

**ELEKTRON-POZİTRON ÇARPIŞTIRICILARINDA  
BİLEPTON ÜRETİMİ  
Hasret GÜLSÜN**



T.C.  
ULUDAĞ ÜNİVERSİTESİ  
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

**ELEKTRON-POZİTRON ÇARPIŞTIRICILARINDA  
BİLEPTON ÜRETİMİ**

**Hasret GÜLSÜN**

Yrd. Doç. Dr. Zerrin KIRCA  
Danışman

YÜKSEK LİSANS TEZİ  
FİZİK ANABİLİM DALI

BURSA – 2014

## TEZ ONAYI

Hasret GÜLSÜN tarafından hazırlanan “Elektron Pozitron Çarpıştırıcılarında Bilepton Üretimi” adlı tez çalışması aşağıdaki jüri tarafından oy birliği/oy çokluğu ile Uludağ Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Fizik Anabilim Dalı’nda **YÜKSEK LİSANS TEZİ** olarak kabul edilmiştir.

**Danışman** : Yrd. Doç. Dr. Zerrin KIRCA

<b>Başkan :</b>	Yrd. Doç. Dr. Zerrin KIRCA Uludağ Ü.Fen Edebiyat Fakültesi, Yüksek Enerji ve Plazma Fiziği Anabilim Dalı	İmza
<b>Üye :</b>	Prof. Dr. Emin N. ÖZMUTLU Uludağ Ü.Fen Edebiyat Fakültesi, Yüksek Enerji ve Plazma Fiziği Anabilim Dalı	İmza
<b>Üye :</b>	Prof. Dr. Basri ÇELİK Uludağ Ü.Fen Edebiyat Fakültesi, Geometri Anabilim Dalı	İmza

**Yukarıdaki sonucu onaylarım**

**Prof. Dr. Ali Osman DEMİR**  
**Enstitü Müdürü**  
.././2014

**U.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü, tez yazım kurallarına uygun olarak hazırladığım bu tez çalışmada;**

- tez içindeki bütün bilgi ve belgeleri akademik kurallar çerçevesinde elde ettiğimi,
- görsel, işitsel ve yazılı tüm bilgi ve sonuçları bilimsel ahlak kurallarına uygun olarak sunduğumu,
- başkalarının eserlerinden yararlanılması durumunda ilgili eserlere bilimsel normlara uygun olarak atıfta bulunduğumu,
- atıfta bulunduğum eserlerin tümünü kaynak olarak gösterdiğimi,
- kullanılan verilerde herhangi bir tahrifat yapmadığımı,
- ve bu tezin herhangi bir bölümünü bu üniversite veya başka bir üniversitede başka bir tez çalışması olarak sunmadığımı

**beyan ederim.**

**22/07/2014**

**İmza**

**Hasret GÜLSÜN**

## ÖZET

Yüksek Lisans Tezi

### ELEKTRON-POZİTRON ÇARPIŞTIRICILARINDA BİLEPTON ÜRETİMİ

Hasret GÜLSÜN

Uludağ Üniversitesi  
Fen Bilimleri Enstitüsü  
Fizik Anabilim Dalı

**Danışman:** Yrd. Doç. Dr. Zerrin KIRCA

Bu tezde,

İki yük değerlikli bileptonları araştırmak için ILC (International Linear Collider) ve CLIC (Compact Linear Collider) çarpıştırıcılarının potansiyeli analiz edilmiştir. Bileptonlar, Standart Model ötesi modeller tarafından öngörülen parçacıklardır. Bileptonlar, SM leptonları ve ayar bozonları arasındaki etkileşmeler için model bağımsız lagranjiyen yöntemi kullanılmıştır. Elektron-pozitron çarpıştırıcısında bileptonların üretimi için tesir kesitleri, çarpıştırıcı kinematik limitleri ve gözlenebilirlik koşulunu sağlayan kütle ve bağlaşım parametreleri belirlenmiştir.

**Anahtar Kelimeler:** Bilepton, üretim tesir kesiti, güvenli gözlenebilirlik sınırı  
2014, xii + 56 sayfa

## ABSTRACT

Master Thesis

### PRODUCTION OF BILEPTONS AT ELECTRON - POSITRON COLLIDERS

Hasret GÜLSÜN

Uludağ University  
Graduate School of Natural and Applied Sciences  
Department of Physics

Supervisor: Yrd. Doç. Dr. Zerrin KIRCA

In this thesis,

To investigate the bileptons ( $Q=2$ ) potential of ILC (Internatioanl Linear Collider) and CLIC (Compact Linear Collider) was analyzed. Bileptons are predicted by beyond the Standard Model. Bileptons, SM leptons and gauge bosons interactions between the model independent Lagrangian method is used for. Cross sections, collider kinematic limits, mass and coupling parameters that provide the condition of observability were determined for the production of the bileptons in the electron-positron collider.

Key words, Bilepton, production cross section, decay width, confidence level  
2014, xii + 56 Pages

## TEŐEKKÖR

Tez konusunun belirlenmesinden itibaren her konuda desteğini ve ilgisini eksik etmeyen danıőmanım sayın Yrd. Doç. Dr. Zerrin KIRCA'ya, tez süresince her türlü anlayıőı gösteren İdare amirlerim ve tüm mesai arkadaşlarıma ayrıca fedakârlıkları için kardeşlerime saygı ve teşekkürlerimi sunarım.

Hasret GÜLSÜN  
22/ 07/2014

## İÇİNDEKİLER

Sayfa

ABSTRACT .....	V
SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ .....	Vii
ŞEKİLLER DİZİNİ.....	X
ÇİZELGELER DİZİNİ .....	XI
1. GİRİŞ .....	1
2. KAYNAK ARAŞTIRMASI .....	2
2.1 TEMEL PARÇACIKLAR .....	2
2.2. STANDART MODEL .....	3
2.2.1 Fermiyonlar .....	3
2.2.2. Bozonlar .....	6
2.2.3. Temel Etkileşmeler .....	7
2.3. STANDART MODELİN EKSİKLİKLERİ.....	11
2.4. STANDART MODEL ÖTESİ .....	14
2.5. BİLEPTONLAR.....	16
2.5.1. Bileptonların model bağımsız incelenmesi .....	17
3. MATERYAL VE YÖNTEM .....	20
3.1. BOZUNMA GENİŞLİKLERİ .....	20
3.2. DOĞRUSAL ÇARPIŞTIRICILAR: ILC VE CLIC.....	23
3.3. ELEKTRON POZİTRON ÇARPIŞTIRICILARINDA BİLEPTON ÜRETİMİ.....	25
4. BULGULAR VE SONUÇ .....	40
KAYNAKLAR .....	42
EKLER.....	44
Ek 1. Tesir Kesitleri .....	44
Ek 2. Feynman Genlik Hesabı .....	47
ÖZGEÇMİŞ .....	56



## SİMGELER ve KISALTMALAR DİZİNİ

Simgeler	Açıklama
$M_L$	Bilepton kütlesi
$\lambda_i(g_i)$	Bilepton bağlaşım sabitleri
$L^-, L^{--}$	Tek ve iki-yüklü bilepton alanları
$L_1^{--}$	skaler-tekli bilepton
$L_{2\mu}^{--}$	vektör-ikili bilepton
$L_3^{--}$	skaler-üçlü bilepton
$\Gamma$	Bozunma genişliği
$\gamma_\mu$	Dirac gama matrisi
$e^-$	Elektron
$e$	Elektronun yükü
$\gamma$	Foton alanı
$\psi(x)$	Fermiyon alanı
$\psi^\dagger(x)$	Fermiyon alanının Hermityen eşleniği
$\alpha$	İnce yapı sabiti
$\sqrt{s}$	Kütle Merkezi Enerjisi
$\mathcal{L}$	Lagranjiyen
$s$	Mandelstam s-değişkeni
$\mu^-$	Müon
$\nu_\mu$	Anti-müon
$\hbar$	plank sabiti
$e^+$	Pozitron
$\sigma$	Tesir kesiti
$\tau^-$	Tau
$\nu_\tau$	Anti-tau
$W^\pm$	W bozonları
$Z^0(Z)$	Z bozonu
$M_Z$	Z bozonunun kütlesi

<b>Kısaltmalar</b>	<b>Açıklama</b>
B	Ardalan olay sayısı
GUT	Büyük Birleşme Teorileri
BS	Demet Işıması
h.c.	hermityen eşlenik
ISR	İlk Durum Işıması
CLIC	Kompakt doğrusal çarpıştırıcılar
KED(QED)	Kuantum elektrodinamiği
KRD(QCD)	Kuantum renk dinamiği
L	Lüminosite(Işınlık)
SM	Standart Model
SUSY	Süpersimetri
S	Sinyal olay sayısı
ILC	Uluslararası doğrusal çarpıştırıcılar

Şekil 3.1: $\lambda=0.1$ bağlaşım parametresi ve farklı bilepton kütlelerine ait bozunma genişliği.....	21
Şekil 3.2: skaler ve vektör bileptonlara ait Feynman diyagramı.....	25
Şekil 3.3: $e^- e^+ \rightarrow e^- e^+$ sürecine ait Feynman diyagramı.....	25
Şekil 3.4: $\sqrt{s} = 500$ GeV (ILC)'de $M_{L_{1,2,3}} = 100$ GeV için ISR+BS etkisi dahil edilmediğinde tesir kesitinin kütle merkezi enerjisine göre değişimi.....	28
Şekil 3.5: $\sqrt{s} = 500$ GeV (ILC)'de $M_{L_{1,2,3}} = 300$ GeV için ISR+BS etkisi dahil edilmediğinde tesir kesitinin kütle merkezi enerjisine göre değişimi.....	28
Şekil 3.6: $\sqrt{s} = 500$ GeV (ILC)'de $M_{L_{1,2,3}} = 500$ GeV için ISR+BS etkisi dahil edilmediğinde tesir kesitinin kütle merkezi enerjisine göre değişimi.....	29
Şekil 3.7: $\sqrt{s} = 500$ GeV (ILC)'de $M_{L_{1,2,3}} = 100$ GeV için ISR+BS dahil edildiğinde tesir kesitinin kütle merkezi enerjisine göre değişimi.....	30
Şekil 3.8: $\sqrt{s} = 500$ GeV (ILC)'de $M_{L_{1,2,3}} = 300$ GeV için ISR+BS dahil edildiğinde tesir kesitinin kütle merkezi enerjisine göre değişimi.....	30
Şekil 3.9: $\sqrt{s} = 500$ GeV (ILC)'de $M_{L_{1,2,3}} = 500$ GeV için ISR+BS dahil edildiğinde tesir kesitinin kütle merkezi enerjisine göre değişimi.....	31
Şekil 3.10: $\sqrt{s} = 3000$ GeV (CLIC)'de $M_{L_{1,2,3}} = 1000$ GeV için ISR+BS dahil edilmediğinde tesir kesitinin kütle merkezi enerjisine göre değişimi.....	32
Şekil 3.11: $\sqrt{s} = 3000$ GeV (CLIC)'de $M_{L_{1,2,3}} = 2000$ GeV için ISR+BS dahil edilmediğinde tesir kesitinin kütle merkezi enerjisine göre değişimi.....	32
Şekil 3.12: $\sqrt{s} = 3000$ GeV (CLIC)'de $M_{L_{1,2,3}} = 3000$ GeV için ISR+BS dahil edilmediğinde tesir kesitinin kütle merkezi enerjisine göre değişimi.....	33
Şekil 3.13: $\sqrt{s} = 3000$ GeV (CLIC)'de $M_{L_{1,2,3}} = 1000$ GeV için ISR+BS dahil edildiğinde tesir kesitinin kütle merkezi enerjisine göre değişimi.....	34
Şekil 3.14: $\sqrt{s} = 3000$ GeV (CLIC)'de $M_{L_{1,2,3}} = 2000$ GeV için ISR+BS dahil edildiğinde tesir kesitinin kütle merkezi enerjisine göre değişimi.....	34
Şekil 3.15: $\sqrt{s} = 3000$ GeV (CLIC)'de $M_{L_{1,2,3}} = 3000$ GeV için ISR+BS dahil edildiğinde tesir kesitinin kütle merkezi enerjisine göre değişimi.....	35
Şekil 3.16: $\sqrt{s} = 500$ GeV (ILC)'de ISR+BS dahil edildiğinde ( $\lambda=0.35$ ) bağlaşım parametresi için tesir kesiti bilepton kütle değişimi.....	36
Şekil 3.17: $\sqrt{s} = 3000$ GeV için (CLIC)'de ISR+BS dahil edildiğinde ( $\lambda=0.35$ ) bağlaşım parametresi için tesir kesiti bilepton kütle değişimi.....	37
Şekil 3.18: $\sqrt{s} = 500$ GeV (ILC)'de ( $\lambda=0.12$ ) gözlenebilir olay sayısının bilepton kütle değişimi.....	38
Şekil 3.19: $\sqrt{s} = 3000$ GeV (CLIC)'de ( $\lambda=0.28$ ) gözlenebilir olay sayısının bilepton kütle değişimi.....	39
Şekil Ek 2.1. Dış çizgileri işaretlenmiş tipik KED diyagramı .....	49
Şekil Ek 2.2. Bhabha saçılmasına ait Feynman diyagramı (a).....	51
Şekil Ek 2.3. Bhabha saçılmasına ait Feynman diyagramı (b).....	51

Çizelge 2.2.1: Fermiyonlar.....	5
Çizelge 2.2.2: Bozonlar.....	6
Çizelge 2.2.3: Temel Kuvvetler.....	7
Çizelge 2.6: Elektron ailesi kuantum sayıları.....	18
Çizelge 2.7: Bileptonların temel kuantum sayıları ve lepton bağlaşımları.....	19
Çizelge 3.1: $M_{L_1^{--}} = 1000, 2000, 3000$ GeV kütleli skaler tekli (singlet) $L_1^{--}$ bilepton için $\lambda = 0.01, 0.05, 0.1, 0.5$ değerleri için toplam bozunma genişlikleri.....	21
Çizelge 3.2: $M_{L_{2\mu}^{--}} = 1000, 2000, 3000$ GeV kütleli vektör ikili (dublet) $L_{2\mu}^{--}$ bilepton için $\lambda = 0.01, 0.05, 0.1, 0.5$ değerleri için toplam bozunma genişlikleri.....	22
Çizelge 3.3: $M_{L_3^{--}} = 1000, 2000, 3000$ GeV kütleli vektör ikili (dublet) $L_3^{--}$ bilepton için $\lambda = 0.01, 0.05, 0.1, 0.5$ değerleri için toplam bozunma genişlikleri.....	22
Çizelge 3.4: ILC ve CLIC için temel parametreler.....	24

## 1. GİRİŞ

İnsanoğlu bütün tarih boyunca, evreni tanımaya, onu gözlemlemeye ve evrenin hangi maddelerden oluştuğunu bulmaya çalışmıştır. Maddenin temelinde bulunan yapıtaşlarını, özelliklerini ve bu yapıtaşları arasındaki ilişki ve etkileşmeleri ele alan, kuramsal ve deneysel çalışmalar Standart Modeli (SM) oluşturmaktadır. Standart Model parçacık fiziği fenomolojisini 100 GeV'e kadar olan enerji skalasında oldukça başarılı bir şekilde açıklamasına rağmen daha yüksek enerji skalalarına (TeV) gidildikçe model içerisinde yer alan bazı soruları açıklamada yetersiz kalır. Bu noktada SM'in parçacık fiziğinin en son teorisi olmadığı, daha temel bir teorinin düşük enerji limiti olduğu düşüncesi SM ötesine geçme gereksinimi doğurmaktadır. SM ötesine geçmek için öne sürülen pek çok model bulunmaktadır. Bu modeller SM'in problemlerine açıklık getirmek üzere yeni ve ağır parçacıklar önerir. Bu parçacıkların en egzotik olanlarından biri "*Bileptonlar*" dır. Bileptonlar SM parçacıklarının aksine hem skaler hem de vektör özelliklerin her ikisine de sahip 0,1,2 yüklü bozonlardır. Bileptonlar model bağımlı ve model bağımsız olarak halka tipli ve doğrusal (lineer) çarpıştırıcıların çeşitli opsiyonlarında ( $e^-e^+$ ,  $e^-e^-$ ,  $e^-\gamma$ ) incelenebilmektedir.

Bölüm 2'de Standart Model, Standart Model inşası, eksiklikleri, Standart Model Ötesi ve modelleri hakkında bilgi verilmektedir. Bu bölüm içerisinde Standart Model Ötesi modellerde önerilen Bileptonların tanıtımı ve model bağımsız Lagranjiyen ifadeleri ele alınacaktır.

Bölüm 3'te lepton sayısı iki olan ( $L=2$ ) iki yük ( $Q=2$ ) değerlikli skaler ve vektör bileptonlar elektron pozitron çarpıştırıcılarında incelenerek, üretilme tesir kesitleri, bozunma genişlikleri hesaplanacaktır. Ayrıca elektron pozitron çarpıştırıcıları temelinde Bilepton üretiminde güvenli gözlenebilirlik sınırları ve kütle değerleri belirlenecektir.

Bölüm 4'te elde edilen tesir kesitleri, güvenli gözlenebilirlik koşulunu sağlayan bağlaşım parametre değerleri ve kütle sınırları verilerek skaler ve vektör bileptonların üretimi için yorumlar verilecektir.

## 2. KAYNAK ARAŞTIRMASI

### 2.1 Temel Parçacıklar

Bilim adamlarının yıllar boyunca merak ettikleri en önemli konulardan birisi maddeyi oluşturan en temel parçacığın ne olduğu sorusudur. Günümüzde bu sorunun cevabı hala aranmakta olup, fizik alanında önemli bir yer kaplamaktadır. Çok uzun bir dönem maddeyi oluşturan en temel parçacık atom zannedilmiştir ve bölünemez olarak düşünülmüştür.

İlk temel parçacık olan elektronu Thomson 1897 yılında keşfetmiştir. Elektronun keşfinden sonra sırasıyla 1910 yılında Rutherford atom çekirdeğini ve yine Rutherford 1918 yılında çekirdeğin pozitif yüklü protonlardan oluştuğunu, daha sonraları Chadwick'in 1932'de nötronun varlığını kanıtlamasıyla atomun da bir içyapısının olduğu düşünülmüştür. Araştırmaların birçoğu farklı elementlerin ortak yapı taşları olan "elektron, proton ve nötron" üzerine şekillenmesidir. Fakat yeni buluşlar yapıldıkça elektron, proton ve nötron hariç farklı parçacıkların da olabileceği ortaya çıktı. Anderson 1932'de elektronun anti parçacığı olan pozitronu deneysel olarak keşfetti. Bu parçacığın kütlesi elektronla aynı kütleye sahip, spininin 1/2 olduğunu ancak yükünün pozitif olduğunu bulmuştur. Maddenin yapısında elektron, proton ve nötronun olduğunu hatırlarsak pozitronun yer almadığını; fakat reaksiyonlarda ortaya çıktığı için pozitronu da temel parçacık olarak kabul edilmiştir.

