla şöyledir.

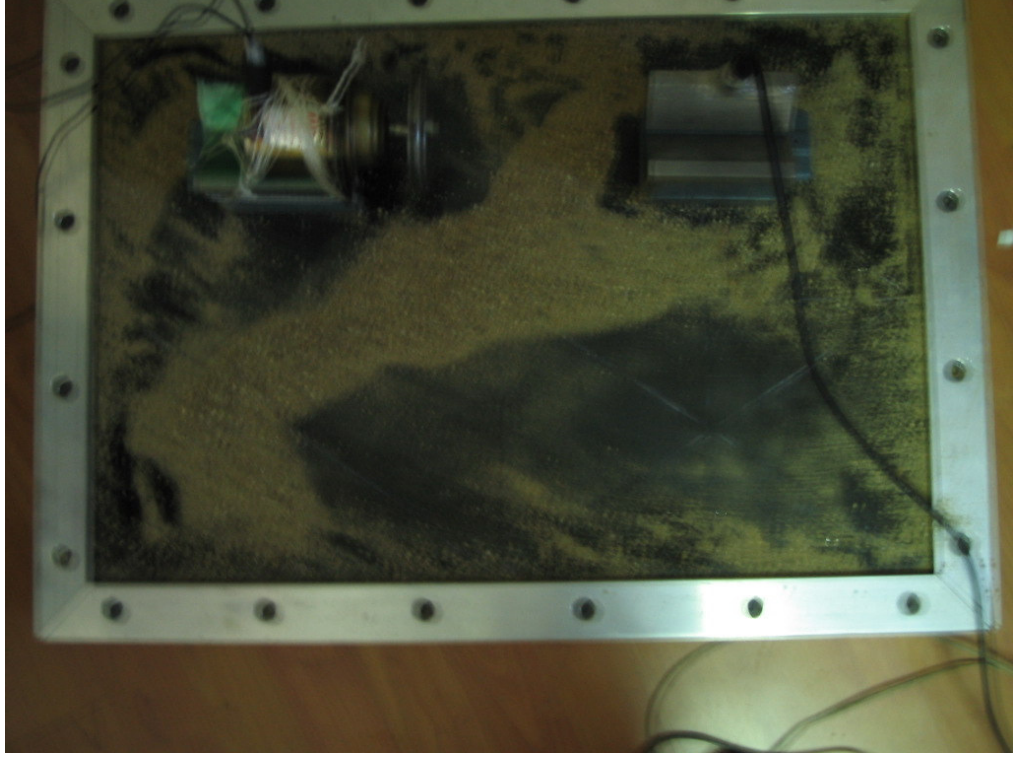
1. Hal : TEK ve TEdK plağın boylamasına uzun kenarları plağın uzun kenarına paralel gelecek tarzda ve merkezleri yarım plağı oluşturan çeyrek dilimlerin merkezleriyle çakışacak tarzda yerleştirilmişlerdir, Şekil 4.2



Şekil 4.2 1.Halde TEK ve TEdK' nın konumları

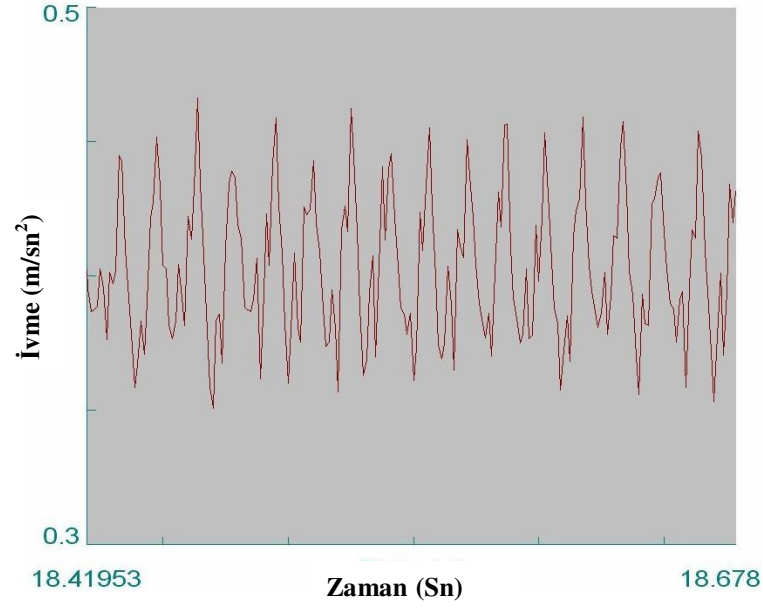
Bu hal için ~ 3900 devir/dakikalık motor devrinde kum taneciklerinin belirli bölgelerde toplandığı görülmüştür. Dolayısıyla bu devir sayısı civarında doğal frekanslardan birinin

olabileceği değerdendirmesi yapılmıştır.NASTRAN analizine göre bu hale ait ilk dört frekans $f_1 = 11.4$ Hz, $f_2 = 13.4$ Hz, $f_3 = 44.1$ Hz, $f_4 = 62.8$ Hz tir. 3900 devir/dak ise $f = 3900/60 = 65$ Hz e tekabül etmektedir ki bu yukarıdaki beklentinin yerinde olduğunu göstermektedir. Bu hale ait zorlanmış titreşim deneyinden bir enstantane Şekil 4.3 'de gösterilmektedir.



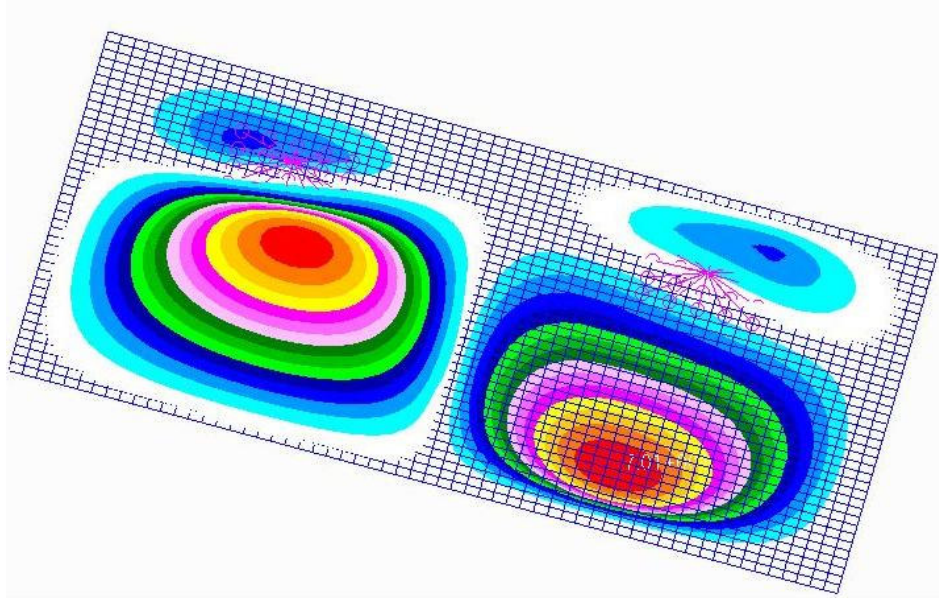
Şekil 4.3 1.Hal için deney görüntüsü

Fotoğraflarda belirgin olması için biraz fazla miktarda kum kullanılmıştır, bu nedenle belirli bölgelerde kum taneciklerinin birbiri üzerine yığılması nedeniyle nodal ve anti nodal çizgilerin tamamı net bir şekilde elde edilememiştir. Bu durum incelenmesinde TEdK ya ait zaman domenindeki ivme değişimi Şekil 4.4 'teki gibidir.