Çekirdeği oluşturan parçacıklardan nötronun kütlesi ( $939.566 \text{ MeV}/c^2$ ) protonun kütlesinden ( $938.272 \text{ MeV}/c^2$ ) daha büyük olduğu için radyoaktif çekirdeklerin kendiliğinden  $\beta$  bozunmalarında ortaya çıkan elektronları açıklayabilmek için sıfır kütleli, yüksüz ve spini  $\hbar/2$  olan bir parçacık olan "nötrino" ile açıklanabilmiştir. Nötrino da pozitron gibi maddenin yapısında yer almaz fakat uzayda yıldızlardaki çekirdek reaksiyonlarında nötrinolar bol miktarlarda yer alır. Bir diğer temel parçacık 1930'lu yıllarda bulunan fotondur. Elektromanyetik etkileşmeyi taşıyan taşıyıcı fotonlardır, fotonlarda maddenin yapısında bulunmazlar. 1930'lu yıllarda maddenin üç tür temel parçacıktan oluştuğu şeklindeki düşünceden bir süre sonra vazgeçilmiştir.

Çünkü günümüzde yeni yöntemler ve deneyler kullanılarak hala başka parçacıkların olduğu düşünülmektedir. Ölçülebilir bir içyapıları olmayan, yani daha başka parçacıklardan meydana gelmeyen parçacıklara temel parçacıklar denir.

## 2.2. Standart Model

1900'da Max Planck'ın ilk kuantum makalesi ile başlayan serüvende, maddenin bölünemeyen küçük yapıtaşlarını bulmak için gerek deneysel, gerekse teorik olarak yapılan çalışmalar, parçacık hızlandırıcılarının geliştirilmesi ile hız kazanmıştır. Kazanılan bu teknolojik yetkinlikle maddenin derinliklerine ulaşılmış ve içyapısı daha net bir şekilde anlaşılmıştır. 1970'li yıllarda formüle edilen ve 1980'li yıllarda geniş bir araştırmacı grubunca benimsenen ve teorik eksiklikleri bu süre içinde giderilen Standart Model, şu ana kadar bulunan tüm parçacıkların güçlü, zayıf ve elektromanyetik kuvvet yolu ile birbirleri arasında nasıl etkileştiklerini açıklayan bir kuantum kuramıdır ve SM olarak kısaltılır.

Standart Model'de temel parçacıklar, spin denen kuantum mekaniksel özelliklerine göre fermiyonlar ve bozonlar olarak sınıflandırılırlar.

### 2.2.1 Fermiyonlar

Fermiyonlar, Pauli Dışarılama ilkesine uyan parçacıklar olup,  $1/2\hbar, 3/2\hbar, \dots$  spin kuantum sayısı buçuklu olan parçacıklardır. Fermiyonlar, istatistik mekaniğin Fermi-Dirac istatistiğine uyarlar. Elektron, proton ve nötron birer fermiyondur (Cottingham, W.N., Greenwood, D.A. Çevirenler: Açıkgöz, İ., Yıldırım, S., 2001). Bunlar aynı enerji düzeylerinde sınırlı sayıda bulunabilen parçacıklardır. Aynı durumu işgal edemeyen fermiyonlar, doğada bir asimetri yaratırlar ve maddesel çeşitliliğin ortaya çıkmasını sağlarlar. Maddenin temel yapıtaşlarını oluşturduğundan maddesel parçacıklar olarak isimlendirilirler.

Fermiyonlar da kendi aralarında **hadronlar** ve **leptonlar** olmak üzere iki gruba ayrılırlar. 1964 yılında Gell-mann ve Zweig'in birbirlerinden bağımsız olarak, tüm hadronların aslında daha temel bileşenlerden oluştuğunu önermesiyle kuarklar

anlaşılmaya başlanmıştır. Gell-mann'a göre, tüm hadronlar kuark adı verilen parçacıkların bağlı durumları olarak ortaya çıkmaktadır. Böylece maddenin en küçük yapı taşının kuarklar olduğu anlaşılmaktadır. Nötron (n) ve proton (p) daha küçük parçacıklara bölünmeyen üç temel parçacıktan meydana gelmektedir. Deneyler bir protonun içinde, bir metrenin  $10^{-18}$  'de biri büyüklüğünde nokta saçılma merkezleri olduğunu göstermiştir. Gell-Mann, bu nokta saçılma merkezlerinin birer parçacık olduğunu ileri sürmüştü ve onlara James Joyce'un ünlü "Finnegan's Wake" adlı romanındaki ördeklerden etkilenerek "kuark" adını vermiştir. SM'e göre kuarkların 6 çeşni bulunmaktadır. Bunlar; up (yukarı,  $u$ ), down (aşağı,  $d$ ), strange (acayip,  $s$ ), charm (cazibe,  $c$ ), bottom (alt,  $b$ ) ve top (üst,  $t$ ) kuarktır. Bunların her birinin bir de zıt elektrik yüklü karşıt parçacığı (anti-kuark) vardır ( $\bar{u}, \bar{d}, \bar{s}, \bar{c}, \bar{b}, \bar{t}$ ). Kuarkların dikkati çeken bir başka özelliği de elektrik yüküne sahip olmalarıdır. Kuarkların elektrik yükleri kesirlidir ( $Q=\pm 2/3e^-$  ve  $\pm 1/3e^-$ ) ve parçacıkları oluştururken yük daima tamsayı olarak karşımıza çıkmaktadır.

Kuarklar tek başlarına yalın olarak asla gözlemlenemezler. Kuarklar için "hadron" olarak bilinen parçacıklar içerisinde gizlenmiştir denilebilir. Kuarklar parçacıkların yükü tamsayı olacak biçimde bir araya gelmesi gerektiğinden, kuarkların her kombinasyonu mümkün değildir. Hadronlar; baryonlar ve mezonların ortak adı olarak da kullanılırlar. Üç kuarkın bir araya gelmesi ile baryonlar ( $p = uud$ ), bir kuark ve bir anti-kuarkın bir araya gelmesi ile mezonlar ( $\pi^0 = u\bar{u}$ ) oluşur. Baryonlar buçuklu spine sahip parçacıklar olup, en hafif baryon protondur. Baryonlarda üç kuarkın bulunması ( $p = uud$ ) Pauli Dışarlama İlkesi'ne aykırıdır. Kuarklar  $1/2\hbar$  spinleriyle fermiyon olduklarından bu ilkeye uymak zorundadırlar. Bu problemi ortadan kaldırmak için kuarkların (ve anti-kuarkların) altı farklı şekilde ortaya çıkabildiği, elektrik yüküne benzer bir kuantum sayısı olan renk yükü şeklinde ek bir özelliklerinin olması gerektiği ileri sürüldü. Kuarklardaki bu renk yükü, Kırmızı, Mavi ve Yeşil'dir. Anti(karşıt)-kuarkların renkleri için ise anti-renkler (Anti-Kırmızı, Anti-Yeşil, Anti-Mavi) kullanılır. Renk hipotezine göre, üç renkten de eşit miktarda katıldığında veya bir birim renk yüküne bir birim anti-renk yükü katıldığında ortaya renksiz durumlar çıkmaktadır. Bu ise doğada baryonların ve mezonların neden renksiz olması gerektiğini açıklamaktadır. Böylece bir baryondaki üç kuarkın hepsi farklı renklerde alınır Pauli Dışarlama ilkesi ihlal edilmemiş olur (Martin, B.R., Shaw, G. Çeviren: Meşe, E. 2007).



Böylelikle SM’de anti-parçacıklar ile beraber 12 adet kuark ve bunların da her birinin renk yükü taşıdığı düşünülürse, toplam 36 adet kuark çeşni vardır.

Fermiyonların bir diğ er maddesel parçacık grubu ise leptonlardır. SM’e göre leptonlar elektron(e-), müon ( $\mu^-$ ), tau ( $\tau^-$ ) eksi bir ( $-1$ ) elektrik yüküne sahiptir ve her bir yüklü leptona karşılık gelen nötrinolar ise elektron nötrinosu ( $\nu_e$ ), muon nötrinosu ( $\nu_\mu$ ), tau nötrinosu ( $\nu_\tau$ ) ise yüksüzdürler ve kütesiz kabul edilirler. Dolayısıyla SM’de toplam 12 lepton çeşni bulunmaktadır. Fermiyonların kütle, spin ve elektrik yükleri çizelge 2.2.1’de verilmektedir.

**Çizelge 2.2.1. Fermiyonlar**

<b>FERMİYONLAR</b>						
(Spin = 1/2, 3/2, 5/2,.....)						
<i>Kuarklar (spin =1/2)</i>				<i>Leptonlar (spin =1/2)</i>		
	<i>Çeşni</i>	<i>Kütle</i> (GeV/c <sup>2</sup> )	<i>Elektrik</i> <i>Yükü</i>	<i>Çeşni</i>	<i>Kütle</i> (GeV/c <sup>2</sup> )	<i>Elektrik</i> <i>Yükü</i>
<b>1.Aile</b>	<i>u</i>	~0.003	2/3	$e^-$	0.000511	-1
	<i>d</i>	~0.006	-1/3	$\nu_e$	< 1.10 <sup>-8</sup>	0
<b>2.Aile</b>	<i>c</i>	~1.3	2/3	$\mu^-$	0.106	-1
	<i>s</i>	~0.1	-1/3	$\nu_\mu$	< 0.0002	0
<b>3.Aile</b>	<i>t</i>	~175	2/3	$\tau^-$	1.7771	-1
	<i>b</i>	~4.3	-1/3	$\nu_\tau$	< 0.02	0

Çizelge 2.2.1’de görüldüğü gibi, SM’e göre fermiyonlar; kuantum sayıları, elektrik yükü, çeşni ve kütlelerine göre farklı üç ayrı ailede ortaya çıkmaktadırlar. Birinci aileyi oluşturan elektron, elektron nötrinosu, yukarı (*u*) kuark, aşağı (*d*) kuark maddenin temel yapı taşlarındandır. İkinci aile fermiyonlar acayıp (*s*) kuark, cazibe (*c*) kuark, müon ve müon nötrinosundan oluşmaktadır. Üçüncü aile kuarkları da ilk iki ailede olduğu gibi üst (*t*) ve alt (*b*) olmak üzere iki çeşittir. Bunlara karşılık gelen leptonlar da tau ve tau nötrinosudur.

### 2.2.2. Bozonlar

Bozonlar, Pauli Dışarlama ilkesine uymazlar ve spinleri  $0\hbar, 1\hbar, 2\hbar, \dots$  gibi tam sayı olan parçacıklardır. Dolayısıyla Bose-Einstein İstatistiği'ne uyarlar. Dalga fonksiyonları çift olduğu için aynı durumda birden fazla bozon bulunabilir. Bozonlar, kuvvet taşıyıcı parçacıklar olduklarından etkileşim parçacıkları veya ara parçacıklar olarak adlandırılırlar. SM'de bilinen üç çeşit kuvvet vardır. Bunlar, güçlü kuvvet, elektromanyetik kuvvet ve zayıf kuvvetlerdir. Standart Model'deki temel parçacıklar, bu kuvvetler sayesinde birbirleriyle etkileşmeye girebilirler. Bu etkileşmeleri sağlayan bozonlar, elektromanyetik etkileşmenin ara parçacığı olan foton, zayıf etkileşmenin ara parçacıkları olan  $W^+$ ,  $W^-$ ,  $Z^0$  ve güçlü etkileşmenin ara parçacığı olan gluonlardır.

**Çizelge 2.2.2. Bozonlar**

<b>BOZONLAR</b> (Spin = 0, 1, 2, ...)			
<i>Parçacık İsmi</i>	<i>Kütle (GeV/c<sup>2</sup>)</i>	<i>Elektrik yükü</i>	<i>Spin</i>
Foton ( $\gamma$ )	0	0	1
W- W+	80.4	-1	1
Z <sup>0</sup>	91.1	+1	1
Gluon (g)	0	0	1

Bozon özelliği taşıyan bir diğer parçacık da Higgs'dir. Higgs parçacığı, SM'de parçacıkların nasıl kütle kazandığına açıklık getirebilmektedir. SM'e göre temel parçacıklar, Higgs adlı bir alanla etkileşerek kütle kazanmaktadırlar. Higgs alanı bir kuantum alanıdır ve evrenin her tarafında bu alan mevcuttur. Temel parçacık fiziğine göre, her temel parçacığa bir kuantum alanı karşılık gelir ve temel parçacıklar ilgili kuantum alanlarının kuantalarıdır. Dolayısıyla, SM'de maddesel parçacıklar olarak isimlendirilen fermiyonlar 18 kuark ve 18 anti-kuark, leptonlar; 6 lepton ve 6 anti-lepton olmak üzere toplam 48 parçacık vardır. Ayrıca SM'de ara parçacıklar olarak da bilinen,  $W^+$ ,  $W^-$ ,  $Z^0$ , 8 çeşit gluon, foton parçacıkları ile beraber toplam 60 parçacık içermektedir. Higgs bozonu da eklenirse SM'de bilinen temel parçacık sayısı 61 olmaktadır.

### 2.2.3. Temel Etkileşmeler

Bugünkü bilgilerimiz bize doğada dört temel etkileşmenin var olduğunu söylemektedir. Bu etkileşmeler, güçlü, elektromanyetik, zayıf ve kütle çekimi olarak bilinirler. Bunlardan yalnızca ilk üçü Standart Model tarafından açıklanabilmektedir. Kütle Çekimini ise bu kuram açıklayamaz. Standart modelin en büyük eksikliklerinden birisi de budur.

**Çizelge 2.2.3. Temel Kuvvetler**

<i>KUVVET</i>	<i>TEORİ</i>	<i>ARA PARÇACIK</i>
Güçlü	Renk dinamiği	Gluon
Elektromanyetik	Elektrodinamik	Foton
Zayıf	Çeşni Dinamiği	$W^+$ , $W^-$ ve $Z^0$
Kütle Çekim	Geometrik Dinamik	Graviton

Bu kuvvetlerin şiddetlerini şu şekilde karşılaştırmak mümkündür: Güçlü kuvvetin şiddeti 10, elektromanyetik kuvvetin  $10^{-2}$ , zayıf kuvvetin  $10^{-3}$  ve kütle çekimi kuvvetinin  $10^{-42}$  mertebesinde (Griffiths, D. 2008). Bu kuvvetlerden kütle çekimi dışındaki kuvvetler kuantumlu alanlar teorisi ile açıklanabilmektedir. Kütle çekim kuvvetini de kuantumlu alanlar teorisi ile açıklamak için çalışmalar yapılmaktadır. Kütle çekiminin kuvvet taşıyıcı parçacığı graviton ve spini 2'dir.

Elektromanyetik Kuvvetler; yaşamımızın her alanında baskın olan bir kuvvettir. Yüklü iki parçacığın birbirini ittiği ya da birbirini çektiği kuvvet olan elektrik kuvveti ile elektrik yüklü parçacığın manyetik alandan geçerken üzerine etki ettiği manyetik kuvvetin birbirleriyle ilişkili olduğu kuvvetler olarak da tanımlayabiliriz. Bu kuvvetin taşıyıcısı genelde ışık olarak gözlenen fotondur.

Zayıf Kuvvetler; çekirdeğin radyoaktif bozunuma uğramasına neden olan kuvvetlere denir. Zayıf etkileşme ya da zayıf nükleer kuvvet, pek çok parçacığın ve hatta pek çok atom çekirdeğinin kararsız olmasına neden olur. Zayıf kuvvetin etki ettiği parçacık, bozunarak kendisiyle akraba bir parçacığa dönüşür. Bu bozunmalara yol açan  $W^+$ ,  $W^-$  ve  $Z^0$  olarak adlandırılan ara parçacıklardır.

Güçlü Kuvvetler; atom çekirdeğini oluşturan nükleonları bir arada tutan, temel parçacıklar arasında etkin olan bir diğer kuvvettir. Kuarklar birbirlerini, güçlü etkileşmelerin ara parçacığı olan gluon aracılığıyla çekerler.

Kütle Çekimi Kuvveti; kütlesi olan tüm parçacıklar üzerinde gerçekleşir. Kütle Çekimi Kuvvetinin taşıyıcı parçacığı graviton olup henüz deneysel olarak gözlemlenmemiştir.

Bu parçacıkları ve aralarındaki etkileşmeleri incelerken korunum yasaları dikkate alınmalıdır. Temel parçacıkların en ilginç özelliği bozunuyor olmalarıdır. Bir korunum yasası tarafından engellenmediği sürece, her parçacık kendinden daha hafif bir parçacığa bozunur. Bu durumu evrensel bir kural olarak da ifade edebiliriz. Korunum yasaları veya korunan nicelikler, ne tür etkileşmelerin veya bozunumların olup olmayacağı üzerine sınırlama konulmasını sağlar. Doğa da enerji, çizgisel ve açısal momentum, elektrik yükü, renk yükü, Baryon veya Lepton sayısı, çeşni korunumu... vb korunum yasaları vardır. Enerji ve momentum korunumu tüm etkileşim türleri için geçerlidir.

Fizikte, sezgiler veya genel ilkeler bir problemin taşıdığı simetrisini öne çıkarır. 1917 yılına kadar simetrisinin dinamik anlamlarının ne olduğu tam anlaşılamamıştı, aynı yıl Emmy Noether ünlü teoremini yayınlamıştır.

#### NOETHER TEOREMİ: SİMETRİLER ↔ KORUNUM YASALARI

Her korunum yasasına karşılık gelen bir simetri vardır. Örneğin fizik yasaları zamandaki ötelemeler altında değişmezdir; bu yasalar dün olduğu gibi bugünde aynen geçerlidir. Noether teoremi, bu değişmezliği enerjinin korunumuyla ilişkilendirir. Eğer bir sistem zamana göre simetrikse mekanik enerji, konuma göre simetrikse momentum, dönmeler altında değişmez ise açısal momentum korunur. Benzer şekilde elektrodinamiğin ayar dönüşümleri altında değişmez oluşu yük korunumuna neden olur. SM, parçacık fiziğinin bir ayar teorisidir. Ayar teorileri de;

- Elektromanyetik kuvvetleri açıklayan teori elektrodinamiktir. Elektrodinamiğin kuantumlu teorisi olan kuantum elektrodinamiği(KED) Tomonaya, Feynman ve Schwinger tarafından kurulmuştur. KED bir ayar teorisidir ve bir simetriye karşılık gelir.

- Nükleer bozunmalardan sorumlu kuvvet zayıf kuvvettir ve zayıf etkileşmelerde lepton veya kuark çeşni değişebilir. Zayıf teoriyi açıklayan teori çeşni dinamiğidir.
- Zayıf kuvvet, temel parçacıklar üzerinde bağlayıcı bir etkiye sahip değildir. Zayıf etkileşmelerin ilk teorisi 1934'te Fermi tarafından kuantumlu bir teori olarak verilmiştir.
- Kuarkların güçlü etkileşmelerini açıklayan kuantumlu alan teorisi kuantum renk dinamiğidir (KRD) bu da bir ayar teorisidir.

Her etkileşme bir ayar teorisi çerçevesinde anlaşılabilir. Elektrodinamiği açıklayan kuantum teorisi kuantum elektrodinamiği (KED)  $U(1)_Y$  ayar grubuna, zayıf etkileşmeler  $SU(2)_L$  ve kuantum renk dinamiği (KRD) ise  $SU_C(3)$  ayar grubuna dayanır.  $SU_C(3) \times SU(2)_L \times U(1)_Y$  ayar grubuna dayanan teoriye “Standart Model” denir. Başka bir ifadeyle SM, bu ayar grubu üzerine kurulmuş bir kuantum alan teorisidir. Burada C renk yükünü L leptonları ve Y ise elektromanyetik etkileşmeyi temsil eder.