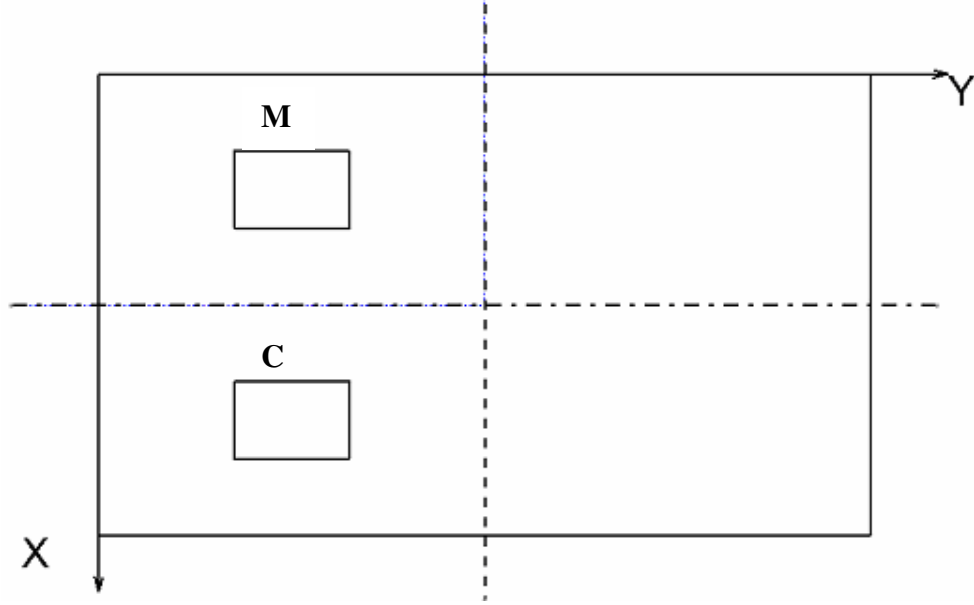
Şekil 4.4 1.Halde TEdK ya ait ivme değişimi

1.Hal için NASTRAN yazılımında yapılan analizin 4. frekans için elde edilen sonuç Şekil 4.5'te verilmektedir. Elde edilen sonuç deney düzeneğinden elde edilen sonuçla benzerlik göstermektedir.



Şekil 4.5 1.Halde 4. moda ait NASTRAN analizi modal yüzeyi

2. Hal : Bu hal için TEK aynı yerde olup , TEdK' nın yeri değiştirilmiştir. Şekil 4.6 Bu hale ait ilk dört frekans $f_1 = 10.45$ Hz, $f_2 = 16.93$ Hz, $f_3 = 36.13$ Hz, $f_4 = 64.45$ Hz tir. Deney 3800 devir/dakika da gerçekleştirilmiştir ve bu tahrik frekansı yine $f = 63$ Hz 'e karşılık gelir ki bu ise dördüncü doğal frekansın zorlanmış titreşimde baskın olacağına işaret eder



Şekil 4.6 2.Halde TEK ve TEdK' nın konumları

Deneyden alınan bir fotoğraf şekil 4.7 da sunulmuştur.



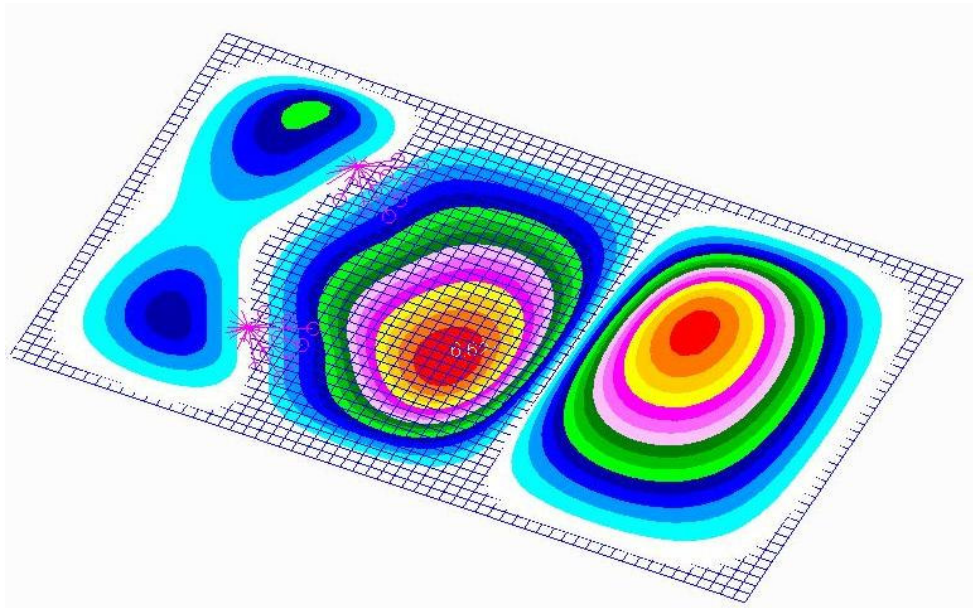
Şekil 4.7 2. Hal için deney görüntüsü

Ayrıca TEdK ya ait ivme değışimi Şekil 4.8' de verilmektedir.



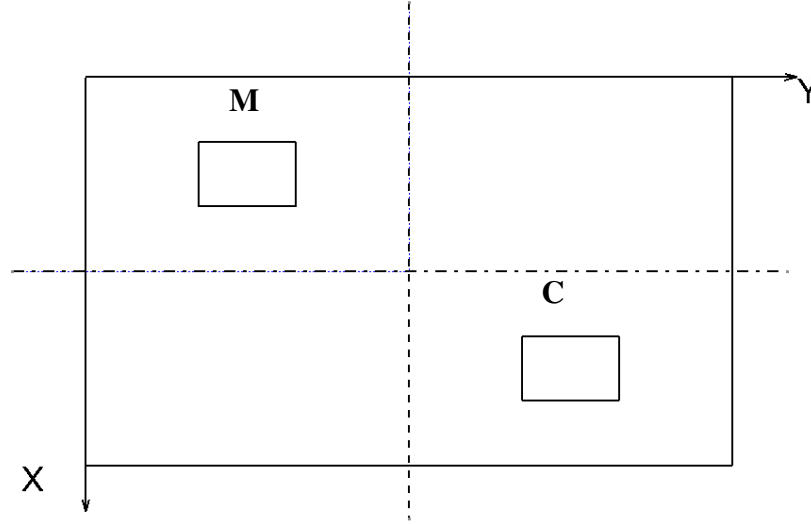
Şekil 4.8 2. Halde TEdK ya ait ivme değışimi

2.Hal için NASTRAN yazılımında yapılan analizinde 4. frekans için elde edilen sonuç Şekil 4.9'de verilmektedir. Elde edilen sonuç deney düzeneğinden elde edilen sonuçla benzerlik içermektedir.



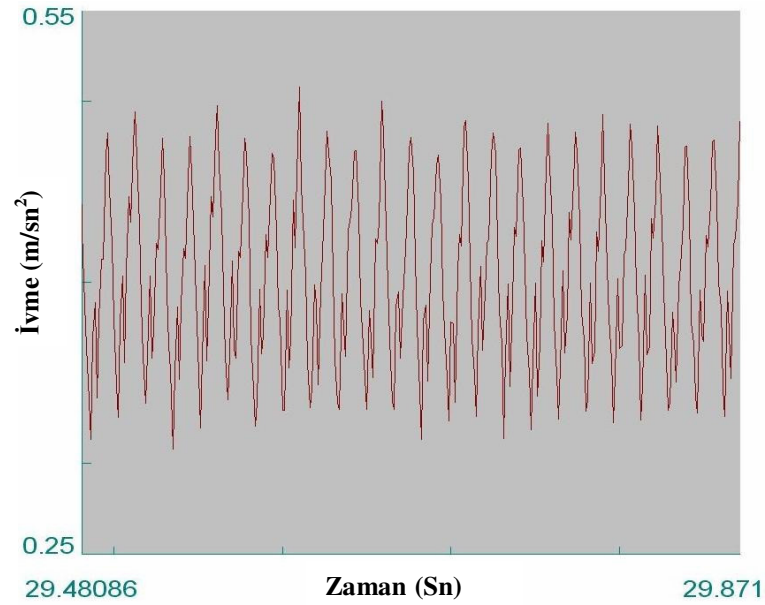
Şekil 4.9 2.Halde 4. moda ait NASTRAN analizi modal yüzeyi

3.Hal: Bu halde de TEK nin yeri değişmekte, buna karşılık TEdK plağın çapraz çeyreğinde yer almaktadır. şekil 4.10 Modal analizden bulunan ilk dört frekans $f_1 = 11.5$ Hz, $f_2 = 13.5$ Hz, $f_3 = 45.5$ Hz, $f_4 = 60.5$ Hz tir. Burada zorlanmış titreşim deneyi ~3600 devir/dak gerçekleştirilmiştir.