Standart Model kuantum alanları teorisinde; Ayar dönüşümlerini iki temel sınıfa ayırmaktadır: Global ayar dönüşümleri ve yerel (lokal) ayar dönüşümleri. Global ayar dönüşümleri, dönüşümün belirli bir uzay-zaman noktasına bağlı olmadığı başka bir ifadeyle tüm uzay-zamanda hep aynı şekilde kaldığı dönüşümlerdir. Yerel ayar dönüşümleri ise dönüşümün uzay-zaman noktasına bağlı olduğu ayar dönüşümleridir.

Lagranjiyen'in ayar dönüşümleri altında değişmez olması bizi Noether teoremi olarak bilinen korunum yasalarına götürür. Bu bağlamda, global ayar simetrisinin varlığı yük korunum yasasını beraberinde getirir. Örnek vermek gerekirse, elektrik yükünün korunumu  $U(1)_Y$  global ayar simetrisinin bir sonucu ve hiperyük ile zayıf izospinin korunumu ise  $SU(2)_L \times U(1)_Y$  global ayar simetrisinin bir sonucudur.

Dirac Lagranjiyen'ini baz alıp bu dönüşümleri  $\Psi$  alanı içinde inceleyecek olursak:  $\alpha$  bir sabit olmak üzere

$$\Psi(x) \rightarrow e^{-i\alpha}\Psi(x) \quad (2.1)$$

Dirac Lagranjyen'i de ayar dönüşümleri altında değişmez kalacaktır, bu durum bize Lagranjyenin global bir U(1) simetrisine sahip olduğunu gösterir. Bu simetrimin dönüşümler altında korunma nedeni ise  $\alpha$ 'nın tüm uzay-zamanda sabit bir nicelik olmasındandır. Fiziksel olarak hesaplanamayan  $\alpha$ 'ya herhangi bir değer atfedilebilir ki bu da bize  $\alpha$ 'nın global olduğunu gösterir. Eğer  $\alpha$  uzay-zamanın her bir noktasında değişebilen ve keyfi olarak seçemeyeceğimiz bir parametre olsaydı o zaman simetrimiz global simetri olmaktan çıkıp lokal bir U(1) simetrisi haline gelirdi.  $\alpha$ , uzay zamanın bir fonksiyon olmak üzere

$$\Psi(x) \rightarrow e^{-i\alpha}\Psi(x) \quad (2.2)$$

lokal dönüşümleri altında Dirac Lagranjyen'i hala değişmez kalabiliyorsa bu dönüşüme “*lokal ayar değişmezliği*” denir. Ancak bu lokal dönüşümler altında Dirac Lagranjyen'i değişmez değildir, bu da bize mevcut bulunan lokal U(1) simetrisinin ekstra bir parçacık alanı tarafından kırıldığını gösterir. Lokal dönüşümler altında Dirac Lagranjyen'ini aşağıdaki şekilde ifade edebiliriz (Jean-Pierre Deredinger,2010).

$$\mathcal{L}' = \mathcal{L} - \bar{\Psi}(x)\gamma_\mu\Psi(x)\partial^\mu\alpha(x) \quad (2.3)$$

Dirac Lagranjyen'ini lokal olarak değişmez bırakacak şekilde yeni bir türev operatörü tanımlarsak; Lagranjyen fiziksel olarak istenilen lokal ayar değişmezliğini koruyabilecektir. Tanımlanması gereken türev operatörü aşağıdaki formdadır ve bu operatöre “*kovaryant türev operatörü*” denir.

$$D_\mu \equiv \partial^\mu - ieA_\mu \quad (2.4)$$

Burada  $A_\mu$  bir vektör alanı  $e$  ise bu alanla ilgili bağlaşım sabitidir. Tanımlanan kovaryant türevi baz alarak Dirac Lagranjyen'ini yeniden yazarsak:

$$\mathcal{L} = \bar{\Psi}i\gamma_\mu D^\mu\Psi - m\bar{\Psi}\Psi . \quad (2.5)$$

Kovaryant türev içinde tanımlanan  $A$  vektörel alanının lokal dönüşümler altında;

$$A_\mu \rightarrow A_\mu + \frac{1}{e}\partial^\mu\alpha(x) \quad (2.6)$$

şekline dönüşür. Yeni Dirac Lagranjiyen'i lokal  $U(1)$  simetrisi uygulandığında artık Lagranjiyen değişmez kalacaktır (Cincioğlu, E. 2010).

$$\mathcal{L} = \bar{\Psi}i\gamma_{\mu}D^{\mu}\Psi - m\bar{\Psi}\Psi = \bar{\Psi}i\gamma_{\mu}\partial^{\mu}\Psi - m\bar{\Psi}\Psi + e\bar{\Psi}\gamma_{\mu}\Psi A^{\mu} \quad (2.7)$$

Böylece oluşan bu yeni Lagranjiyen'deki son terim ilk Lagranjiyen'deki simetriyi kıran terimdir ve bu etkileşme teriminde fermiyonik bir parçacığın  $A_{\mu}$  ayar alanıyla etkileşimi söz konusudur. Lagranjiyen'deki  $A_{\mu}$  ayar alanına ait kütle terimi olmadığından son terim foton-elektron etkileşim terimi olarak kabul edilir.

Kuantumlu alanlar teorisinde Klein-Gordon denklemi serbest bozonları tanımlamak için kullanılabilir.  $\phi$ , m kütleli kompleks bir alan olmak üzere; skaler bozonlar için Klein-Gordon Lagranjiyen'i aşağıdaki formda yazılabiliriz.

$$\mathcal{L} = \partial_{\mu}\phi^{*}\partial^{\mu}\phi - m^2\phi\phi^{*} \quad (2.8)$$

Bunun yanısıra fermiyonlar için de  $\Psi$ , m kütleli ve dört bileşenli kompleks bir alan olmak üzere, Dirac Lagranjiyen'ini

$$\mathcal{L} = \bar{\Psi}i\gamma_{\mu}\partial^{\mu}\Psi - m\bar{\Psi}\Psi \quad (2.9)$$

formunda yazabiliriz.

Burada  $\gamma_{\mu}$  ( $4 \times 4$ ) Dirac matrisleridir ve aralarındaki anti-komütatif ilişkiler aşağıdaki gibidir.

$$\{\gamma^{\mu}, \gamma^{\nu}\} = 0, \quad \begin{cases} \{\gamma^{\mu}, \gamma^{\nu}\} = 2g^{\mu\nu}, & \mu = \nu \text{ ise} \\ \{\gamma^{\mu}, \gamma^{\nu}\} = 0, & \mu \neq \nu \text{ ise} \end{cases}$$

### 2.3. Standart Modelin Eksiklikleri

Standart Modelin teorik öngörülleri deneylerle çok büyük bir uyum göstermesine karşın; yüksek enerji ölçeklerine gidildikçe ( $\sim \text{TeV}$ ) yetersiz kalmıştır. Enerji ölçekleri ve

aşağıda sıraladığımız kavramsal eksiklikler SM ötesine geçme gereksinimi doğurmuştur. Standart Model ötesine geçmek için öne sürülen nedenlerden bazıları;

- Higgs parçacığı
- Hiyerarşi problemi
- Parametre sayısının fazlalığı
- Fermiyon aileleri problemi
- Kütle çekimi kuvveti
- Karanlık madde ve Karanlık Enerji
- .....

olarak sıralanabilir.

*Higgs Problemi:* Standart Modelde gözlenen eksikliklerin başında, parçacıklara kütle vermek üzere modele ilave edilen, spini sıfır olan bir parçacığın önerilmesidir. Higgs parçacığı olmasaydı, gözlemediğimiz hiçbir parçacığın kütlesi de olamayacaktı. Higgs problemi bir başka yönüyle de hiyerarşi problemiyle ilgilidir. Parçacıklar başka parçacıklarla etkileşime girdiklerinde kütleleri değişir yani renormalize olurlar. Bu değişimi Higgs parçacığı için hesapladığımızda  $10^{19}$  GeV (milyar elektron volt)'dir. Oysaki deneysel veriler SM'de Higgs parçacığının kütlesini 150 GeV'den daha küçük değerler aldığımızda bu probleme de açıklık getirememektedir (Standart Model, ÖZPİNECİ, A. 2007).

*Hiyerarşi Problemi:* Doğada bulunan temel etkileşme kuvvetlerinden Kütle Çekim kuvvetinin şiddetinin neden bu kadar zayıf olduğu problemidir. Kütle çekim kuvveti, elektromanyetik kuvvetten  $10^{40}$  kat daha zayıftır. Bu kadar fark doğal bir şekilde nasıl ortaya çıkabilir ve eğer SM'i ve Kütle Çekimi içine alabilecek bir teori yazılabilirse bu fark nasıl izah edilir.

Standart Modeli oluştururken, temel parçacık kütleleri, etkileşme sabitleri, Cabibbo açısı gibi daha birçok parametrenin deneylerle ölçülmesi gerekmektedir. SM'de  $\alpha$  ile gösterilen elektromanyetik etkileşme sabitinin değeri neden ( $\alpha \sim \frac{1}{137}$ ) bu kadar küçüktür, "Neden nötrinoların kütlesi bu kadar küçüktür?" gibi bu tür sorulara cevap verememektedir.



*Üç Farklı Kuvvet ve Aile Problemi:* SM üç farklı kuvveti öngörse de, bu üç farklı kuvvet tam anlamıyla birbirine karışmamıştır. Bu kuvvetlerin her birinin kendi kuvvet taşıyıcı bozonları ve her birinin şiddetini belirleyen kendi bağlaşım sabitleri vardır. Kuvvetler arasındaki bu fark nereden kaynaklanmaktadır? Klasik fizikte, Maxwell denklemleri yazılmadan önce elektrik ve manyetik kuvvetlerin farklı kuvvetler olduğu düşünölmekteydi. Maxwell, bu iki kuvvetin aslında aynı kuvvet olduğunu ve ikisinin de aynı bağlaşım sabitiyle açıklanabileceğini göstermiştir. Benzer şekilde Standart Model içerisinde de bunu yapabilir miyiz?

SM kuark ve lepton ailelerinin yapısı hakkında bir bilgi vermez. Doğada neden üç aile vardır? Aileleri birbirinden ne ayırt etmektedir?

Doğada bulunan bütün parçacıklar, sadece  $u$  ve  $d$  kuarklarla elektron ve onun nötrinosundan oluşmaktayken, neden iki tane daha aile vardır? Farklı ailelerin neden farklı kütleleri vardır? SM aile problemine de cevap verememektedir.

*Kütle Çekimi:* SM'in en önemli eksiklerinden biri kütle çekim kuvvetini içermemesidir. Kütle Çekim kuvveti bilinen kuvvetler arasında en zayıf olanıdır. Bu kadar zayıf olduğundan şimdiye kadar yapılan hızlandırıcılarda etkileri gözlenememiştir. Kütle Çekiminin ara parçacığı Graviton spini 2'dir. Bugüne kadar yapılan çalışmalarda Kütle Çekimi Standart Modele dahil edilememiştir. Kütle Çekimini açıklayabilmek için Standart Model Ötesi Kuramlar öne sürölmüştür.

*Karanlık Madde ve Karanlık Enerji:* Modern anlamda "karanlık madde" problemi eski zamanlardaki "görünmeyen nesnelere" (gezegenler) problemlerine benzemektedir. Yıldızların toplam kütlesi hakkında tahminde bulunulabilmek için iki yol kullanırız; birincisi parlaklıklarından ikincisi de yıldızların etrafında dönen cisimlerin dönme hızlarına bakarız. Bu iki farklı yöntemle elde edilen kütleler arasında büyük farklar bulunmaktadır. Bu farkı açıklamak için evrenin bizim görmediğimiz bir maddeyle dolu olduğu öne süröldü ve yaklaşık olarak bu maddenin evrenin kütlelerinin %23'ü olduğu söylenmektedir. Karanlık madde toplam maddenin %23'üne sahip olduğu düşünölmürse, Standart Model evrenin toplam kütlelerinin yalnızca %4'lük kısmını açıklayabilmektedir. SM, karanlık madde ve karanlık enerji gibi eksikliklere de cevap verememektedir.

*Evrendeki Madde-Antimadde Asimetrisi:* Gözlemleyebildiğimiz kadarıyla evren maddelerden oluşmuştur. Anti-madde ise yok denecek kadar azdır. Madde ile antimadde arasındaki bu fark nereden kaynaklanmaktadır? SM, bu farkın tam olarak nereden kaynaklandığı sorusuna cevap verememektedir.

#### 2.4. Standart Model Ötesi

Bütün kuramlar gibi SM'in de başarısı veya başarısızlığı kuramsal hesaplarla deneysel ölçümlerin karşılaştırılmasıyla bulunur. Standart Model parçacık fiziği fenemolojisini 100 GeV'e kadar olan enerji skalasında oldukça başarılı bir şekilde açıklar. Ancak daha yüksek enerji skalalarına (TeV) gidildikçe SM bazı konuların anlaşılmasında yetersiz kalır. Bu noktada SM'in parçacık fiziğinin en son teorisi olmadığı daha temel bir teorinin düşük enerji limiti olduğu düşüncesi SM ötesine geçme gereksinimi doğurmaktadır. Standart Model ötesinde önerilen modeller, SM ile açıklayamadığımız sorulardan bir veya birkaçına çözüm getirebilir. Yüksek enerjilerde geçerli olacak SM ötesi modellerde SM'de bulunmayan yeni parçacıklar ve yeni etkileşimler de yer alabilir (Kırca, Z. 2003). Standart Model ötesine geçmek için öne sürülen nedenlerden bazıları;

- Büyük Birleşme Teorileri(GUT)
- Süpersimetri(SUSY)
- Sicim Teorisi
- Kompozitlik
- Teknikolor
- LittleHiggs

örnek olarak verilebilir.

Gözlemlediğimiz üç farklı kuvvetin, yüksek enerjilerde aslında tek bir kuvvet olduğunu söyleyen kuramlara **Büyük Birleşme Teorileri** (Grand Unified Theory) denir. Büyük birleştirme teorileri (GUT) olarak bilinen bu teoriler,  $SU_C(3) \times SU(2)_L \times U(1)_Y$  grubunu, düşük enerji bölgelerinden sorumlu bir alt grup olarak ele aldığında güçlü ve elektrozayıf etkileşmeleri, tek bir ayar grubu altında birleştirmeye çalışmıştır. Elektromanyetik, zayıf ve güçlü etkileşmelerin bağlanma sabitlerini tek bir bağlanma

sabiti olduğunu varsayarsak, etkileşme sabitlerinin belli bir enerji değerinde aynı bir birleşik etkileşmenin düşük enerjilerdeki farklı şekilleri olmalıdır. Enerji ölçekleri, büyük birleştirme teorilerinde GUT ( $M_{GUT}$ ) olarak adlandırılır. Bu üç bağlanma sabitinin yaklaştığı ortak enerji ölçeği  $M_{GUT} \sim 10^{15}$  GeV olarak hesaplanmıştır. Böyle bir durum gerçekleştiğinde, SM eksikleri kısmında sorduğumuz "neden üç farklı etkileşme var?" sorusuna da cevap bulmuş oluruz. Büyük birleştirme teorileri çerçevesinde, bilinen ayar bozonları dışında daha ağır ayar bozonlarının ortaya çıkması beklenmektedir.

Kuantumlu alan teorisinde korunum yasaları bir ayar değişmezliğinin varlığıyla ilişkilendirilir. Buna göre baryon veya lepton sayısı korunumu ilgili bir alanın varlığı ile ilişkilendirilememiştir. Bu nedenlerle önerilen pek çok GUT senaryosu, B (baryon sayısı) ve L (lepton sayısı)'nın korunmadığı süreçleri öngörmüştür. Bu süreçlerden bazılarına örnek verecek olursak, proton bozunumu, nötron-anti nötron veya döteron pion salınımları, nötrinosuz çift beta bozunumu, nötrinoların sadece sonlu kütleyle sahip olduklarında ortaya çıkabilecek olan nötrino salınımlarıdır (Leader and Predazzi 1996). Buna göre SM'in sorunlarından biri olan nötrino salınımları büyük birleştirme teorileri ile cevap bulabilir.

**Süpersimetri (SUSİ) ve Minimal Süpersimetrik Standart Model(MSMM);** Fermiyonları bozonlara, bozonları fermiyonlara dönüştüren kuantum alan teorisinin simetri üzerine genelleştirilmiş halidir. Süpersimetri, SUSİ olarak kısaltılır. Standart modelin cevap veremediği sorulardan birkaçını cevaplayabileceği düşünülen, standart model ötesi modellerden en çok kullanılan modeldir. Süpersimetri her bir SM parçacığına karşılık gelen "süperes" olarak adlandırılan yeni parçacıkların olduğunu varsayar. SUSİ'de Standart Model'in parçacığı olan elektrona ek olarak onun eşi olan selektron, W vektör bozonuna da Wino vb. daha birçok örnek verilebilir. Bu parçacıklar ve süper eşleri birbirlerinden 1/2 spin kadar farklıdır. Bugüne kadar herhangi bir süpersimetrik parçacık gözlenememiştir.

MSSM, Standart Model ötesi kuramlar içerisinde anlaşılması en kolay olanıdır. MSSM, minimum parçacık içeriğini, R-parite korunumuyla Poincare ve ayar değişmezliğini konu alan bir modeldir.

**Sicim Teorisi:** Fizikçiler, temel parçacıkları matematiksel olarak bir nokta şeklinde tanımlamışlardır. Sicim teorilerinde ise parçacık sicim olarak tanımlanmış ve bugün temel olarak nitelendirdiğimiz kuark, lepton... gibi parçacıkların bu sicime karşılık gelen titreşen sicimlerden oluştuğunu öngörmektedir. Sicim Teorileri, Kütle çekim kuvvetini de diğer kuvvetler gibi temel sicimlerin uyarılmış durumları yaklaşımı altında bakarak tutarlı bir kuantum teorisi elde edebilmiştir.

**Kompozitlik:** Bugün temel olarak ele aldığımız leptonlar ve kuarkların daha küçük birşeylerin kombinasyonu olarak açıklanabilir mi sorusuna cevap arar. Kompozit modeller SM'de temel (içyapısız) olarak kabul ettiğimiz kuark ve leptonların bir içyapıya sahip olduklarını ve bu durumu karşılayan *preon* denilen noktasal bir parçacığın var olduğunu ve boyutunun da  $10^{-17} - 10^{-18}$  cm'den küçük olduğunu öngörmektedir (Pati and Salam 1974). Bu model yüksek enerjilerde farklı kuantum sayılarına sahip birçok parçacığın daha olabileceğini öne sürmüştür. Bu yeni parçacıklara bileptonlar, leptokuarklar, leptogluonlar ve octetbozonlar örnek olarak verilebilir.

**Teknikolor:** Higgs diye temel bir parçacığımız olmasaydı Higgs gibi davranan daha temel parçacıklardan oluşan parçacıkların var olup olmadığını inceleyen bir modeldir. Bu parçacıkları birbirine bağlayan kuvvet ise teknikolor kuvvetidir.

**Little Higgs:** SM'in en çok sıkıntı çektiği hiyerarşi problemine çözüm getirmek üzere, Higgs kütlesi üzerindeki kuadratik ıraksamayı giderecek TeV skalasında ağır fermiyonlar ve bozonların varlığını öne sürer.

## 2.5. Bileptonlar

Standart Model (SM) ötesi pek çok model yeni parçacıkların varlığını öne sürer. SM ötesi modellerde yer alan bu parçacıkların en egzotik olanlarından biri "*bilepton*"lardır. Bu bölümde Standart Modelde (SM) yer almayan, ancak çeşitli SM ötesi teorilerde önerilen parçacıklardan biri olan bileptonların tanıtılması, bu parçacıkların

etkileşmeleri, yüksek enerjili çarpıştırıcılarda üretim ve gözlenebilirlik sınırlarının hesaplanması ele alınacaktır.

SM'de yer alan bozonlar ( $\gamma$ ,  $W^\pm$ ,  $Z^0$ ) global kuantum sayısı taşımazken (lepton veya baryon sayısı gibi) sadece fermiyonlar global kuantum sayısı taşırlar. Buna karşın SM ötesi modellerde bu durum değişmektedir. Minimal Süpersimetrik Model (MSSM)'de yer alan skaler parçacıklar süper eşleri olan fermiyonlarla aynı baryon ve lepton sayılarına sahiptirler. SM ötesi modeller olarak sunulan Büyük Birleştirme Teorileri, Higgs sektörlü modeller, Teknikrenk ve Kompozitlik modelleri lepton veya baryon sayılarının birine veya her ikisine birden sahip olan yeni parçacıkların varlıklarını öngörmektedir (Mohapatra, 2002, Ozansoy, K. O. 2005).

SM ötesi modellerde yer alan parçacıklardan biri olan *bileptonlar*, Standart Model leptonları ile etkileşmeye giren (kuarklarla ile etkileşme yapmazlar) lepton sayısı  $L=0$  veya  $L=2$  olan bozonlardır.  $L=0$  olduğu durumda bileptonlar SM bozonlarına benzer özellikler gösterirler ve beklenen kütleleri TeV skalasındadır. Skaler (spin-0) veya vektör (spin-1) yapıda  $Q=0, 1, 2$  yüklerine sahip olarak üretilen (Frampton, 1996, Cuypers ve Davidson, 1998) bileptonlar kütleli nötrino modelleri, lepton çeşnisini korumayan modeller, SU(15) modeli (Frampton ve Lee, 1990), 331- modeli (Frampton ve Ng, 1992), sağ-sol simetrik modeller gibi model bağımlı veya model bağımsız olarak incelenebilir (Dang Van Soa ve ark. 2004; Mohapatra, R. N., Senjavic, G. 1981; Rizzo, T.G. 1982; Pisano, F., Pleitez 1992).

Bu çalışmada  $L=2$  lepton sayısına sahip bileptonlar, SM ötesi parçacıkların araştırılmasında temiz bir ard alan sağlayan, başlangıç durumlarının iyi tanımlandığı ve momentum korunumundan bozunma ürünlerinin analizinde kolaylık sağlayan,  $e^-e^+$ ,  $e^-e^-$ ,  $e^-\gamma$  opsiyonlarına sahip olan yüksek enerjili lineer  $e^-e^+$  çarpıştırıcılarında (ILC ve CLIC) model bağımsız olarak incelenecektir.

### 2.5.1. Bileptonların model bağımsız incelenmesi

$L=2$  lepton sayılı,  $Q=0,1,2$  yüklerine sahip olarak üretilen bileptonlar SM ötesi modellerde ele alınmaktadır. SM'in elektrozayıf ayar simetrisini ( $SU(2)_Y \times U(1)_L$ ) koruyan ve, skaler (spin-0) ve vektör (spin-1) bileptonlar ile SM leptonlarını içeren

Lagranjiyen yüksüz, tek-yüklü ve iki-yüklü  $L_1^+$ ,  $\tilde{L}_1^{++}$ ,  $L_{2\mu}^+$ ,  $L_{2\mu}^{++}$ ,  $L_3^0$ ,  $L_3^+$  ve  $L_3^{++}$  olmak üzere yedi adet bilepton alanı içerir. Lepton sayısı iki ( $L = 2$ ) olan bileptonlar için model bağımsız etkileşme Lagranjiyeni aşağıdaki biçimde ifade edilebilir (Cuypers ve Davidson, 1998),

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & -\lambda_1^{ij} L_1^+ (\bar{\ell}_i^c P_L \nu_j - \bar{\ell}_i^c P_L \nu_i) + \tilde{\lambda}_1^{ij} \tilde{L}_1^{++} \bar{\ell}_i^c P_R \ell_j + \lambda_2^{ij} L_{2\mu}^+ \bar{\nu}_i^c \gamma^\mu P_R \ell_j + \\ & \lambda_2^{ij} L_{2\mu}^{++} \bar{\ell}_i^c \gamma^\mu P_R \ell_j + \sqrt{2} \lambda_3^{ij} L_3^0 \bar{\nu}_i^c P_L \nu_j - \lambda_3^{ij} L_3^+ (\bar{\ell}_i^c P_L \nu_j + \bar{\ell}_i^c P_L \nu_i) - \\ & \sqrt{2} \lambda_3^{ij} L_3^{++} \bar{\ell}_i^c P_L \ell_j + h.c. \end{aligned} \quad (2.10)$$

Burada  $i, j = e, \mu, \tau$  lepton çeşnisini,  $L_i$  ( $i=1,2,3$ ) bilepton alanlarını (vektör ve skaler),  $l = (V_l, e_l)$ ; sol-elli  $SU(2)_L$  lepton ikilisini,  $\bar{l}^c = (l^c) + y^0 = -l^T$ ; lepton operatörü yük eşleniğini,  $\lambda$  bilepton bağlaşım sabitlerini, h.c. ise her bir terimin hermityen eşleniğini göstermektedir.  $P_{R,L} = (1 \pm \gamma_5)/2$ 'dir. Denklem 2.10'da yer alan SM leptonları ile bağlaşım yapan bileptonların kuantum sayılarını ifade edebilmek için SM elektron ailesini oluşturan sol-elli lepton ikilisinin ve sağ-elli elektron teklisinin kuantum sayıları  $Q = T_3 + Y/2$  (Gell-Mann-Nishijima denklemi) ile verilir.

**Çizelge 2.6.** Elektron ailesi kuantum sayıları

	<b>J</b>	<b><math>T_3</math></b>	<b>Y</b>	<b>Q</b>
$\begin{pmatrix} V_{eL} \\ e_L \end{pmatrix}$	$\frac{1}{2}$	$\pm \frac{1}{2}$	-1	$\begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix}$
$e_R$	0	0	-2	-1

SM leptonlarına ait kuantum sayıları dikkate alınarak Denklem 2.10'da yer alan skaler ve vektör bileptonların,  $SU(2)_L \times U(1)_Y$  ayar simetrisini koruyacak şekilde SM leptonları ile yaptığı bağlaşımlar ve kuantum sayıları Çizelge 2.7'de verilmektedir.

**Çizelge 2.7.** Bileptonların temel kuantum sayıları ve lepton bağlaşımları

	<b>L</b>	<b>J</b>	<b>Y</b>	<b>T<sub>3</sub></b>	<b>Q<sub>γ</sub></b>	<b>Q<sub>Z</sub></b>	<b>Lepton bağlaşımları</b>
<b>L<sub>1</sub><sup>+</sup></b>	2	0	1	0	1	$-\frac{\sin \theta_W}{\cos \theta_W}$	$e_L \nu_L(\lambda_1)$
<b>L<sub>1</sub><sup>++</sup></b>	2	0	2	0	2	$-2\frac{\sin \theta_W}{\cos \theta_W}$	$e_R e_R(\tilde{\lambda}_1)$
<b>L<sub>2μ</sub><sup>++</sup></b>	2	1	$\frac{3}{2}$	$\frac{1}{2}$	2	$-\frac{4\sin^2 \theta_W - 1}{2 \sin \theta_W \cos \theta_W}$	$e_R e_L(\lambda_2)$
<b>L<sub>2μ</sub><sup>+</sup></b>				$-\frac{1}{2}$	1	$-\frac{2\sin^2 \theta_W + 1}{2 \sin \theta_W \cos \theta_W}$	$e_R \nu_L(\lambda_2)$
<b>L<sub>3</sub><sup>++</sup></b>	2	0	1	1	2	$-\frac{2\sin^2 \theta_W - 1}{\sin \theta_W \cos \theta_W}$	$e_L e_L(\sqrt{2}\lambda_3)$
<b>L<sub>3</sub><sup>+</sup></b>				0	1	$-\frac{\sin \theta_W}{\cos \theta_W}$	$e_L \nu_L(\lambda_3)$
<b>L<sub>3</sub><sup>0</sup></b>				-1	0	$-\frac{1}{\sin \theta_W \cos \theta_W}$	$\nu_L \nu_L(-\sqrt{2}\lambda_3)$

Burada

$$Q_\gamma = T_3 + Y/2, \quad Q_Z = T_3 \frac{\cos \theta_w}{\sin \theta_w} - \frac{Y \sin \theta_w}{2 \cos \theta_w} \quad (2.11)$$

ile tanımlanmaktadır.

Denklem 2.10'da verilen etkileşme Lagranjiyen'inden  $L = 2$  kuantum durumu için iki değerlikli skaler ve vektör bileptonların SM leptonları ile yaptığı etkileşmeleri tanımlayan Lagranjiyeni daha sade bir şekilde,

$$L = \tilde{\lambda}_1^{ij} \bar{e}_i^c P_R e_j \tilde{L}_1^{++} + \lambda_2^{ij} \bar{e}_i^c \gamma^\mu P_R e_j L_{2\mu}^{++} - \sqrt{2} \lambda_3^{ij} \bar{e}_i^c P_L e_j L_3^{++} + h.c. \quad (2.12)$$

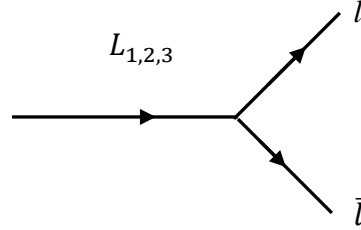
yazabiliriz ( Gregores, E. M., Gusso, A. and Novaes, S. F. 2001).

Bu çalışmada elektron pozitron çarpıştırıcılarında skaler–tekli  $L_1^{--}$ , vektör-ikili  $L_{2\mu}^{--}$  ve skaler üçlü  $L_3^{--}$  bileptonlar dikkate alınacaktır.

### 3. MATERYAL VE YÖNTEM

#### 3.1. Bozunma Genişlikleri

Skaler-tekli (singlet)  $L_1^{--}$ , vektör-ikili (doublet)  $L_{2\mu}^{--}$  ve skaler-üçlü (triplet)  $L_3^{--}$  bileptonlar için bozunma diyagramı  $l = e, \mu, \tau$  olmak üzere

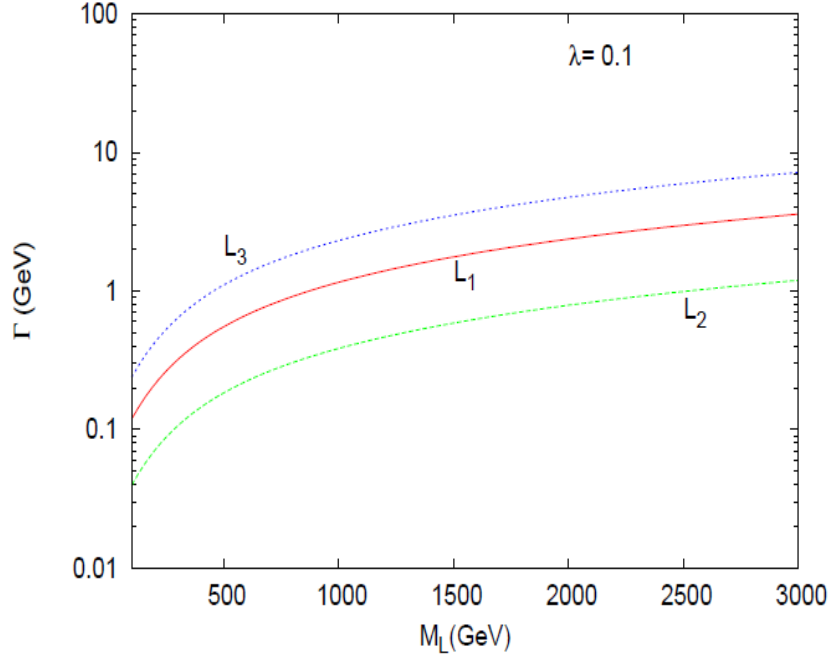


ile verilmektedir. Skaler ve vektör bilepton bozunma genişlikleri leptonik diagonal çiftlenim parametrelerine ( $\lambda_k^{ij}$ ) bağlı olarak;  $L_1^{--}$ ,  $L_{2\mu}^{--}$  ve  $L_3^{--}$  için sırasıyla  $G = 3$ ,  $G = 1$  ve  $G = 6$  alınarak bozunma genişliği

$$\Gamma_L = G \frac{\lambda^2}{8\pi} M_L \quad (3.1)$$

ile ifade edilmektedir. Şekil 3.1’de  $L_1^{--}$  skaler-tekli,  $L_{2\mu}^{--}$  vektör-ikili ve  $L_3^{--}$  skaler-üçlü bileptonların kütleyle bağlı bozunma genişlikleri  $\lambda=0.1$  için verilmektedir.





**Şekil 3.1.**  $\lambda=0.1$  bağlaşım parametresi ve farklı bilepton kütlelerine ait bozunma genişliği

$L_1^{--}$  skaler-tekli,  $L_{2\mu}^{--}$  vektör-ikili ve  $L_3^{--}$  skaler-üçlü bileptonların bozunma genişliklerinin  $\lambda$  bağlaşım parametresine göre değişimi farklı bilepton kütle değerleri için Çizelge 3.1, 3.2 ve 3.3’de verilmektedir.

**Çizelge 3.1.**  $M_{L_1^{--}} = 1000, 2000, 3000$  GeV kütleli skaler tekli (singlet)  $L_1^{--}$  bilepton için  $\lambda = 0.01, 0.05, 0.1, 0.5$  değerleri için toplam bozunma genişlikleri.

	$\Gamma_{L_1^{--}} \text{ (GeV)}$		
	$M_{L_1^{--}} = 1000 \text{ GeV}$	$M_{L_1^{--}} = 2000 \text{ GeV}$	$M_{L_1^{--}} = 3000 \text{ GeV}$
$\lambda = 0.01$	$1.2 \cdot 10^{-2}$	$2.4 \cdot 10^{-1}$	$3.6 \cdot 10^{-2}$
$\lambda = 0.05$	$2.9 \cdot 10^{-1}$	$6 \cdot 10^{-1}$	$9 \cdot 10^{-1}$
$\lambda = 0.1$	1.2	2.4	3.6
$\lambda = 0.5$	29.8	59.7	89.5

**Çizelge 3.2.**  $M_{L_{2\mu}^{--}} = 1000, 2000, 3000$  GeV kütleli vektör ikili (dublet)  $L_{2\mu}^{--}$  bilepton için  $\lambda = 0.01, 0.05, 0.1, 0.5$  değerleri için toplam bozunma genişlikleri.

	$\Gamma_{L_{2\mu}^{--}} \text{ (GeV)}$		
	$M_{L_{2\mu}^{--}} = 1000 \text{ GeV}$	$M_{L_{2\mu}^{--}} = 2000 \text{ GeV}$	$M_{L_{2\mu}^{--}} = 3000 \text{ GeV}$
$\lambda = 0.01$	$3.9 \cdot 10^{-3}$	$7.9 \cdot 10^{-3}$	$1.2 \cdot 10^{-2}$
$\lambda = 0.05$	$9.9 \cdot 10^{-2}$	$1.9 \cdot 10^{-1}$	$2.9 \cdot 10^{-1}$
$\lambda = 0.1$	$3.9 \cdot 10^{-1}$	$7.9 \cdot 10^{-1}$	1.2
$\lambda = 0.5$	9.9	19.9	29.8

**Çizelge 3.3.**  $M_{L_3^{--}} = 1000, 2000, 3000$  GeV kütleli vektör ikili (dublet)  $L_3^{--}$  bilepton için  $\lambda = 0.01, 0.05, 0.1, 0.5$  değerleri için toplam bozunma genişlikleri

	$\Gamma_{L_3^{--}} \text{ (GeV)}$		
	$M_{L_3^{--}} = 1000 \text{ GeV}$	$M_{L_3^{--}} = 2000 \text{ GeV}$	$M_{L_3^{--}} = 3000 \text{ GeV}$
$\lambda = 0.01$	$2.4 \cdot 10^{-2}$	$4.8 \cdot 10^{-2}$	$7.2 \cdot 10^{-2}$
$\lambda = 0.05$	$5.9 \cdot 10^{-1}$	1.2	1.8
$\lambda = 0.1$	2.4	4.8	7.2
$\lambda = 0.5$	59.7	119.4	179.1

Çizelge 3.1-3.2 ve 3.3' den elde edilen değerlere göre  $M_L = 1000, 2000$  ve  $3000$  GeV'lik bilepton kütleleri için, farklı bağlaşım parametreleri için alınan değerler ( $\lambda$ ) skaler tekli (singlet)  $L_1^{--}$ , vektör ikili (doublet)  $L_{2\mu}^{--}$  ve skaler üçlü (triplet)  $L_3^{--}$  bilepton bozunma genişlikleri  $\lambda^2$ 'ye bağlı olarak artmakta ve skaler üçlü (triplet)  $L_3^{--}$  bilepton diğer iki bilepton bozunma genişliğine göre daha büyük değerler almaktadır.

### 3.2. Doğrusal Çarpıştırıcılar: ILC ve CLIC

Parçacık hızlandırıcıları günümüzde jenerik teknolojiler arasında yer alan yüksek teknolojiye sahip deney araçlarıdır. Parçacık hızlandırıcıları elektron, pozitron, proton, anti-proton gibi yüklü temel parçacık demetlerini oluşturarak ve bunları hızlandırarak yüksek enerjilere çıkabilen özel tasarımlara sahip donanımlardır(Ö.Yavaş, 2009). Bu sistemler sayesinde yüksek enerjilere sahip parçacıklar sabit veya hareketli bir hedef ile çarpıştırarak parçacık fiziği ve çözülmemiş sorulara sahip olan nükleer fiziğin sorularına cevap bulmak üzere deneylerin yapılmasına yardımcı olan doğrusal ve halka tipli çeşitleri bulunmaktadır. Parçacık hızlandırıcıları yapısında amaca yönelik dedektör sistemleri bulundurarak çarpışma sonucunda elde edilen verileri gelişmiş bilgisayar programları vasıtasıyla analiz etmektedir.

Doğrusal hızlandırıcılarda parçacıklar doğrusal yörüngeler boyunca elektrostatik alanlar ile veya salınımlı RF alanlarda hızlandırılır. TeV skalasında elektron-pozitron çarpışmalarını gerçekleştirmek için doğrusal çarpıştırıcılar uygun seçimdir. Doğrusal çarpıştırıcılarda elektronları ve pozitronları karşılıklı olarak hızlandıran iki doğrusal hızlandırıcı vardır (Seyit Okan Kara tez 2012). Doğrusal çarpıştırıcılar kompozit (alt yapısı olmayan) yapıda olmayan basit parçacıkları çarpıştırmak, ard alanı temiz bir deney ortamı sağlamak, başlangıç durumlarının iyi tanımlanması, momentum korunumundan bozunma ürünlerinin analizinde kolaylık sağlamak, sinkrotron ışınımı olmadığı için ulaşılabilecek maksimum güç ve ışınlılığa sahip olma ve parçacıkların farklı özelliklerini araştırmak (polarizasyon, CP,...) ,  $e^-e^+$ ,  $e^-e^-$ ,  $e^-\gamma$  ek seçeneklerine sahip olmak gibi avantajları vardır.