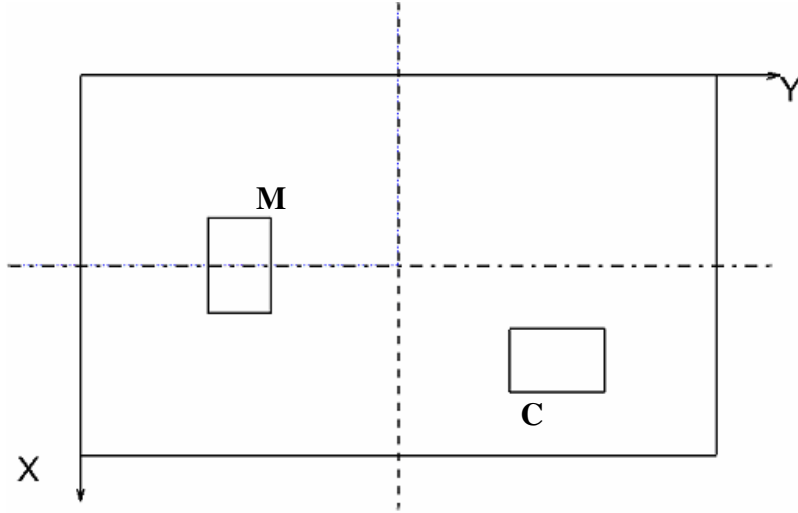
şekil 4.10 3.Halde TEK ve TEdK' nın konumları

Bu hale ait ivme grafiği şekil 4.11 'de görülmektedir.



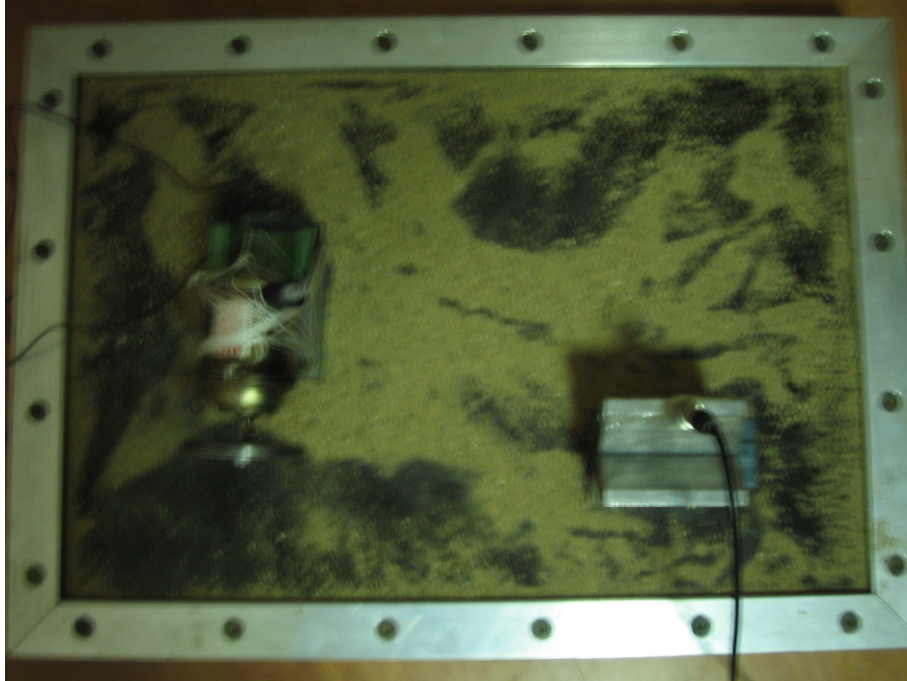
şekil 4.11 3.Halde TEdK ya ait ivme değişim

4.Hal : Bu durum incelemesi merkez aç kuvveti etkiye düzleminin öncekine göre 90° dik olmasının sonuçları nasıl etkileyeceğini görmek için yapılmıştır.Şekil 4.12



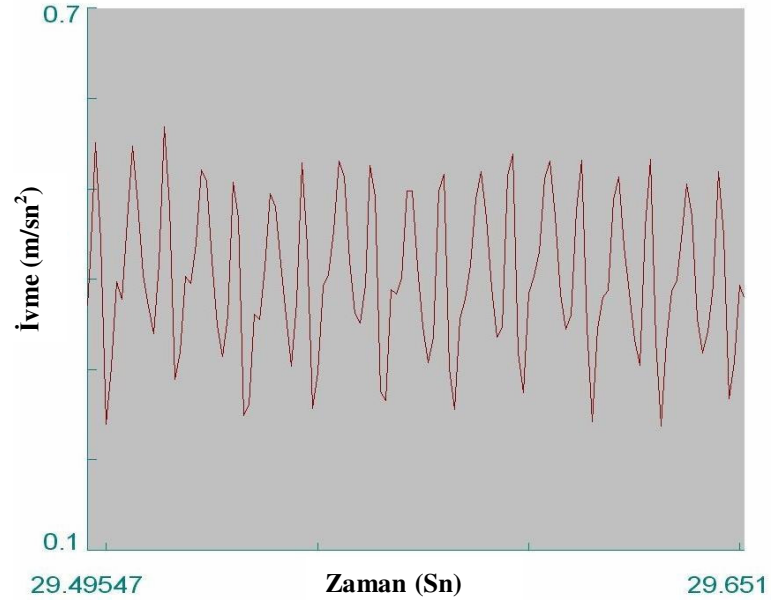
Şekil 4.12 4.Halde TEK ve TE_dK' nın konumları gösteren model

Teorik olarak belirtilen bu yerleşim tarzında ilk dört doğal frekans $f_1 = 8.5$ Hz, $f_2 = 13.3$ Hz, $f_3 = 46.3$ Hz, $f_4 = 61$ Hz bulunmaktadır. Bu hal için ~3600 devir/dak tahrik frekansında zorlanmış titreşim deneyi yapılmış olup, buna ilişkin bir fotoğraf Şekil 4.13 ' de verilmiştir.



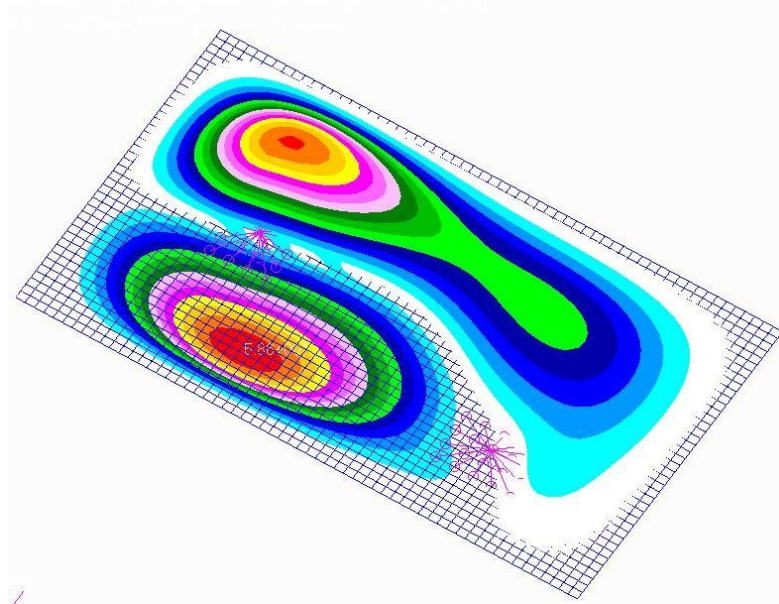
Şekil 4.13 3.Hal için deney görüntüsü

Bu hale ait ivme eğrisi ise Şekil 4.14’ de görülebilir.



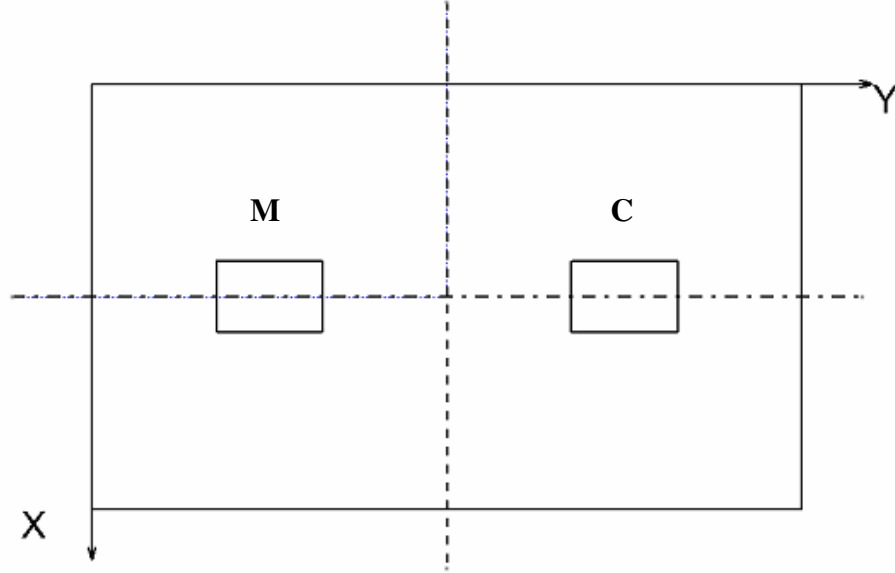
Şekil 4.14 3.Halde TE dK ya ait ivme değişimi

4.Hal için 4.mod için NASTRAN analizinden elde edilen modal yüzey Şekil 4.15’te görülebilir.

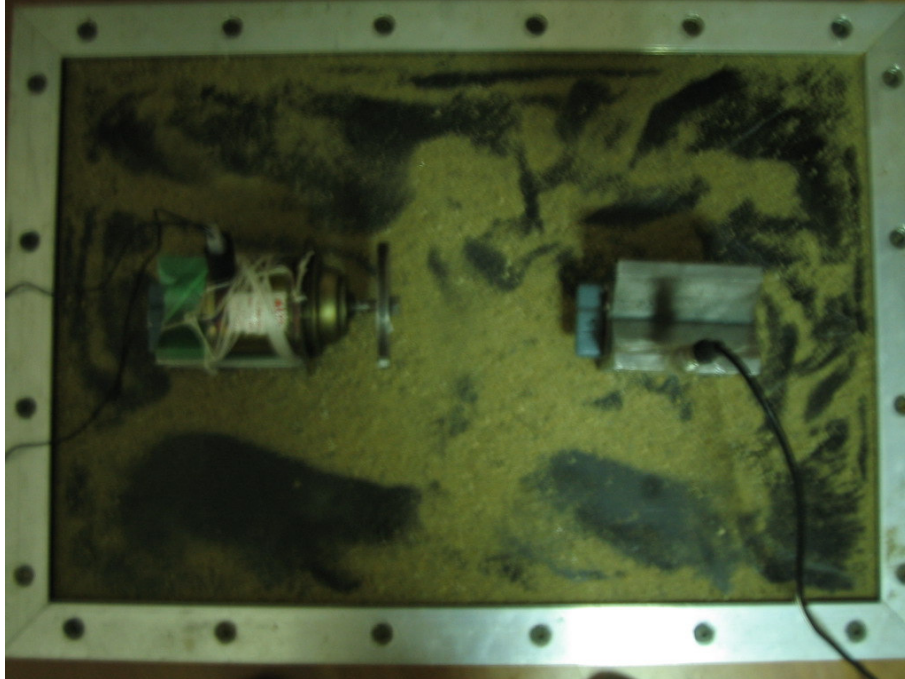


Şekil 4.15 4.Halde 4. moda ait NASTRAN analizi modal yüzeyi

5.Hal : Burada ise hem TEK hem de TEdK plağın uzun kenarına paralel orta hattında yerleştirilmişlerdir. Şekil 4.16 ilk dört doğal frekans modal analiz vasıtasıyla $f_1 = 8.15$ Hz, $f_2 = 10.3$ Hz, $f_3 = 51.6$ Hz, $f_4 = 58.9$ Hz olarak bulunmuştur. Zorlayıcı kuvvet frekansı 3800 devir/dak alınmıştır.

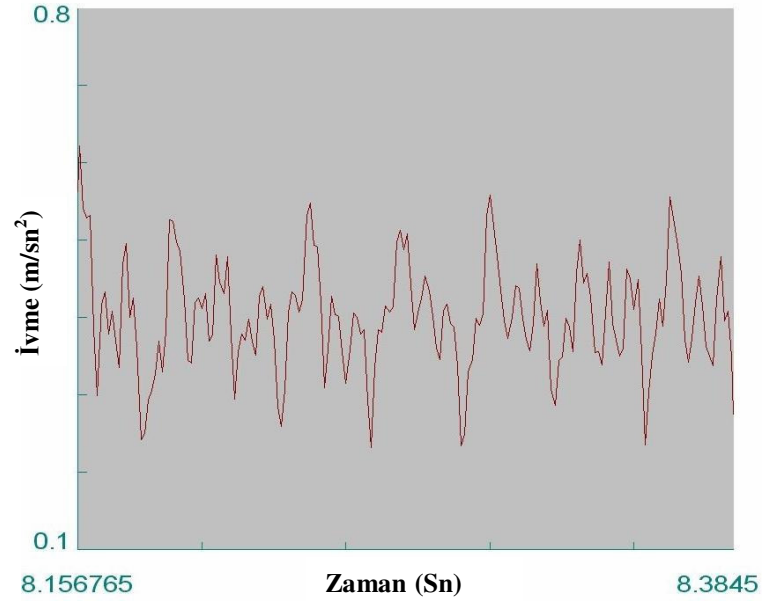


Şekil 4.16 5.Halde TEK ve TEdK' nın konumunu gösteren model
Deneye ait bir enstantane Şekil 4.17' de görülmektedir.



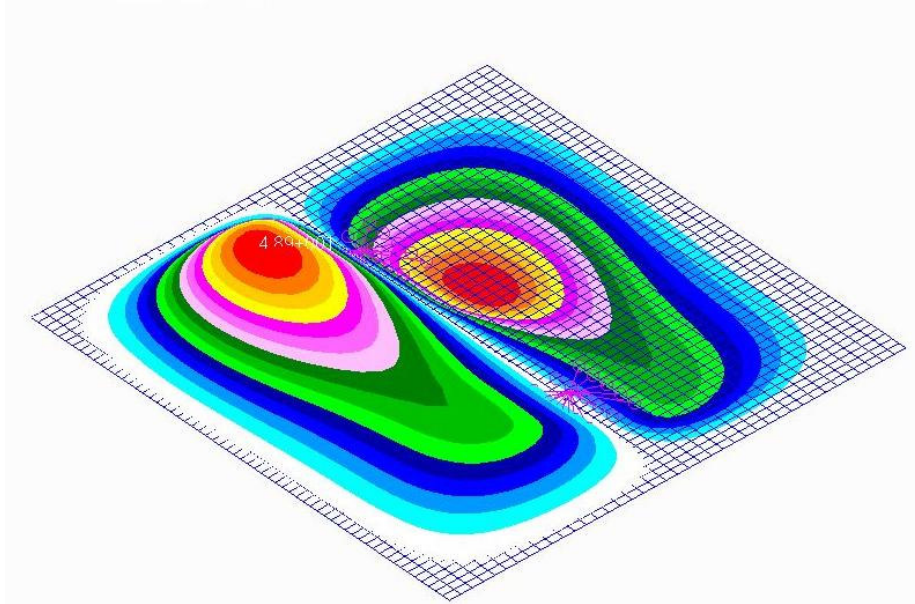
Şekil 4.17 5.Hal için deney görüntüsü

İvme eğrisi de Şekil 4.18'da verilmektedir.