Günümüzde doğrusal çarpıştırıcılarla ilgili iki farklı teknoloji bulunmaktadır. Uluslararası Doğrusal Çarpıştırıcı (ILC) kollobrasyonu (KM enerjisi 500 GeV gelecekte 1 TeV'e güncellenme planları bulunmaktadır) ve Kompakt Doğrusal Çarpıştırıcıdır (CLIC) (KM enerjisi 3 TeV). Doğrusal çarpıştırıcılarda var olan veya planlanan hızlandırıcıların benzetişimine olanak sağlayan “İlk Durum Işınması” (ISR-Initial state Radiation) ve “Demet Işınması” (Beamstrahlung-BS) kavramları önemli dedektör parametreleridir.  $e^-e^+$  çarpıştırıcılarında demet enerjisinin, saçılma sonrası elde edilen ürün parçacıkların üretim kesitinin hesaplanması için kullanılması zordur. TeV skalasında  $e^-e^+$  son durum ürün parçacıklarının üretiminin SM ötesi hesaplamalarda

sinyal oluşturacak ve SM’de elde edilecek ard alan bilgilerini tanımlayabilmek için yüksek enerjili fotonların ilk durum ışınmasını-ISR göz ardı etmemeliyiz. Bunun yanı sıra demet-demet etkileşmelerinden kaynaklanan enerji kayıpları da tesir kesiti üzerinde etkili olacaktır. Bu etki demet ışınması olarak ifade edilen bu durum çarpışan demetlerin kütle merkezi enerjisini azaltır ve ilk durum için bilinmeyen boyuna bir momentuma sebep olur. Yüksek enerjili doğrusal çarpıştırıcılarda ihtiyaç duyulan yüksek ışınlılığa (Luminosite) sahip olmak için yoğun elektron-pozitron demetleri gereklidir. Bu durumda demet ışınmasının hesaba katılması gerekir.

$L = 2$  lepton sayılı, iki-yüklü bileptonların yüksek enerjili elektron pozitron çarpıştırıcılarında üretimini incelemek üzere TeV enerjili ILC ve CLIC çarpıştırıcılarını kullanarak saçılma tesir kesitlerini ve gözlenebilirlik değerlerini bulmak üzere Çizelge 3.4’te verilen çarpıştırıcı temel parametrelerini kullanacağız (D. Dannheim vd, 2013).

**Çizelge 3.4.** ILC ve CLIC için temel çarpıştırıcı parametreleri

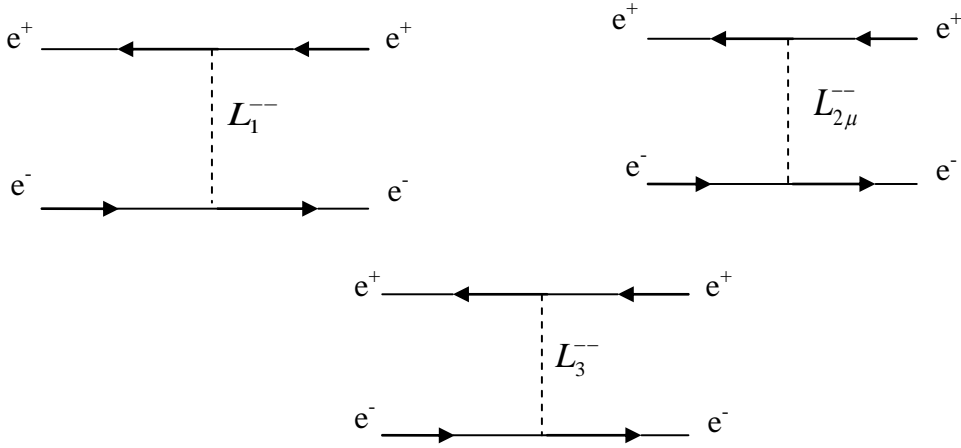
Çarpıştırıcı Parametreleri	ILC	CLIC
$E (\sqrt{s})$ TeV	0.5	3
$L(10^{34} \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1})$	2	5.9
$N (10^{10})$	2	0.372
$\sigma_x$ (nm)	640	45
$\sigma_y$ (nm)	5.7	1
$\sigma_z$ ( $\mu\text{m}$ )	300	44

Çizelge 3.4’te verilen  $L$ ; parçacık fiziği açısından bir çarpıştırıcıda istenen en önemli parametrelerden çarpıştırıcının yoğunluk performansını veren ışınlılık değeridir. Işınlılık değerinin mümkün olduğunca yüksek olması yapılan deneylerin yüksek istatistik ile incelenebilmesi için önemlidir.  $N$ ; demette bulunan parçacık sayısı,  $\sigma_x$  ve  $\sigma_y$  etkileşme noktasında enlemesine demet boyutları,  $\sigma_z$  ise paketçik uzunluğudur. Hesaplamalarımızda Mathematica (Wolfram Mathematica 7) ve CALCHEP (Pukhov, 2000.) programını ve Çizelge 3.4’te verilen değerleri kullandık.

### 3.3. Elektron Pozitron Çarpıştırıcılarında Bilepton Üretimi

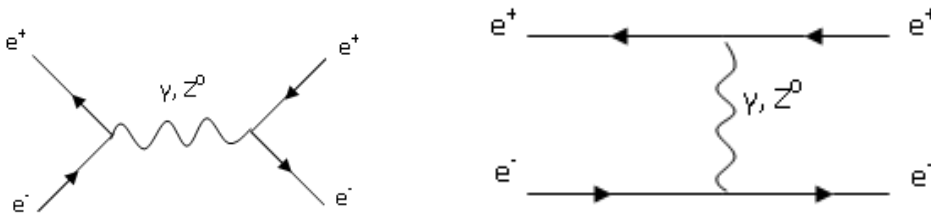
Yüksek enerjili elektron pozitron çarpıştırıcılarında Bileptonlar;

$e^- e^+ \rightarrow L_i \rightarrow e^- e^+$  ( $i = 1,2,3$ ) saçılma sürecinde skaler tekli (singlet)  $L_1^{--}$ , vektör ikili (doublet)  $L_{2\mu}^{--}$  ve skaler üçlü (triplet)  $L_3^{--}$  bileptonların değiş tokuşu ile u-kanalında üretilebilir.



**Şekil 3.2:** skaler ve vektör bileptonlara ait Feynman diyagramı

$e^- e^+ \rightarrow e^- e^+$  saçılma süreci SM'de de (s ve t kanalları) karşımıza çıkacağı için ard alan oluşturacaktır.



**Şekil 3.3:**  $e^- e^+ \rightarrow e^- e^+$  sürecine ait Feynman diyagramı

Kütle merkezi sisteminde  $2 \rightarrow 2$  süreci için diferansiyel tesir kesiti;

$$\frac{d\sigma}{dt} = \frac{\langle |M|^2 \rangle}{16\pi s^2} \quad (3.2)$$

bağıntısı ile verilmektedir. Diferansiyel tesir kesiti hesabı Ek-1’de verilmiştir. Elektron-pozitron çarpıştırıcılarında skaler ( $L_1^-$  ve  $L_3^-$ ) ve vektör ( $L_{2\mu}^-$ ) bilepton içeren her bir kanal için diferansiyel tesir kesiti;

$e$  elektron yükü,  $\alpha = e^2/4\pi$ ,  $\lambda$  bilepton bağlaşımı ve  $s, t, u$  Mandelsam Değişkenleri,

$$R_{Z^0} = \frac{-\sin \theta_W}{\cos \theta_W} \quad , \quad L_{Z^0} = \frac{1 - 2\sin^2 \theta_W}{2 \sin \theta_W \cos \theta_W}$$

sağ ve sol-elli leptonlar için bağlaşım parametreleri olmak üzere skaler bilepton  $L_1^-$  değiş tokuşu için

$$\begin{aligned} & \frac{d\sigma(e^- e^+ \rightarrow e^- e^+, \tilde{L}_1^-)}{dt} \\ &= \frac{4\pi\alpha^2}{s^2} \left\{ \frac{1}{4} \left[ \left( \left( \frac{u}{s - m_\gamma^2} + \frac{u}{s - m_\gamma^2} \right) + \left( \frac{u}{s - m_Z^2} + \frac{u}{s - m_Z^2} \right) + 2 \frac{\lambda^2}{e^2} \frac{u}{u - m_L^2} \right)^2 \right. \right. \\ & \quad \left. \left. + \left( \frac{t}{s - m_\gamma^2} + L_Z R_Z \frac{t}{s - m_Z^2} \right)^2 \right] \right. \\ & \quad \left. + \frac{1}{4} \left[ \left( \left( \frac{u}{s - m_\gamma^2} + \frac{u}{t - m_\gamma^2} \right) + \left( \frac{u}{s - m_Z^2} + \frac{u}{t - m_Z^2} \right) \right)^2 \right. \right. \\ & \quad \left. \left. + \left( \frac{t}{s - m_\gamma^2} + L_Z R_Z \frac{t}{s - m_Z^2} \right)^2 \right] + \frac{1}{2} \left( \frac{s}{t - m_\gamma^2} + \frac{s}{t - m_Z^2} \right)^2 \right\} \end{aligned} \quad (3.3)$$

Vektör bilepton  $L_{2\mu}^-$  değiş tokuşu için

$$\begin{aligned}
& \frac{d\sigma(e^-e^+ \rightarrow e^-e^+, L_2^{--})}{dt} \\
&= \frac{4\pi\alpha^2}{s^2} \left\{ \frac{1}{4} \left[ \left( \left( \frac{u}{s-m_\gamma^2} + \frac{u}{t-m_\gamma^2} \right) + R_Z^2 \left( \frac{u}{s-m_\gamma^2} + \frac{u}{u-m_L^2} \right) \right)^2 \right. \right. \\
&+ \left( \left( \frac{t}{s-m_\gamma^2} - \frac{\lambda^2}{e^2} \frac{t}{u-m_L^2} \right) + L_Z R_Z \left( \frac{t}{u-m_\gamma^2} - \frac{\lambda^2}{e^2} \frac{t}{u-m_L^2} \right) \right)^2 \\
&+ \left. \left. \frac{\lambda^2}{e^2} \frac{t}{u-m_L^2} \right] \right. \\
&+ \frac{1}{4} \left[ \left( \left( \frac{u}{s-m_\gamma^2} + \frac{u}{t-m_\gamma^2} \right) + R_Z^2 \left( \frac{u}{s-m_\gamma^2} + \frac{u}{t-m_\gamma^2} \right) \right)^2 \right. \\
&+ \left( \left( \frac{t}{s-m_\gamma^2} - \frac{\lambda^2}{e^2} \frac{t}{u-m_L^2} \right) + L_Z R_Z \left( \frac{t}{u-m_\gamma^2} - \frac{\lambda^2}{e^2} \frac{t}{u-m_L^2} \right) \right)^2 \\
&+ \left. \left. \frac{\lambda^2}{e^2} \frac{t}{u-m_L^2} \right] \right. \\
&+ \left. \frac{1}{2} \left( \left( \frac{s}{t-m_\gamma^2} + \frac{s}{t-m_\gamma^2} \right) + \left( \frac{s}{t-m_\gamma^2} + \frac{s}{t-m_\gamma^2} \right) - \frac{\lambda^2}{e^2} \frac{s}{u-m_L^2} \right)^2 \right\} \\
& \tag{3.4}
\end{aligned}$$

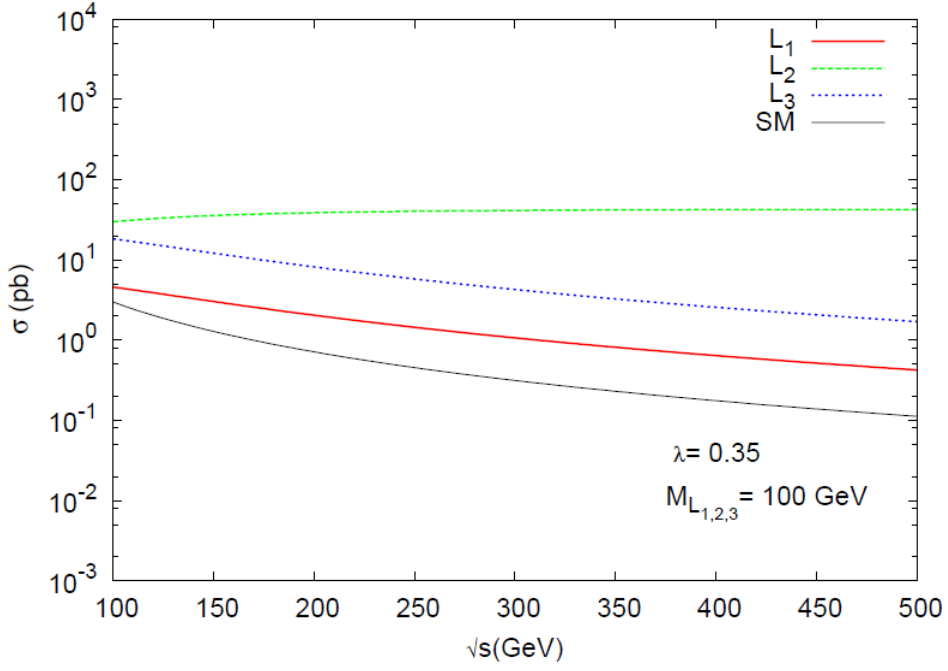
Skaler - üçlü bilepton için  $\lambda \rightarrow \sqrt{2} \lambda$  değişimi yapılarak

$$\frac{d\sigma(L_3^{++})}{dt} = \frac{d\sigma(\tilde{L}_1^{--})}{dt} \tag{3.5}$$

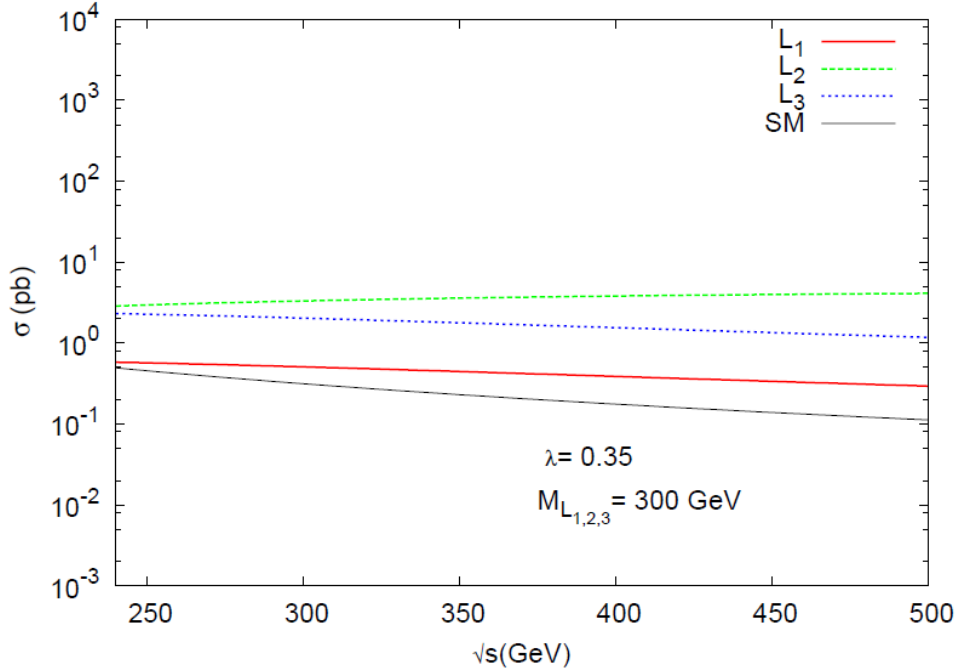
elde edilir.

Tesir kesitleri hesaplanırken parametre sayısını azaltmak ve teorik tahminlerde bulunabilmek için bileptonların bağlaşımları ile ilgili bazı kabullenmeler yapılabilir. Bu kabullenmeler bileptonlar ard alandan ayırt edebilecek şekilde yapılır.

Ard alan üzerine herhangi bir kesme uygulamadan skaler ve vektör bilepton tesir kesitinin kütle merkezi enerjisine göre değişimi ILC ve CLIC çarpıştırıcılarında ilk durum ışınması (ISR) ve demet ışınması (BS) parametrelerinin uygulandığı ve uygulanmadığı durumlara göre incelenmiştir. ISR+BS etkisinin uygulanmadığı  $\sqrt{s} = 500$  GeV (ILC) ve  $\sqrt{s} = 3000$  GeV (CLIC) için farklı kütle değerlerinde bileptonların arda alan üzerinde değerler aldığı bağlaşım parametresi  $\lambda = 0.35$  olarak belirlenmiştir.