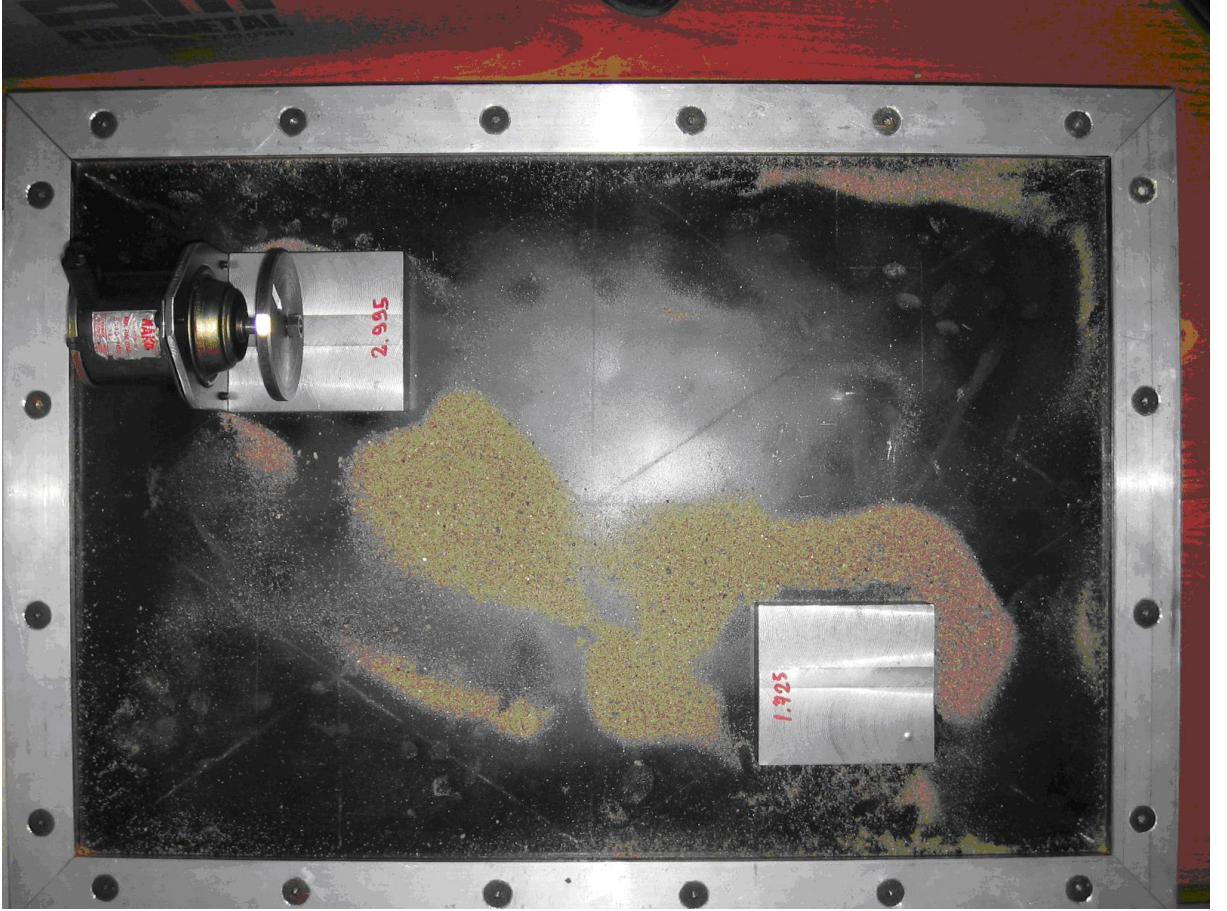
Şekil 4.18 5. Halde TEdK ya ait ivme değişimi

5.Hal için NASTRAN analizinden elde edilen modal yüzey Şekil 4.19'da görülmektedir.



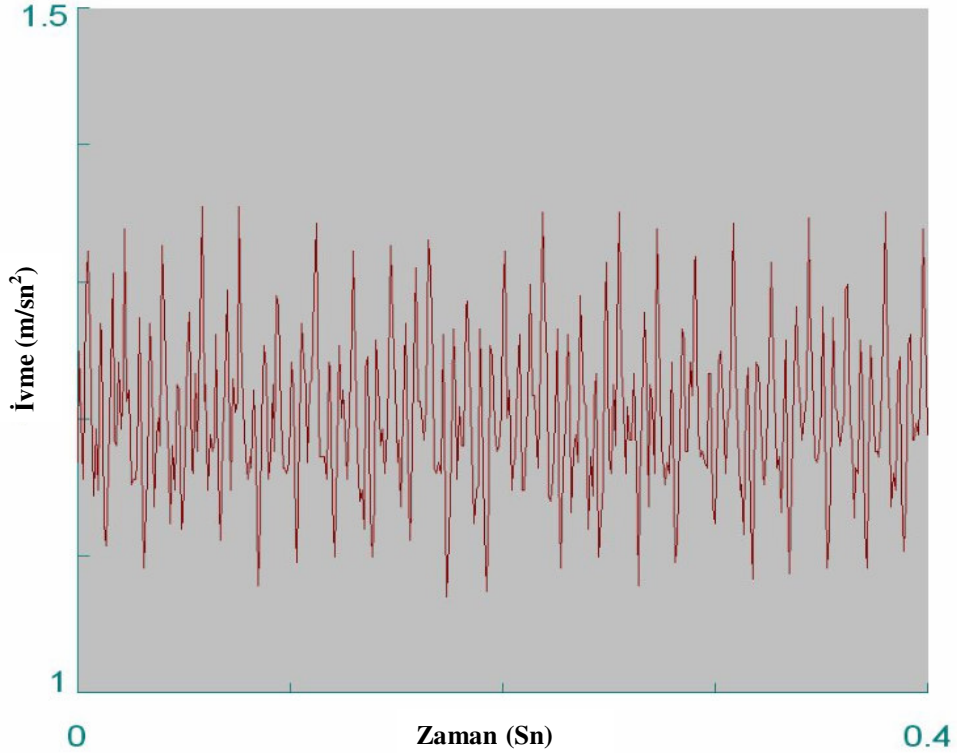
Şekil 4.19 5. Hal 4. moda ait NASTRAN analizi modal yüzeyi

Deneyler esnasında manyetlerin bazı devirlerde merkezkaç kuvveti etkisiyle pozisyonlarında küçük sapmalar olabileceği düşünülmüş. Bu nedenle iki ayrı kütle imal ettirilerek bunlar plak sacına civatalarla bağlanmış ve böylece kütlelerin hareket etme riski bertaraf edilerek deneyler yapılmıştır. Burada kütlenin istenildiği gibi pozisyonun da bir değişim olması mümkün değildir. Bu deneylerde kütlenin 3.Haldeki gibi seçilmiştir. 3355 dev/dak lık motor hızında kum tanelerinin gezinmelerinin hemen hemen sona erdiği gözlenerek sürekli hal (rejim) şartlarına ulaşıldığı anlaşılmıştır. Bu deneye ait fotoğraf Şekil 4.20 'da verilmiştir.



Şekil 4.20 3.Hale ait sabitlenmiş kütleler ile gerçekleştirilen deneyden bir görüntü

Keza TEdK'nın merkezine ait ivmenin zamanla değişimi Şekil 4.21'de görülmektedir.



Şekil 4.21 3.Hale ait sabitlenmiş TEdK ya ait ivme değişimi

Elde edilen ivme bant genişliğinin yaklaşık 0,3g olduğu görülmektedir. Bu sonuç daha önce manyetler ile gerçekleştirilerek elde edilen sonucun aynı olduğunu bu da manyetler ile gerçekleştirilen deneyin sağlıklı olduğunu göstermektedir.

Burada bahsedilen yeni düzenleme de motor dahil TEK nin kütlesi 2,995 kg, oturma alanı 90x105 mm² olup, TEdK nin kütlesi ise 1,725 kg dır ve oturma alanı ise 90x100 mm² dir.

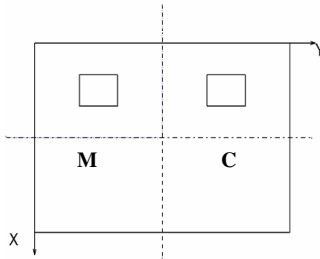
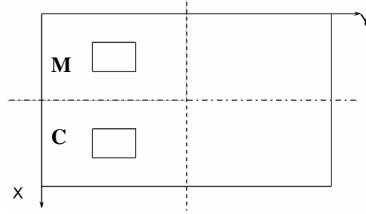
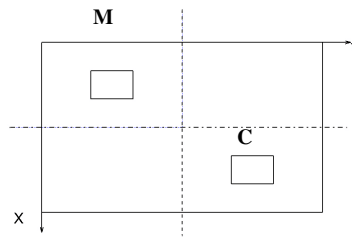
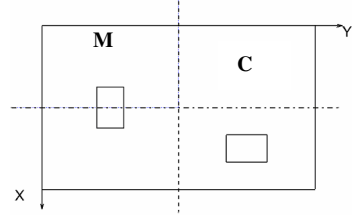
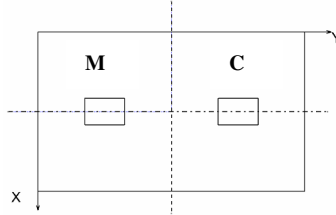
Deney sırasında kullanılan motor, Alt bölüm 3.3 'de de bahsedildiği üzere, taşıt cam sileceğinde kullanılan 12V'luk bir doğru akım motorudur. Hız kontrolü özel bir devre yardımıyla bir döner potansiyometre kullanılarak yapılmıştır. Devir sayısının tespitinde bataryalı fotoselli takometre kullanılmıştır. Dolayısıyla devir değiştirme ve devir sayısı okuma işlemleri manuel gerçekleştirilmiştir. Bunun ölçüm hassasiyetine olumsuz etkisi olacağı açıktır. Örnek olarak devir sayısında %10 luk bir hata zorlayıcı kuvvet genliğinde %21 lik değişim demektir. Bu ise doğal olarak ivme değerlerini etkileyecektir. Bu nedenle ivme değerlerini kaydetmekten evvel deneyler bir kaç kez tekrarlanmış, rejim halinin olduğu devir sayısı hakkında fikir edinildikten sonra deney nihai olarak gerçekleştirilmiştir.