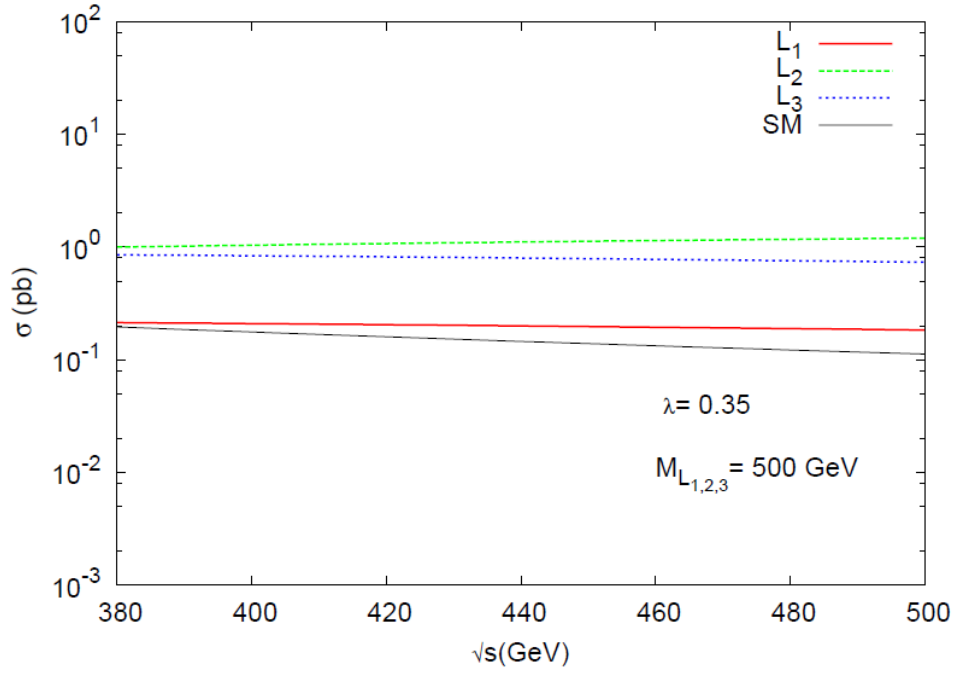


Şekil 3.4.  $\sqrt{s} = 500$  GeV (ILC)'de  $M_{L_{1,2,3}} = 100$  GeV için ISR+BS etkisi dahil edilmediğinde tesir kesitinin kütle merkezi enerjisine göre değişimi



Şekil 3.5.  $\sqrt{s} = 500$  GeV (ILC)'de  $M_{L_{1,2,3}} = 300$  GeV için ISR+BS etkisi dahil edilmediğinde tesir kesitinin kütle merkezi enerjisine göre değişimi

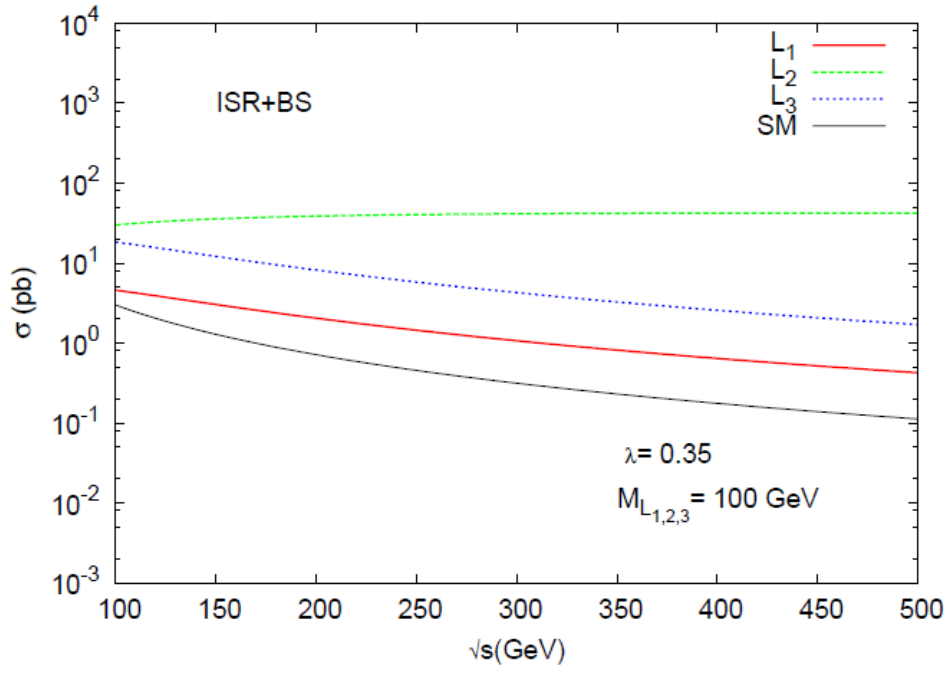




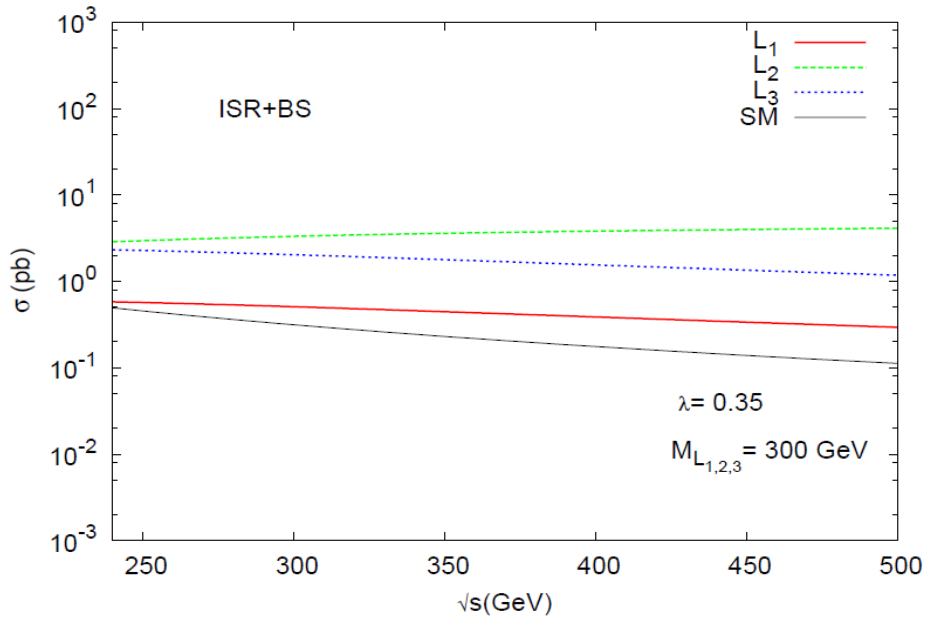
**Şekil 3.6.**  $\sqrt{s} = 500$  GeV (ILC)'de  $M_{L_{1,2,3}} = 500$  GeV için ISR+BS etkisi dahil edilmediğinde tesir kesitinin kütle merkezi enerjisine göre değişimi

Kütle merkezi enerjisine bağlı elde edilen tesir kesiti grafikleri ISR+BS dahil edilmediğinde skaler -tekli bilepton, vektör- ikili bilepton ve skaler- üçlü bilepton için seçilen farklı bilepton kütleleri için ( $M_{L_{1,2,3}} = 100, 300, 500$  GeV) Şekil 3.4, 3.5 ve 3.6'da verilmiştir.

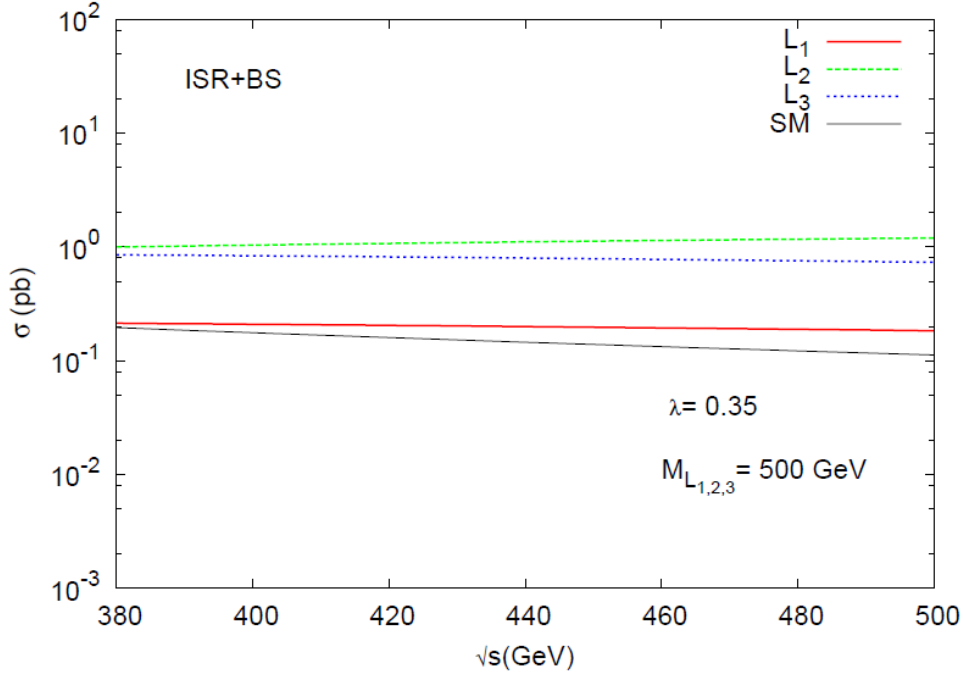
$M_L=100$  GeV'de  $100 \text{ GeV} \leq \sqrt{s} \leq 500 \text{ GeV}$  aralığında ar dalan üzerinde (SM) tesir kesiti skaler-tekli bilepton  $4.6 - 4.27 \cdot 10^{-1}$  pb, vektör-ikili bilepton  $3 \cdot 10^{-1} - 4.24 \cdot 10^1$  pb, skaler-üçlü bilepton  $1.84 \cdot 10^1 - 1.71 \cdot 10^1$  pb değerlerini almaktadır.  $M_L=300$  GeV'de  $240 \text{ GeV} \leq \sqrt{s} \leq 500 \text{ GeV}$  aralığında ar dalan üzerinde (SM) tesir kesiti skaler-tekli bilepton  $5.83 \cdot 10^{-1} - 2.93 \cdot 10^{-1}$  pb, vektör-ikili bilepton  $2.89 - 4.12$  pb, skaler-üçlü bilepton  $2.33 - 1.18$  pb değerlerini almaktadır.  $M_L=500$  GeV'de  $380 \text{ GeV} \leq \sqrt{s} \leq 500 \text{ GeV}$  aralığında ar dalan üzerinde (SM) tesir kesiti skaler-tekli bilepton  $2.14 \cdot 10^{-1} - 1.84 \cdot 10^{-1}$  pb, vektör-ikili bilepton  $1.01 - 1.2$  pb, skaler-üçlü bilepton  $8.56 \cdot 10^{-1} - 7.35 \cdot 10^{-1}$  pb değerlerini almaktadır.



Şekil 3.7.  $\sqrt{s} = 500$  GeV (ILC)'de  $M_{L_{1,2,3}} = 100$  GeV için ISR+BS dahil edildiğinde tesir kesitinin kütle merkezi enerjine göre değişimi



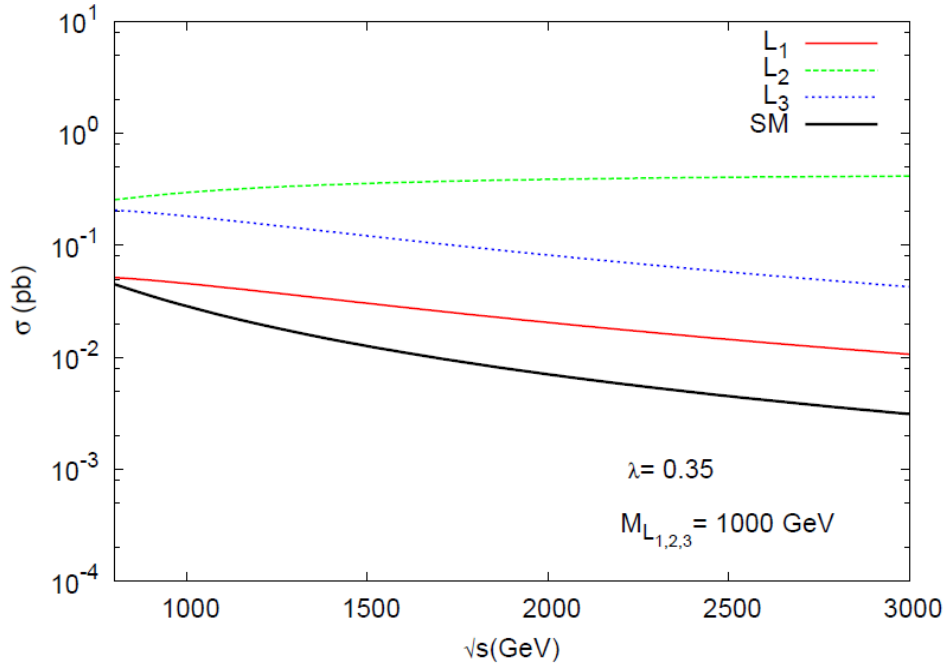
Şekil 3.8.  $\sqrt{s} = 500$  GeV (ILC)'de  $M_{L_{1,2,3}} = 300$  GeV için ISR+BS dahil edildiğinde tesir kesitinin kütle merkezi enerjisine göre değişimi



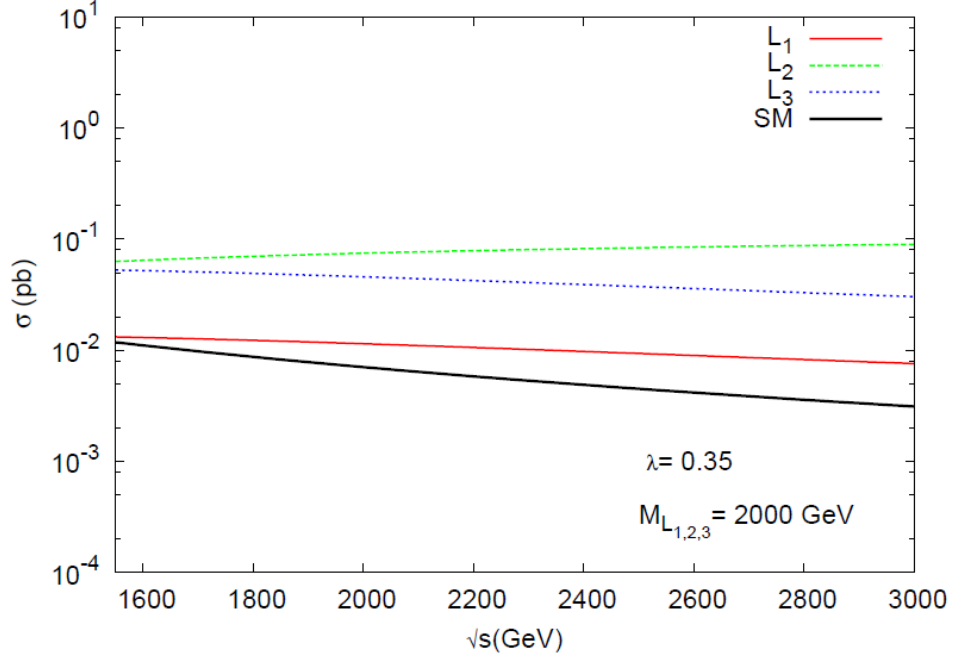
**Şekil 3.9:**  $\sqrt{s}= 500$  GeV (ILC)'de  $M_{L_{1,2,3}} = 500$  GeV için ISR+BS dahil edildiğinde tesir kesitinin kütle merkezi enerjisine göre değişimi

ISR+BS dahil edildiğinde skaler -tekli bilepton ( $L_1^{--}$ ), vektör- ikili bilepton ve skaler-üçlü bilepton için seçilen farklı bilepton kütleleri için ( $M_{L_{1,2,3}} = 100, 300, 500$  GeV)

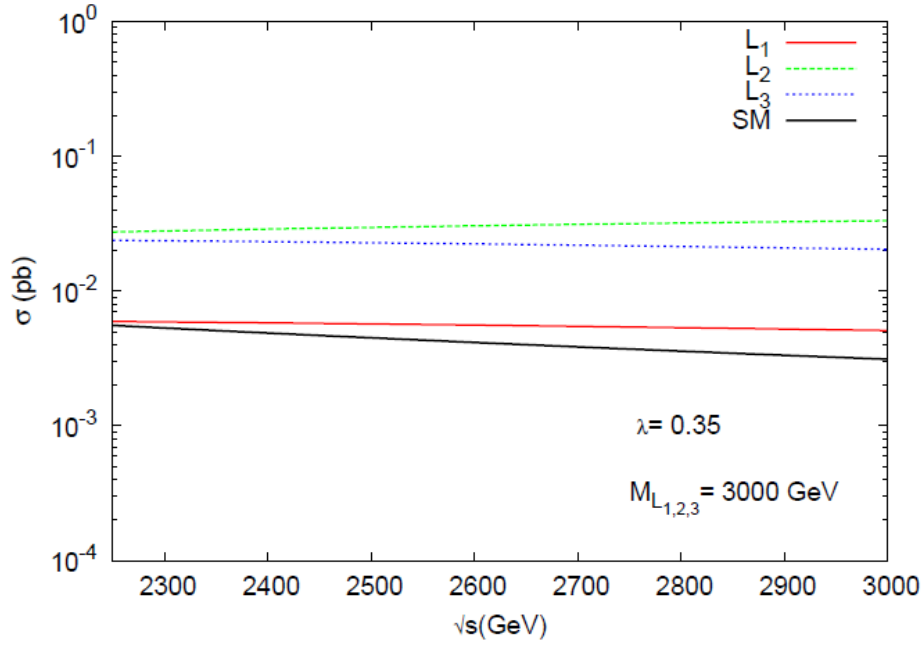
Şekil 3.7, 3.8 ve 3.9'da verilmiştir.  $M_L=100$  GeV'de  $100 \text{ GeV} \leq \sqrt{s} \leq 500 \text{ GeV}$  aralığında fon üzerinde (SM) tesir kesiti skaler-tekli bilepton  $4.71 - 4.26 \cdot 10^{-1}$  pb, vektör-ikili bilepton  $2.89 \cdot 10^1 - 4.24 \cdot 10^1$  pb, skaler-üçlü bilepton  $1.88 \cdot 10^1 - 1.71$  pb değerlerini almaktadır.  $M_L= 300$  GeV'de  $240 \text{ GeV} \leq \sqrt{s} \leq 500 \text{ GeV}$  aralığında fon üzerinde (SM) tesir kesiti skaler-tekli bilepton  $5.83 \cdot 10^{-1} - 2.94 \cdot 10^{-1}$  pb, vektör-ikili bilepton  $2.74- 1.12$  pb, skaler-üçlü bilepton  $2.33 -1.18$  pb değerlerini almaktadır.  $M_L= 500$  GeV'de  $380 \text{ GeV} \leq \sqrt{s} \leq 500 \text{ GeV}$  aralığında fon üzerinde(SM) tesir kesiti skaler-tekli bilepton  $2.13 \cdot 10^{-1} - 1.84 \cdot 10^{-1}$  pb, vektör-ikili bilepton  $9.40 \cdot 10^{-1} -1.19$  pb, skaler-üçlü bilepton  $8.55 \cdot 10^{-1} -7.35 \cdot 10^{-1}$ pb değerlerini almaktadır.



Şekil 3.10.  $\sqrt{s} = 3000$  GeV (CLIC)'de  $M_{L_{1,2,3}} = 1000$  GeV için ISR+BS dahil edilmediğinde tesir kesitinin kütle merkezi enerjisine göre değişimi

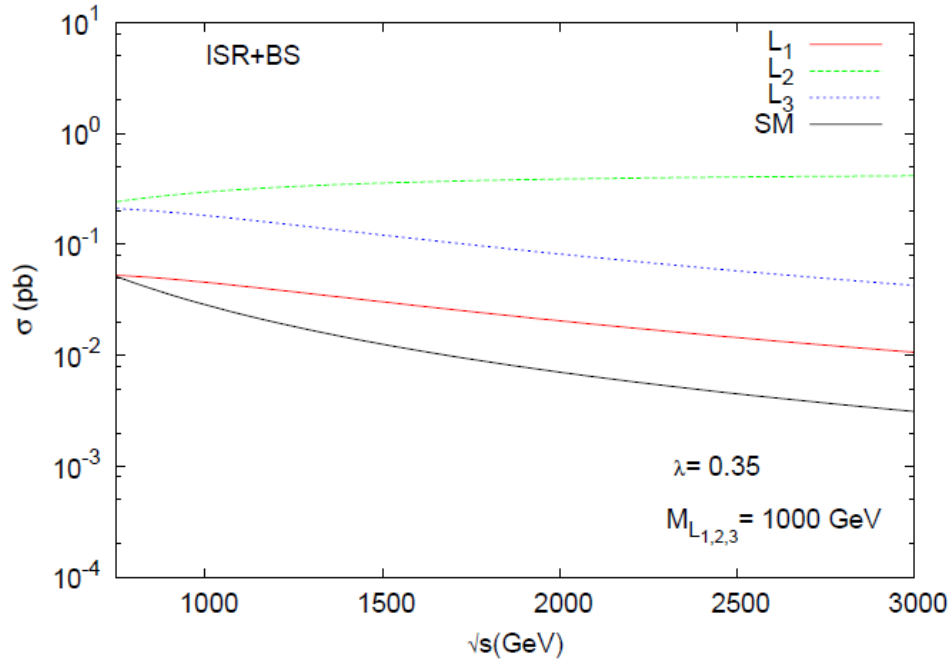


Şekil 3.11.  $\sqrt{s} = 3000$  GeV (CLIC)'de  $M_{L_{1,2,3}} = 2000$  GeV için ISR+BS dahil edilmediğinde tesir kesitinin kütle merkezi enerjisine göre değişimi

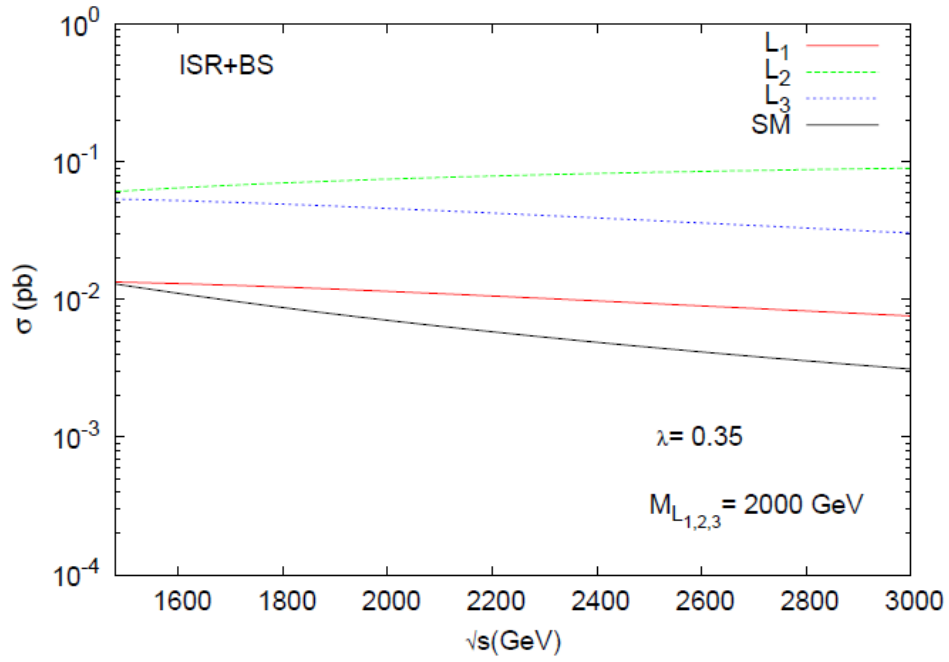


**Şekil 3.12.**  $\sqrt{s} = 3000$  GeV (CLIC)'de  $M_{L_{1,2,3}} = 3000$  GeV için ISR+BS dahil edilmediğinde tesir kesitinin kütle merkezi enerjisine göre değişimi

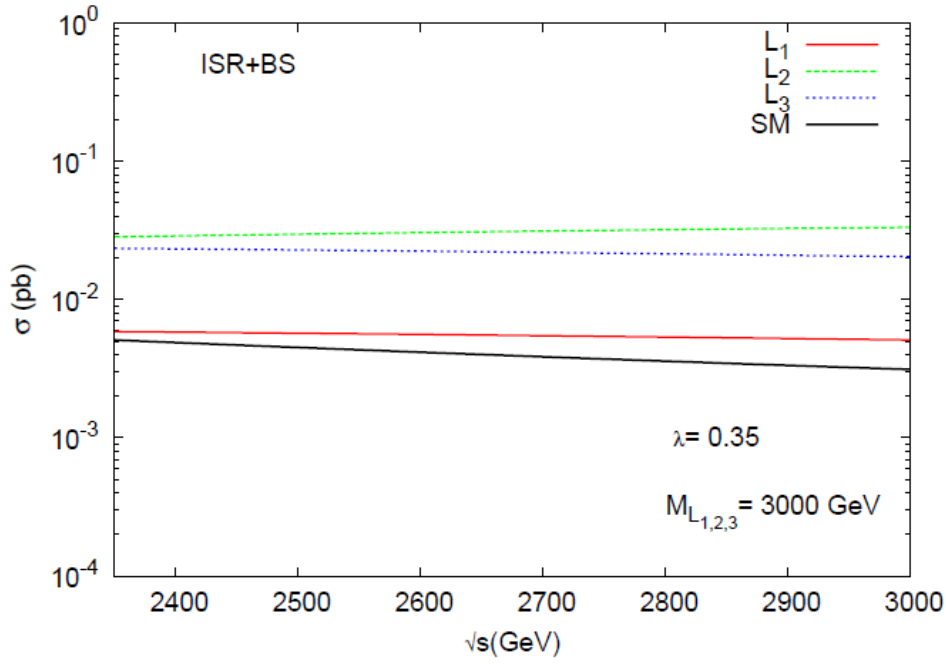
Kütle merkezi enerjisine bağlı elde edilen tesir kesiti grafikleri ISR+BS dahil edilmediğinde skaler-tekli bilepton ( $L_1^{--}$ ), vektör-ikili bilepton ve skaler-üçlü bilepton için seçilen farklı bilepton kütleleri için ( $M_{L_{1,2,3}} = 1000, 2000, 3000$  GeV) Şekil 3.10, 3.11 ve 3.12'de verilmiştir.  $M_L=1000$  GeV'de  $800 \text{ GeV} \leq \sqrt{s} \leq 3000$  GeV aralığında ar dalan üzerinde (SM) tesir kesiti skaler-tekli bilepton  $5.24 \cdot 10^{-2} - 1.07 \cdot 10^{-2}$  pb, vektör-ikili bilepton  $2.60 \cdot 10^{-1} - 4.15 \cdot 10^{-1}$  pb, skaler-üçlü bilepton  $2.09 \cdot 10^{-1} - 4.27 \cdot 10^{-2}$  pb değerlerini almaktadır.  $M_L=2000$  GeV'de  $1550 \text{ GeV} \leq \sqrt{s} \leq 3000$  GeV aralığında fon üzerinde (SM) tesir kesiti skaler-tekli bilepton  $1.33 \cdot 10^{-2} - 7.59 \cdot 10^{-3}$  pb, vektör-ikili bilepton  $6.37 \cdot 10^{-2} - 8.98 \cdot 10^{-2}$  pb, skaler-üçlü bilepton  $5.32 \cdot 10^{-2} - 3.04 \cdot 10^{-2}$  pb değerlerini almaktadır.  $M_L=3000$  GeV'de  $2250 \text{ GeV} \leq \sqrt{s} \leq 3000$  GeV aralığında fon üzerinde (SM) tesir kesiti skaler-tekli bilepton  $5.97 \cdot 10^{-3} - 5.10 \cdot 10^{-3}$  pb, vektör-ikili bilepton  $2.76 \cdot 10^{-2} - 3.33 \cdot 10^{-2}$  pb, skaler-üçlü bilepton  $2.39 \cdot 10^{-2} - 2.04 \cdot 10^{-2}$  pb değerlerini almaktadır.



Şekil 3.13:  $\sqrt{s} = 3000$  GeV (CLIC)'de  $M_{L_{1,2,3}} = 1000$  GeV için ISR+BS dahil edildiğinde tesir kesitinin kütle merkezi enerjisine göre değişimi.



Şekil 3.14:  $\sqrt{s} = 3000$  GeV (CLIC)'de  $M_{L_{1,2,3}} = 2000$  GeV için ISR+BS dahil edildiğinde tesir kesitinin kütle merkezi enerjisine göre değişimi.

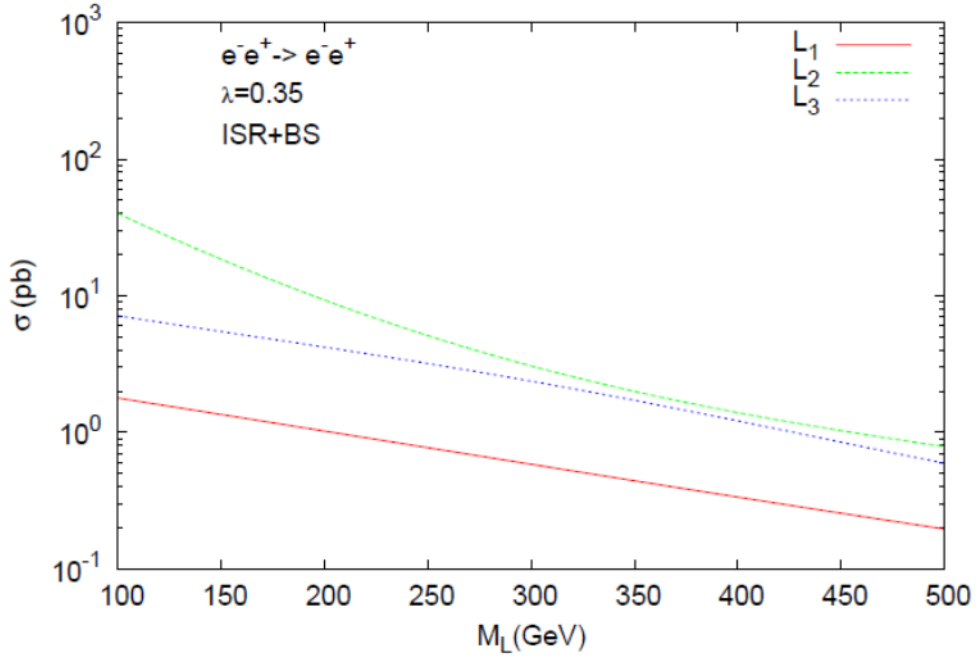


**Şekil 3.15:**  $\sqrt{s} = 3000$  GeV (CLIC)'de  $M_{L_{1,2,3}} = 3000$  GeV için ISR+BS dahil edildiğinde tesir kesitinin kütle merkezi enerjisine göre değişimi.

Kütle merkezi enerjisine bağlı elde edilen tesir kesiti grafikleri ISR+BS dahil edildiğinde skaler - tekli bilepton ( $L_1^-$ ), vektör - ikili bilepton ve skaler - üçlü bilepton için seçilen farklı bilepton kütleleri için ( $M_{L_{1,2,3}} = 1000, 2000, 3000$  GeV) Şekil 3.13, 3.14 ve 3.15'de verilmiştir.  $M_L=1000$  GeV'de  $750 \text{ GeV} \leq \sqrt{s} \leq 3000$  GeV aralığında fon üzerinde (SM) tesir kesiti skaler-tekli bilepton  $5.30 \cdot 10^{-2} - 1.07 \cdot 10^{-3}$  pb, vektör-ikili bilepton  $2.45 \cdot 10^{-1} - 4.15 \cdot 10^{-1}$  pb, skaler-üçlü bilepton  $2.21 \cdot 10^{-1} - 4.27 \cdot 10^{-2}$  pb değerlerini almaktadır.  $M_L=2000$  GeV'de  $1480 \text{ GeV} \leq \sqrt{s} \leq 3000$  GeV aralığında fon üzerinde (SM) tesir kesiti skaler-tekli bilepton  $1.26 \cdot 10^{-2} - 7.59 \cdot 10^{-3}$  pb, vektör-ikili bilepton  $6.25 \cdot 10^{-2} - 8.98 \cdot 10^{-2}$  pb, skaler-üçlü bilepton  $5.33 \cdot 10^{-2} - 3.04 \cdot 10^{-3}$  pb değerlerini almaktadır.  $M_L=3000$  GeV'de  $2350 \text{ GeV} \leq \sqrt{s} \leq 3000$  GeV aralığında fon üzerinde (SM) tesir kesiti skaler-tekli bilepton  $5.93 \cdot 10^{-3} - 5.10 \cdot 10^{-3}$  pb, vektör-ikili bilepton  $2.95 \cdot 10^{-2} - 3.33 \cdot 10^{-2}$  pb, skaler-üçlü bilepton  $2.41 \cdot 10^{-2} - 2.04 \cdot 10^{-2}$  pb değerlerini almaktadır.

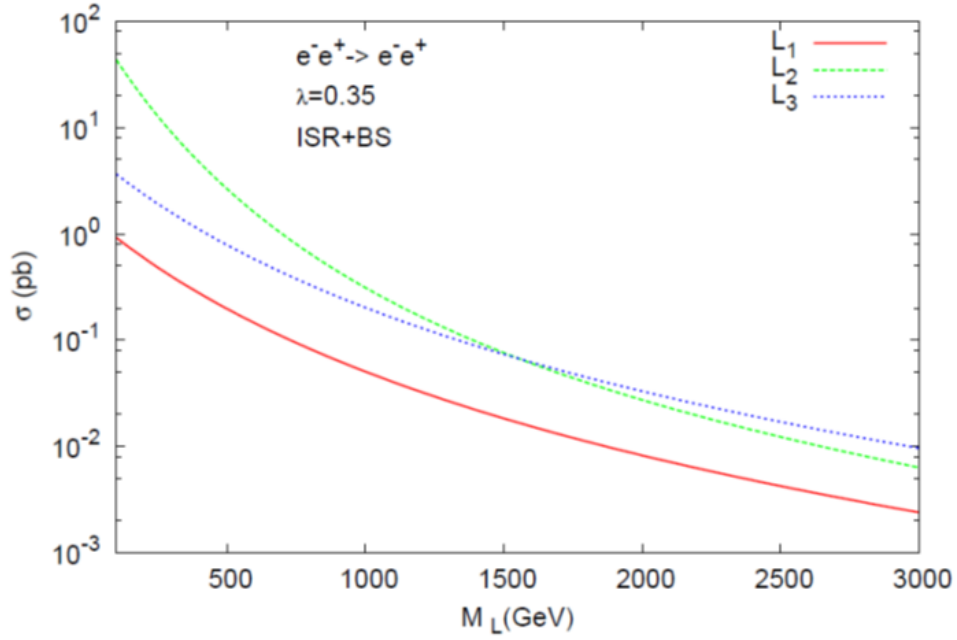
Kütle merkezi enerjisine bağlı tesir kesiti grafiklerinin tümünde ISR+BS etkisinin dahil edildiği ve dahil edilmediği durumlar için farklı bilepton kütle değerlerinde vektör - ikili bilepton üretimi baskın olmaktadır.

Üretim tesir kesitinin skaler-tekli ( $L_1$ ), vektör-ikili ( $L_2$ ) ve skaler-üçlü ( $L_3$ ) bilepton kütlelerine göre değişimi  $\sqrt{s} = 500$  GeV (ILC) ve  $\sqrt{s} = 3000$  GeV (CLIC) için Şekil 3.16 ve 3.17’de verilmektedir.  $\sqrt{s} = 500$  GeV (ILC) için tesir kesiti kütle artışı ile skaler-tekli bilepton ( $\sigma_{L1} = 1.65 - 2.02 \cdot 10^{-1}$  pb), vektör-ikili bilepton ( $\sigma_{L2} = 4.04 \cdot 10^{-1} - 6.27 \cdot 10^{-1}$  pb) ve skaler-üçlü bilepton ( $\sigma_{L3} = 6.61 - 8.09 \cdot 10^{-1}$  pb),  $\sqrt{s} = 3000$  GeV (CLIC) için skaler-tekli bilepton ( $\sigma_{L1} = 9.23 \cdot 10^{-1} - 2.39 \cdot 10^{-3}$  pb), vektör-ikili bilepton ( $\sigma_{L2} = 4.35 \cdot 10^{-1} - 6.32 \cdot 10^{-3}$  pb) ve skaler-üçlü bilepton ( $\sigma_{L3} = 3.60 - 9.55 \cdot 10^{-3}$  pb) için keskin bir azalma göstermektedir. Her iki kütle merkezi enerjisinde vektör-ikili bilepton  $\lambda=0.35$  bağlaşım parametresi için baskın kanal olarak öne çıkmaktadır.



**Şekil 3.16.**  $\sqrt{s} = 500$  GeV (ILC)’de ISR+BS dahil edildiğinde  $\lambda=0.35$  bağlaşım parametresi için tesir kesiti bilepton kütle değişimi





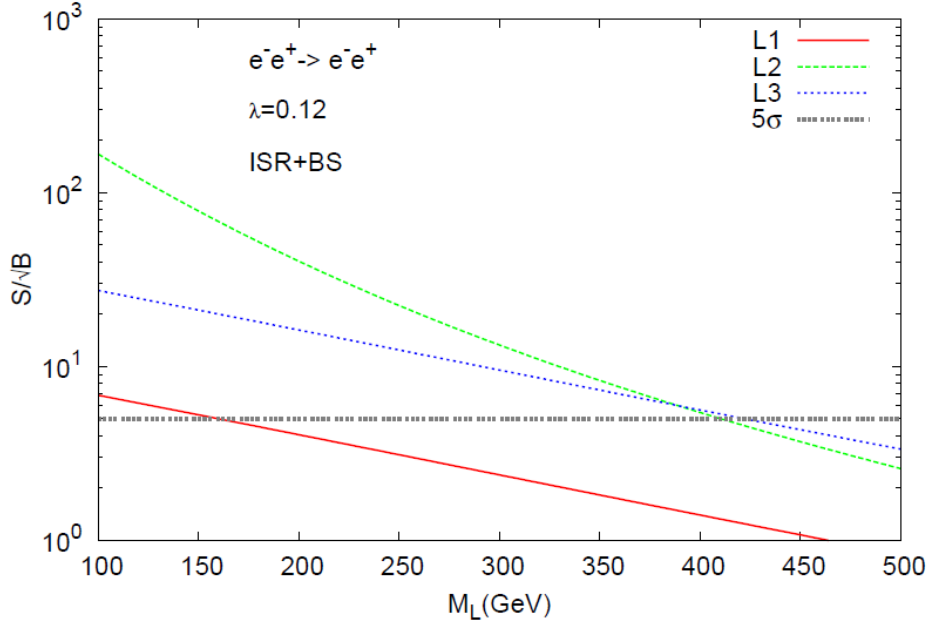
**Şekil 3.17.**  $\sqrt{s} = 3000$  GeV (CLIC)'de ISR+BS dahil edildiğinde  $\lambda=0.35$  bağlaşım parametresi için tesir kesiti bilepton kütle değişimi

Üretilen parçacıkların ele alınan dedektörlerde gözlenebilmesi % 95 güvenli gözlenebilirlik koşulu kullanılarak sinyal (bilepton üretimi) ve ardalanda (SM) oluşan parçacık sayısı ile belirlenmektedir(E. Ramirez Barreto, Y. A. Coutinho, J. Sa Borges,2011) ve olay sayısının  $(N) \geq 5$  ile sınırlanmaktadır. Gözlenecek olay sayısı çarpışmaların sayısını karakterize eden ışınlılık ( $L$ ) ile orantılıdır ve

$$N = \frac{\sigma_S \times L}{\sqrt{\sigma_A \times L}} \geq 5$$

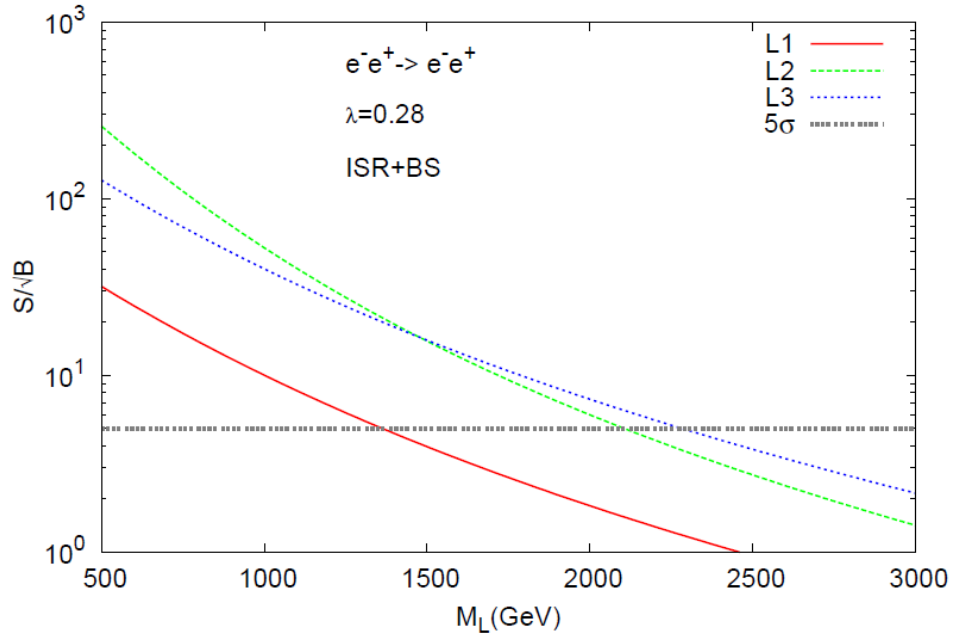
ile hesaplanmaktadır. Burada  $\sigma_S$ ; sinyal tesir kesiti,  $\sigma_A$ ; ardalın tesir kesitidir. Hesaplarımızda elde ettiğimiz sinyal ve ardalın tesir kesitlerini ve Çizelge 3.4'te verilen dedektör parametrelerini kullanarak ILC ( $L_{ILC} = 2 \cdot 10^{34} \text{cm}^{-2}\text{s}^{-1}$ ) ve CLIC ( $L_{CLIC} = 5.9 \cdot 10^{34} \text{cm}^{-2}\text{s}^{-1}$ ) için güvenli gözlenebilirlik koşuluna ulaşan kütle limitlerini belirledik.