4.3 Sayısal Sonuçlar

Burada ele alınan beş hale ilişkin ivme grafiklerinde maksimum ve minimum değ erlerin arasında kalan bandın genişliği açısından bir mukayese yapmak mümkündür. Bu bandın yarı genişliği TEdK nın icra edeceği harekete ait ivme değ erlerinin alacağı maksimum genlik değ eri hakkında fikir verecektir. Tablo 4.6 da yerleşim planlarıyla birlikte her hal için TEdK' nın ivme bandı genişliği verilmiştir. TEK ' nın yerinin değişmediği ilk   hal ele alınacak olursa devir sayıları genelde aynı mertebelerde olduğundan TEdK 'nın hangi tarzda yerleşiminin uygun olacağına ilişkin bir fikir edinmek mümkündür. Burada dikkatli bir inceleme yapılırsa işletme devir sayısı dakikada 3900 olmak hasebiyle diğerlerine göre daha büyük bir uyarı kuvveti genliğine maruz kalmakla birlikte 1.Haldeki TEdK yerleşiminin tercih edilmesi gerektiği görülmektedir. Zira bu durumda TEdK cisminin ivme genliği değ eri ilk hale göre en azından yarı yarıya düşüktür. Genelde uyarı kaynağından ne kadar uzağa konulursa cismin o oranda az titreşime maruz kalacağı gibi sezgisel bir değerlendirmenin yanlış olacağı burada açıkça görülmektedir. Çünkü böyle bir muhakemeye göre 3.Haldeki yerleştirmenin daha uygun olması gerekirdi. Öte yandan 1.Haldeki yerleştirmenin 4. ve 5. hallere kıyasla da tercih edileceği ivme bant genişliklerinin mukayesesinden hemen anlaşılmaktadır.

Ancak yukarıdaki değerlendirme yapılırken, işletme devir sayısının herhangi bir doğal frekans civarında olup olmamasının ve o frekansa karşılık gelen plak modal formun TEdK cisminin olduğu bölgede nodal veya antinodal çizgilerinin oluşmasının bu sonucu ciddi şekilde etkileyeceği unutulmamalıdır. Başka bir değişle işletme devir sayısı ile eklentili plağın modal formları doğal frekanslarla birlikte cismin yerleşim bölgesinin uygun olup olmamasının tayin ederler. Dolayısıyla farklı bir işletme devrinde TEdK' nın uygun yerleşimi farklı olabilecektir.

Tablo 4.6 TEdK nın 5 hale ait ivme bant genişliği

Hal No:	Konum	İvme Bant Genişliği(yaklaşık)	İvme Yarı Bant Genişliği(yaklaşık ivme genliği)
1		0,1g	0,5 m/sn ²
2		0,3g	1,5 m/sn ²
3		0,2g	1 m/sn ²
4		0,3g	1,5 m/sn ²
5		0,3g	1,5 m/sn ²

5. SONUÇLAR VE DEĞERLENDİRME

Bu tez çalışmasında üzerinde iki adet yayılı kütle taşıyan ankastre bir plağın zorlanmış titreşimlerinin hem teori hem deneysel olarak incelenmesi hedeflenmiştir. Kütlelerden birisi üzerinde harmonik bir kuvvet etkirken diğer kütlenin ivmesinin tespitine çalışılmıştır. Plağa zorlanmış rejim hali titreşimleri esnasında en az ve en fazla titreşim bölgeleri ince kum serperek görünürleştirilmiştir, ayrıca teorik analizle bulunan doğal frekanslardan hareketle ve aynı zamanda gözlem ile rezonansın oluşup oluşmadığının saptanmasına çalışılmıştır. Böyle bir durumda plak şekli, ilgili doğal frekansa ait modal formu andıracaktır. Yapılan teorik ve deneysel çalışmalardan şu sonuçlara varılmıştır:

- a) Eklentisiz kütle halinde Galerkin metoduna dayalı MATLAB kodu, ANSYS ve NASTRAN yazılımları aynı doğal frekans değerlerini ve modal şekilleri vermektedir
- b) Eklentilerin varlığı halinde ANSYS ve NASTRAN ilk iki frekansta uygun sonuçlar vermektedir. MATLAB kodu daha düşük değerler bulmaktadır. Buradaki uygunsuzluğun temel nedeni her analiz yönteminde yaylı kütlelerin tanımlanması farklılığıdır.
- c) Deney vasıtasıyla bir uyarı kaynağından çok fazla etkilenmemesi gereken bir cismin veya makinenin bir platform üzerindeki yerleşim yeri tespit edilebilir. Uyaran frekansı ve sistemin o konfigürasyondaki modal şekilleri dinamik etkiden korunması istenen cismin yerinin belirlenmesinde rol oynayan temel faktörlerdendir

Noktasal ve tek eksenli bir uyarı kaynağıyla sistemin doğal frekanslarının deneysel olarak ve hassas tayini bundan sonraki çalışmalarda göz önüne alınması gerekli bir husustur.

KAYNAKLAR

DYM, C.L., I.H. SHAMES. 1973. Solid mechanics: A Variational approach.

McGraw – Hill, New York .p.377 -382

SONZOGNI, V.E., S.R. IDELSOHN, P.A.A. LAURA, V.H. CORTINEZ. 1990.

Free vibration of rectangular plates of exponentially varying thickness and with a free edge. Journal of Sound and Vibration, 140(3), 513-522

DING, Z. 1996. Natural frequencies of rectangular plates using a set of static beam function in Rayleigh-Ritz Method. Journal of Sound and Vibration. 189(1), 81-87

WU, J.S., S.S. LUO. 1997. use of the analytical and numerical combined method in the free vibration analysis of rectangular plate with number of point masses and translation springs. Journal of Sound and Vibration, 200(2), 179-194

CHEUNG, Y.K., D. ZHOU. 2000. Vibration of moderately thick rectangular plates in terms of a set of static Timoshenko beam functions. Computer & Structures, 78, 757-768

LI, W.L. And M. DANIELS. 2002. A Fourier series method for the vibration of elastically restrained plates arbitrarily loaded with springs and masses. Journal of Sound and Vibration, 252(4), 768-781

KOPMAZ, O. And S. TELLİ, 2002. Free vibration of a rectangular plate carrying a distributed mass. Journal of Sound and Vibration, 251(1), 39-57

ZARUBINSKAYA, M.A., W.A. VAN HORSSSEN. 2004. On the free vibration of a rectangular plate with two opposite sides simply supported and the other sides attached to linear springs. Journal of Sound and Vibration, (Article in Press)

GÖKDAĞ, H. 2005. Yayılı veya münferit eklentileri olan kiriş ve plakların serbest ve zorlanmış titreşimleri (Yüksek Lisans Tezi)

EKLER

EK-1

a) Galerkin Yönteminden Faydalanarak Eklentileri Olan Plâğın Zorlanmış
Titreşim Analizinde Kullanılan MATLAB Programı

```
clear all
close all
```

```
global I J K L k1 k2 k3 k11 k22 k33 kk1 kk2 kk3 kk11 kk22 kk33
global t_son frkns wF frknslr Fsd STV DM_T
```

```
% % % % % % % % % PLAK ÖZELLİKLERİ % % % % % % % % %
```

```
EM = 2.1*1e11; % [N/m2] elastisite modülü
h = 0.0007; % plak kalınlığı
ro = 7860; % [kg/m3] plak yoğunluğu (çelik)
nu = 0.3; % poisson oranı
Dp = EM*(h^3)/(12*(1-nu^2)); % [Nm/rad] eğilme rijitliği
```

```
n=5; % x eksenı dogrultusundaki mod sayısı
m=5; % y eksenı dogrultusundaki mod sayısı
```

```
a = 0.4; % (m)
b = 0.6; % (m)
rop = ro*h; % kg/m2 cinsinden plak yoğunluğu
mu = a/b; % a/b oranı
mpl = rop*a*b; % plak kütlesi
```

```
% % % % % % % % % % % % % % % % % % % % % % % % % % % % % % % % % % %
% % % % % % % % %
```

```
% % % % % % % 1. EKLENTİNİN ÖZELLİKLERİ % % % % % % % % % % % % % % % % %
```

```
% maocuo
% dltx_1 = 0.1875; dlty_1 = 0.1583; merkez1_x = 0.5; merkez1_y = 0.25;
% mslacsau
% dltx_1 = 0.1875; dlty_1 = 0.1583; merkez1_x = 0.25; merkez1_y = 0.25;
% mslacsau
% dltx_1 = 0.1875; dlty_1 = 0.1583; merkez1_x = 0.25; merkez1_y = 0.25;
% maodcsau
% dltx_1 = 0.2375; dlty_1 = 0.1250; merkez1_x = 0.5; merkez1_y = 0.25;
% mslacsaa
% dltx_1 = 0.1875; dlty_1 = 0.1583; merkez1_x = 0.25; merkez1_y = 0.25;
```

```
%dltx_1 = 75/600; dlty_1 = 90/400; merkez1_x = 0.25; merkez1_y = 0.5;
x1_1 = merkez1_x -0.5*dltx_1; x2_1 = merkez1_x + 0.5*dltx_1;
y1_1 = merkez1_y - 0.5*dlty_1; y2_1 = merkez1_y + 0.5*dlty_1;
m_ek1 = 4.9; % 1. eklentinin kütlesi (kg)
%m_ek1 = 2.995;
yg_o1 = (m_ek1/(a*dltx_1*b*dlty_1))/rop; % 1. eklenti yogunlugunun (kg/m2) plak
yogunluguna (kg/m2) orani
```

```
% % % % % % % % % % % % % % % % % % % % % % % % % % % % % % % % % % %
% % % % % % % %
```

```
% % % % % % % 2. EKLENTİNİN ÖZELLİKLERİ
% % % % % % % % % % % % % % % % % % %
```

```
%maocuo
%dltx_2 = 0.1875; dlty_2 = 0.1583; merkez2_x = 0.5; merkez2_y = 0.75;
%mslacsau
dltx_2 = 0.1875; dlty_2 = 0.1583; merkez2_x = 0.75; merkez2_y = 0.75;
%mslacsu
%dltx_2 = 0.1875; dlty_2 = 0.1583; merkez2_x = 0.25; merkez2_y = 0.75;
%maodcsau
%dltx_2 = 0.1875; dlty_2 = 0.1583; merkez2_x = 0.75; merkez2_y = 0.75;
%mslacsaa
%dltx_2 = 0.1875; dlty_2 = 0.1583; merkez2_x = 0.75; merkez2_y = 0.25;
%dltx_2 = 90/600; dlty_2 = 75/400; merkez2_x = 0.75; merkez2_y = 0.25;
x1_2 = merkez2_x - 0.5*dltx_2; x2_2 = merkez2_x + 0.5*dltx_2;
y1_2 = merkez2_y - 0.5*dlty_2; y2_2 = merkez2_y + 0.5*dlty_2;
m_ek2 = 3.8;
%m_ek2 = 1.725;
yg_o2 = (m_ek2/(a*dltx_2*b*dlty_2))/rop;
%eklenti yogunlugunun (kg/m2) plak yogunluguna (kg/m2) orani
```

```
% % % % % % % % % % % % % % % % % % % % % % % % % % % % % % % % % % %
% % % % % % % % % % % % % % % % % % % % % % % % % % % % % % % % % % %
```

```
% % % % % % % ZORLAYICI KUVVETİN ÖZELLİKLERİ
% % % % % % % % % % % % % % % % % % % % % % % % % % % % % % % % % % %
```

```
x1_f = x1_1; x2_f = x2_1;
y1_f = y1_1; y2_f = y2_1;
%devsay=3660; % zorlayici kuvvet frekansi dev/dak cinsinden
%wF = pi*devsay/30; % zorlayici kuvvet frekansi (rad/s)
%Fsd = 2.0096e-5*wF^2/(dltx_1*dlty_1*a*b);
```

[illegible]

durum = 1; % durum = 1 ==> dört tarafi ankastre plak
% durum = 2 ==> dört tarafi basit plak
% durum = 3 ==> karsilikli kenarlari ank.-basit plak

```
basla = cputime;
```

for I = 1:n

```

I
if durum == 1 | durum == 3
    k1 = -I*pi; k2 = I*pi*(2 + (-1)^I);
    k3 = -I*pi*(1 + (-1)^I); % ankastre uç kosulu
elseif durum == 2
    k1 = 0; k2 = 0; k3 = 0; % basit uç kosulu
end

```

for J = 1:m

```

if durum ==1
    k11 = -J*pi; k22 = J*pi*(2 + (-1)^J);
    k33 = -J*pi*(1 + (-1)^J); % ankastre uç kosulu
elseif durum == 2 | durum == 3
    k11 = 0; k22 = 0; k33 = 0; % basit uç kosulu
end

```

$$\mathbf{r} = \mathbf{m}^*(\mathbf{I}-1) + \mathbf{J};$$
for K = 1:n

```

if durum == 1 | durum == 3
    kk1 = -K*pi; kk2 = K*pi*(2 + (-1)^K);
    kk3 = -K*pi*(1 + (-1)^K); % ankastre uç kosulu
elseif durum == 2
    kk1 = 0; kk2 = 0; kk3 = 0; % basit uç kosulu
end

```

for L = 1:m

```

if durum == 1
    kk11 = -L*pi; kk22 = L*pi*(2 + (-1)^L);
    kk33 = -L*pi*(1 + (-1)^L);
elseif durum == 2 | durum == 3
    kk11 = 0; kk22 = 0; kk33 = 0;
end

```

$$s = m^*(K-1) + L;$$

```
aa(r,s) = quadl('gamaik',0,1)*...
          quadl('alfajl',0,1);
bb(r,s) = quadl('betail',0,1)*...
          quadl('betajl',0,1);
```

```

cc(r,s) = quadl('alfaik',0,1)*...
        quadl('gamajl',0,1);
dd(r,s) = quadl('alfaik',0,1)*...
        quadl('alfajl',0,1);

d_1(r,s) = quadl('alfaik',x1_1,x2_1)*...
        quadl('alfajl',y1_1,y2_1);
d_2(r,s) = quadl('alfaik',x1_2,x2_2)*...
        quadl('alfajl',y1_2,y2_2);
end
end
stv(r) = quadl('intgF_1',x1_1,x2_1)*...
        quadl('intgF_2',y1_1,y2_1); % zorlayici kuvvet
end
end

KK = aa' + 2*(mu^2)*bb' + (mu^4)*cc'; % tüm sistemin elastiklik matrisi
MM = dd' + yg_o1*d_1' + yg_o2*d_2'; % tüm sistemin kütle matrisi

[U,V] = eig(inv(MM)*KK);
u = (diag(V));
uu = sort(u);
ozdgrlr = sqrt(uu) % eklentili plugin özdegerleri...
omega_0=sqrt(Dp/(rop*a^4))
frknslr = ozdgrlr.*omega_0 % rad/s cinsinden
        % dogal frekanslar...

frknslrHz = frknslr/(2*pi)
        % Hertz cinsinden dogal
        % frekanslar...

for i=1:length(u)
    for j=1:length(u)
        if uu(i) == u(j) % ozdegerlerin kucukten buyuge siralanmasi
            sirai(i)=j;
        end
    end
end
end

for i=1:length(uu) % ozvektorler matrisinin kolonlarinin ozdegerlere gore
siralanmasi
    Uyen(:,i)=U(:,sirai(i));
end

%% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% GENLIK MATRISININ ELEMENLARI
%% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %%

for os=1:length(uu) % os = ozdeger_sayaci
    for I=1:n
        for J=1:m

```

```

    r = m*(I-1) + J;
    Cler(os,r) = Uyen(r,os);    % ozvektorler matrisinin kolonlarından
end                                % ozvektorlerin satir vektorler olarak elde edilmesi
end
end

```

```

%% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% MODAL YÜZEYLER
%% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %%

```

```

artis1 = 0.04; artis2 = 0.050;

```

```

ksi = 0:artis1:1;
zeta = 0:artis2:1;

```

```

ks_syc = 0;
zt_syc = 0;

```

```

for os=1:length(uu)    % os = ozdeger sayaci
    for ks_s=1:length(ksi)
        ks = ksi(ks_s);
        for zt_s=1:length(zeta)
            zt = zeta(zt_s);
            ara = 0;

            for I = 1:n
                if durum == 1 | durum == 3
                    k1 = -I*pi; k2 = I*pi*(2 + (-1)^I);
                    k3 = -I*pi*(1 + (-1)^I); % ankastre uç kosulu
                elseif durum == 2
                    k1 = 0; k2 = 0; k3 = 0; % basit uç kosulu
                end
            end

```

```

            %for I=1:n
            % if durum == 1
            %   k1 = -I*pi; k2 = I*pi*(2 + (-1)^I);
            %   k3 = -I*pi*(1 + (-1)^I); % ankastre kiris
            %elseif durum == 2
            %   k1 = 0; k2 = 0; k3 = 0; % basit mesnet olursa
            %elseif durum == 3
            %   k1 = -I*pi; k2 = -((I*pi)^3)*((-1)^I)*0.5;
            %   k3 = ((I*pi)^3)*((-1)^I)/6;
            %elseif durum == 4
            %   k1 = -I*pi; k2 = I*pi*(2 + (-1)^I);
            %   k3 = -I*pi*(1 + (-1)^I); % ankastre kiris
            % end

```

```

            fi = k1*ks + k2*ks^2 + k3*ks^3 + sin(pi*ks*I);

```

```

            for J = 1:m

```

```

if durum ==1
    k11 = -J*pi; k22 = J*pi*(2 + (-1)^J);
    k33 = -J*pi*(1 + (-1)^J); % ankastre uç kosulu
elseif durum == 2 | durum == 3
    k11 = 0; k22 = 0; k33 = 0; % basit uç kosulu
end

% for J=1:m
% if durum == 1
%     k11 = -J*pi; k22 = J*pi*(2 + (-1)^J);
%     k33 = -J*pi*(1 + (-1)^J);
% elseif durum == 2
%     k11 = 0; k22 = 0; k33 = 0;
%     elseif durum == 3
%     k11 = -J*pi;
%     k22 = -((J*pi)^3)*((-1)^J)*0.5;
%     k33 = ((J*pi)^3)*((-1)^J)/6;
% elseif durum == 4
%     k11 = 0; k22 = 0; k33 = 0;
% end

teta = k11*zt + k22*zt^2 + k33*zt^3 +...
    sin(pi*zt*J);

r = m*(I-1) + J;
ara = ara + Cler(os,r)*fi*teta;
end
end
end
end
end

for i=1:length(ksi)

    ksi(i)=i;
    for j=1:length(zeta)
        zeta(j)=j;
        w2(i,j)=w(2,i,j);
        w3(i,j)=w(3,i,j);
        w4(i,j)=w(4,i,j);
    end
end

% contour(w2)
% xlabel('zeta')
% ylabel('ksi')
% zlabel('w2')
% figure
% contour(w3)

```



```

    if (i < boyut2+1)

        DM_T(i,boyut2+i)=1;
    elseif (i > boyut2) & (j <= boyut2)
        DM_T(i,j)=DM_1(i-boyut2,j);
    end
end
end

DM_Tdeterminant = det(DM_T)

%% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %%
%% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %%

%% %% %% %% %% %% %% %% %% ZAMANA BAGLI FONKSIYONLARIN ELDESI
%% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %%

%% dif. denklem takimi çözdürülüyor !

BSV = diag(ara-ara); % baslangiç sartlari vektörü
disp('  diferansiyel denklem çözülüyor...')
[t,q] = ode23('zaman',[0 2],BSV);
% [t,q] = ode15s('zaman',[0 2],BSV);
disp('çözüldü.')

%% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %%
%% %% %% %% %% %% %% %% %% EKLEME %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %%
length(t)
for ii=1:length(t)

    vvv=DM_T *(q(ii,:))'+ STV*Fsd*sin(wF*t(ii));
    qn(ii,:)=vvv';
end

%% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %%
%% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %%
%% for kk=1:length(q(:,1))

    %arav(kk,1)=0;

% end
for jj=1:length(q(1,:))*0.5
    qnn(:,jj)=qn(:,n*m+jj);
end
disp('qnn ler bulundu')
size(qnn)
%i=xn1;j=yn1;
% wy(:,r) = w(:,i,j);
% for k=1:son3
    %arav = arav + wy(k,r)*qnn(:,k);
% end

```

```

%wzi(r,:)=arav';

%% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %%
%% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %%

disp('plugin her noktasinin zamanla degisen sehimleri yükleniyor')

son1 = length(ksi);
son2 = length(zeta);
son3 = (length(q(1,:))*0.5);

for i=1:son1
    for j=1:son2
        ara = 0;
        araivme=0;
        r = son2*(i-1) + j;
        wy(:,r) = w(:,i,j);

        for k=1:son3
            ara = ara + wy(k,r)*q(:,k);
            araivme = araivme + wy(k,r)*qnn(:,k);
        end
        wz(r,:) = ara';
        wzor(i,j,:)=ara';
        wzivme(r,:) = araivme';
    end
end

%% %% %% %% PLAK ÜZERİNDEKİ İKİNCİ KÜTLENİN BULUNDUGU BÖLGEDE BİR
NOKTANIN ZAMANLA DEĞİSEN SEHİMLERİ %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %% %%

xn = merkez2_x; yn = merkez2_y;
xn1 = xn/artis1; yn1 = yn/artis2;

ilk_1 = abs(floor(xn1)-xn1); son_1 = abs(ceil(xn1)-xn1);
ilk_2 = abs(floor(yn1)-yn1); son_2 = abs(ceil(yn1)-yn1);

if (ilk_1 > son_1) | (ilk_1 == son_1)
    xn1 = ceil(xn1);
elseif ilk_1 < son_1
    xn1 = floor(xn1);
end

if (ilk_2 > son_2) | (ilk_2 == son_2)
    yn1 = ceil(yn1);
elseif ilk_2 < son_2
    yn1 = floor(yn1);
end

r = length(w(1,1,:))*(xn1-1) + yn1

```


EK-2

a) Deney düzeneğinde kullanılan DC motoru ve dengelenmemiş kütlenin görüntüsü



a) Deney düzeneğinde veri toplamak için kullanılan SONY veri toplama cihazı



c) Deney düzeneğinin bir görüntüsü



TEŞEKKÜR

Bu yüksek lisans tez çalışmasında bana büyük destek veren değerli hocam sayın Prof. Dr. Osman Kopmaz'a , bu çalışmada ANSYS yazılımı konusunda yardımcı olan Doç. Dr. Reşat Özcan'a, yine bu çalışmaya ölçümler yapılmasında büyük katkı sağlayan Yüksek Mühendis Rasim Bozkurt'a , deney düzeneğinin hazırlanmasın da büyük yardımları olan Turhan Yamaç'a (aynı zaman da AKTAŞ firmasına), Fehmi Ünmeriç'e (aynı zamanda BUTEK firmasına) ve çalışmakta olduğum PROFİLSAN firmasına değerli yardımlarından dolayı teşekkür ederim.

ÖZGEÇMİŞ

Tez yazarı, 1979 yılında Bursa’ da doğmuştur. İlk okulu Gemlik’te, orta okul ve liseyi Bursa Cem Sultan Lisesin’ de 1996 yılında, Uludağ Üniversitesi Meslek Yüksek Okulunu 1999 yılında tamamlamış, Uludağ Üniversitesi Makine Mühendisliği Bölümünden 2003 yılında makine mühendisi olarak mezun olmuştur. Otomotiv sanayinde hizmet vermekte olan bir kuruluştaki makine mühendisi olarak çalışmaktadır.