$\sqrt{s} = 500$  GeV (ILC) ve  $\sqrt{s} = 3000$  GeV (CLIC) kütle merkezi enerjilerinde Çizelge 3.4'de verilen ışınılık değerleri kullanılarak gözlenebilir olay sayısı  $\geq 5$  koşulunu sağlayan bileptonların kütleyle bağlı değişimi Şekil 3.18 ve 3.19'da verilmektedir.



**Şekil 3.18.**  $\sqrt{s} = 500$  GeV (ILC)'de ( $\lambda=0.12$ ) gözlenebilir olay sayısının bilepton kütle değişimi

$\sqrt{s} = 500$  GeV (ILC)'de skaler-tekli bilepton  $M_{L1} \approx 160$  GeV, vektör-ikili bilepton  $M_{L2} \approx 410$  GeV, skaler-üçlü bilepton  $M_{L3} \approx 420$  GeV'e kadar % 95 güvenli gözlenebilirlik koşulunu sağlamaktadır.



**Şekil 3.19.**  $\sqrt{s} = 3000$  GeV (CLIC)'de ( $\lambda=0.28$ ) gözlenebilir olay sayısının bilepton kütle değişimi

$\sqrt{s} = 3000$  GeV (CLIC)'de skaler-tekli bilepton  $M_{L1} \approx 1400$  GeV, vektör-ikili bilepton  $M_{L2} \approx 2100$  GeV, skaler-üçlü bilepton  $M_{L3} \approx 2300$  GeV'e kadar % 95 güvenli gözlenebilirlik koşulunu sağlamaktadır.

#### 4. BULGULAR VE SONUÇ

Bu tezde  $L=2$  ve iki yük ( $Q=2$ ) değerlikli skaler ve vektör Bileptonlar tanıtılarak elektron pozitron çarpıştırıcılarında incelenerek, üretilme tesir kesitleri, bozunma genişlikleri ve güvenli gözlenebilirlik sınırları belirlenmiştir.

Standart Model ötesi modellerde önerilen Bileptonlar  $\lambda=0.35$  bağlaşım parametre değerinden itibaren ILC ( $\sqrt{s} = 500$  GeV) ve CLIC ( $\sqrt{s} = 3000$  GeV) çarpıştırıcı kinematik limitlerine kadar üretilebilecektir.

Skaler tekli (singlet)  $L_1^{--}$ , vektör ikili (doublet)  $L_{2\mu}^{--}$  ve skaler üçlü (triplet)  $L_3^{--}$  bileptonlar farklı kütle değerlerine göre  $\lambda=0.1$  bağlaşım parametresine için ele alındığında skaler üçlü bilepton bozunma genişliğinin baskın olduğu gözlenmiştir. Ayrıca her üç bilepton bozunma genişlikleri bağlaşım parametresine duyarlı olarak,  $\lambda^2$  bağlı olarak artmaktadır.

Kütle merkezi enerjisine bağlı elde edilen tesir kesiti grafiklerinde  $\sqrt{s} = 500$  GeV (ILC)'de ISR+BS dahil edilmediğinde skaler -tekli bilepton, vektör- ikili bilepton ve skaler- üçlü bilepton için seçilen farklı bilepton kütleleri ( $M_{L_{1,2,3}} = 100, 300, 500$  GeV) Şekil 3.2, 3.3 ve 3.4'te verilmiştir. ISR+BS dahil edildiğinde skaler-tekli bilepton, vektör-ikili bilepton ve skaler-üçlü bilepton için seçilen farklı bilepton kütleleri için ( $M_{L_{1,2,3}} = 100, 300, 500$  GeV) Şekil 3.5, 3.6 ve 3.7'de verilmiştir.

Kütle merkezi enerjisine bağlı elde edilen tesir kesiti grafikleri  $\sqrt{s} = 3000$  GeV (CLIC)'de ISR+BS dahil edilmediğinde skaler-tekli bilepton, vektör-ikili bilepton ve skaler-üçlü bilepton için seçilen farklı bilepton kütleleri ( $M_{L_{1,2,3}} = 1000, 2000, 3000$  GeV) Şekil 3.8, 3.9 ve 3.10'da verilmiştir. Kütle merkezi enerjisine bağlı elde edilen tesir kesiti grafikleri ISR+BS dahil edildiğinde skaler-tekli bilepton, vektör-ikili bilepton ve skaler-üçlü bilepton için seçilen farklı bilepton kütleleri için ( $M_{L_{1,2,3}} = 1000, 2000, 3000$  GeV) Şekil 3.11, 3.12 ve 3.13'de verilmiştir.

Kütle merkezi enerjine bağlı tesir kesiti grafiklerinin tümünde ISR+BS etkisinin dahil edildiği ve dahil edilmediği durumlar için farklı bilepton kütle değerlerinde vektör –ikili bilepton üretimi baskın olmaktadır.

$\sqrt{s} = 500$  GeV ve  $\sqrt{s} = 3000$  GeV için elde edilen tesir kesiti - bilepton kütle grafiklerinde (Şekil 3.16 ve Şekil 3.17) bilepton kütle değeri arttıkça tesir kesitlerinde keskin bir azalma gözlenmekte ve tesir kesiti vektör-ikili bilepton için baskın olmaktadır.

ILC  $\sqrt{s} = 500$  GeV’de  $L_{ILC} = 2 \cdot 10^{34} \text{cm}^{-2} \text{s}^{-1}$  ışınllık değeri olarak aldığımızda %95 güvenli gözlenebilirlik sınırını sağlayan yaklaşık olarak maksimum Bilepton kütlelerini; skaler-tekli( $M_{L_1}$ ) bilepton için 160 GeV, vektör-ikili( $M_{L_2}$ ) bilepton için 410 GeV ve skaler-üçlü skaler-üçlü bilepton( $M_{L_3}$ ) için 420 GeV’e kadar, CLIC  $\sqrt{s} = 3000$  GeV’de  $L_{CLIC} = 5.9 \cdot 10^{34} \text{cm}^{-2} \text{s}^{-1}$  ışınllık değeri olarak aldığımızda %95 güvenli gözlenebilirlik sınırını sağlayan yaklaşık olarak maksimum Bilepton kütlelerini; skaler-tekli( $M_{L_1}$ ) bilepton için 1400 GeV, vektör-ikili( $M_{L_2}$ ) bilepton için 2100 GeV ve skaler-üçlü bilepton( $M_{L_3}$ ) için 2300 GeV değerler olarak belirlenmiştir.

Güvenli gözlenebilirlik sınırında (%95) vektör bilepton ILC’de  $\lambda=0.12$ , CLIC’te  $\lambda=0.28$  bağlaşım parametre değerinde baskın kanal olarak belirlenmiştir. Daha düşük bağlaşım parametreleri var ise yüksek çözünürlüklü dedektörlere ihtiyaç olacaktır.

İki yüklü bileptonların üretiminin, lineer elektron pozitron çarpıştırıcılarının elektron-elektron, elektron-foton ve foton-foton opsiyonlarında bağlaşım parametrelerinin üretim tesir kesitlerinin incelenmesi karşılaştırma açısından önemlidir.

## KAYNAKLAR

- Cincioğlu, E. 2010.** Holomorf Olmayan Süpersimetrik Standart Model ve Belirgin CP İhlalinin Nötral Higgs Bozonlarına Gelen Loop Düzeltmeleri. Yüksek Lisans Tezi, BÜ Fen Bilimleri Enstitüsü, Fizik Anabilim Dalı, Balıkesir.
- Cottingham,W.N.,Greenwood,D.A.Çevirenler:Açıkgöz,İ.,Yıldırım,S., 2001.** "Çekirdek Fiziğine Giriş", Literatür yay, İstanbul, 2001.
- Cuypers and Davidson,1998.** Bileptons Present limits and future prospects. Cuypers, F., Davidson, S. Eur. Phys. J. C2, 503-528, 1998.
- Dang Van Soa ve ark. 2004.** Dang Van Soa, Takeo Inami, Hoang Ngoc Long, The European Physical Journal C 34, 285-289, 2004.
- D. Dannheim vd, 2013.** CLIC  $e^-e^+$  Linear Collider Studies, ArXiv: 1305-5766v1, 2013; <https://www.linearcollider.org/ILC>
- E. Ramirez Barreto, Y. A. Coutinho, J. Sa Borges,2011.** Vector and Scalar Bilepton Pair Production in HadronColliders. E. Ramirez Barreto, Y. A. Coutinho, J. Sa Borges, Phys. Rev. D 83, 075001, 2011.
- Griffiths, D. 2008.** Introduction to elementary partciles. WILEY-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA, Weinheim, Germany, 59 p.
- Frampton, 1996, Cuypers ve Davidson, 1998.** F.Cuypers and S.Davidson, Eur. Phys. J. C2, 503 (1998).
- Frampton ve Ng, 1992** Phys. Rev. Lett. 68, 2129 – Published 6 April 1992.
- Frampton ve Lee, 1990** Physical Review Letters 64 (6), 619.
- Gregores, E. M., Gusso, A. and Novaes, S. F. 2001.** New Limits on Doubly Charged Bileptons from CERN LEP Data and the Search at Future Electron-Positron and Electron-Photon Colliders, Phys.Rev. D64 (2001) 015004.
- Jean-Pierre Deredinger,2010.** Lecture Notes on the standard model of elementary particle physics, 15.11.2010, Jean-Pierre.,Sidlerstrasse 5,CH-3012 Bern, Zwitterland.
- Kırca, Z. 2003.** Uyarılmış elektronların TESLA ve CLIC temelinde elektron foton çarpıştırıcılarında üretimi. Doktora Tezi, OÜ Fen Bilimleri Enstitüsü,Fizik Anabilim Dalı, Eskişehir.
- Leader and Predazzi 1996.** Year Book 01/02 The President's Report Carnegie Institution of Washington. July 1, 2001 — June 30,2002.

**Martin, B.R., Shaw,G.Çeviren:Meşe,E.2007.** "Parçacık Fiziği",Dicle Üniversitesi Yayınları,Diyarbakır,Kasım 2007.

**Mohapatra, 2002, Ozansoy, K. O. 2005.** Günümüz ve Gelecekteki Yüksek Enerjilerde Bileptonlar. Doktora Tezi, AÜ Fen Bilimleri Enstitüsü, Fizik Anabilim Dalı, Ankara.

**Mohapatr, R. N., Senjavic, G. 1981.** Phys. Rev. D 23, 165, 1981.

**Ö. Yavaş, 2009.** UPHYDO-5, 29 Ağustos-3 Eylül 2009, Bodrum.

**Pati and Salam 1974.** Phys. Rev. D 10, 275, Published 1 July 1974.

**Pisano, F., Pleitz 1992.** Phys. Rev. D 46, 410, 1992.

**Pukhov, 2000.** theory.sinp.msu.ru/~pukhov/calchep.html

**Rizzo, T.G. 1982.** Phys. Rev. D 25, 1355, 1982.

**Standart Model, ÖZPİNECİ, A. 2007.** Standart Model ve Ötesi, Bilim ve Teknik-Yeni Ufuklara,473,2-13. 2007.

**Seyit Okan Kara tez 2012.** Leptonik Fotonların Özellikleri ve Deneysel Aranması. Doktora Tezi, AÜ Fen Bilimleri Enstitüsü,Fizik Anabilim Dalı,Ankara.

## EKLER

### Ek 1. Tesir Kesitleri

Fermi'nin ifade ettiği altın kurala göre  $1 + 2 \rightarrow 3 + 4 + \dots + n$  süreci için ifade edilen tesir kesiti,

$$d\sigma = \langle |M|^2 \rangle \frac{S}{4\sqrt{(P_1 \cdot P_2)^2 - (m_1 \cdot m_2)^2}} \left[ \frac{d^3 P_3}{(2\pi)^3 2E_3} \frac{d^3 P_4}{(2\pi)^3 2E_4} \dots \frac{d^3 P_n}{(2\pi)^3 2E_n} \right] \times (2\pi)^4 \delta^4(P_1 + P_2 - P_3 - P_4 - \dots - P_n) \quad (\text{Ek 1.1})$$

Burada;

$4\sqrt{(P_1 \cdot P_2)^2 - (m_1 \cdot m_2)^2}$  ifadesi ile verilen nicelik Lorentz değişmez akıdır. (Ek 1.2)

Kütle merkezi sisteminde, gelen parçacıkların üçlü momentumları eşit büyüklükte fakat zıt yönlü olduğundan ( $\vec{p}_1 = -\vec{p}_2$ ), yukarıda verilen Lorentz değişmez akı

$(E_1 + E_2) = |\vec{p}_1| = \sqrt{s} |\vec{p}_1|$  şeklinde elde edilir. Buna göre;

$$d\sigma = \frac{\langle |M|^2 \rangle}{4\sqrt{s}} \frac{d^3 \vec{p}_3 d^3 \vec{p}_4}{(2\pi)^3 4E_3 E_4} \delta^4(p_1 + p_2 - p_3 - p_4) \quad (\text{Ek 1.3})$$

Dörtlü Delta fonksiyonu:

$\delta^4(p_1 + p_2 - p_3 - p_4) = \delta^{(3)}(\vec{p}_1 + \vec{p}_2 - \vec{p}_3 - \vec{p}_4) \delta(E_1 + E_2 - E_3 - E_4)$  şeklinde yazılarak  $d^3 \vec{p}_4$  integrali kaldırılabilir. Bir sonraki işlem olarak  $d^3 \vec{p}_3$  integralinin alınması kalır.

$d^3 \vec{p}_3 = \vec{p}_3^2 d\vec{p}_3 d\Omega$   $d\Omega = \sin\theta d\theta d\phi$  katı açı ve  $\theta$  ise saçılma açısıdır.

$E_3 = \sqrt{m_3^2 + \vec{p}_3^2}$  ve  $E_4 = \sqrt{m_4^2 + \vec{p}_3^2}$  şeklinde yazılarak  $E_3 + E_4 = E'$  değişken değiştirmesi yapılırsa



$$d\vec{p}_3 = \frac{dE'}{|\vec{p}_3|} \left( \frac{\sqrt{m_3^2 + \vec{p}_3^2} \sqrt{m_4^2 + \vec{p}_3^2}}{\sqrt{m_3^2 + \vec{p}_3^2} \sqrt{m_4^2 + \vec{p}_3^2}} \right) \quad (\text{Ek 1.4})$$

ifadesi elde edilir.

Buradan diferansiyel tesir kesiti

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{\langle |M|^2 \rangle |\vec{p}_s|}{64\pi^2 |\vec{p}_i|} \quad (\text{Ek 1.5})$$

olarak bulunur.  $|\vec{p}_i| \equiv |\vec{p}_1|$  ilk momentum ve  $|\vec{p}_s| \equiv |\vec{p}_3|$  ise son momentumdur. Bu işlemlerin ardından  $\frac{d\sigma}{dt}$  ifadesi ele alınabilir. Burada  $t$ ;  $t = (p_1 - p_3)^2$  şeklinde tanımlanan Mandelstam değişkenidir.

$$t = (p_1 - p_3)^2 = m_1^2 + m_3^2 - 2[E_1 E_3 - \vec{p}_1 \vec{p}_3 \cos\theta] \quad (\text{Ek 1.6})$$

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{d\sigma}{dt} \frac{dt}{d\Omega} \quad (\text{Ek 1.7})$$

$$\frac{dt}{d\Omega} = \frac{dt}{2\pi d(\cos\theta)} = \frac{1}{2\pi} \frac{dt}{d(\cos\theta)} \quad (\text{Ek 1.8})$$

biçiminde yazılır. Buradan;

$$\frac{d\sigma}{dt} = \frac{\langle |M|^2 \rangle}{64\pi s |\vec{p}_i|^2} \quad (\text{Ek 1.9})$$

elde edilir. Kütle merkezi sisteminde  $m_1 = m_2 = 0$  için  $|\vec{p}_i| = \frac{\sqrt{s}}{2}$  bulunur. Bu ifade Ek 1.9 da kullanılırsa diferansiyel tesir kesiti

$$\frac{d\sigma}{dt} = \frac{\langle |M|^2 \rangle}{16\pi s^2} \quad (\text{Ek 1.10})$$

olarak elde edilir.

$$\sigma = \int_{t_{min}}^{t_{max}} \frac{\langle |M|^2 \rangle}{16\pi s^2} dt \quad (\text{Ek 1.11})$$

integrali alınarak bulunur.  $\theta = 0$  ve  $\theta = \pi$  için  $t_{min}$  ve  $t_{max}$  uygun kinematik bağıntılardan bulunur.

## Ek 2. Feynman Genlik Hesabı

Bozunum oranları ve saçılma tesir kesitlerinin hesabı için genlik  $M$  hesabından yararlanır. Bu bölümde Feynman diyagramlarından yararlanarak genlik hesabının nasıl yapıldığı açıklanmaktadır.

$p = (E/c, \mathbf{p})$  momentum ve  $E = \sqrt{m^2 c^4 + \mathbf{p}^2 c^2}$  enerjiye sahip serbest elektron ve pozitronların dalga fonksiyonları

Elektronlar

Pozitronlar

$$\psi(x) = a e^{-(i/\hbar)p \cdot x} u^{(s)}(p) \quad \psi(x) = a e^{(i/\hbar)p \cdot x} v^{(s)}(p) \quad (\text{Ek 2.1})$$

biçiminde ifade edilir. Burada  $s = 1, 2$  spin durumlarıdır.  $u^{(s)}$  ve  $v^{(s)}$  spinörler olup momentum uzayı Dirac eşitlikleri

$$(\gamma^\mu p_\mu - mc)u = 0 \quad (\gamma^\mu p_\mu + mc)v = 0 \quad (\text{Ek 2.2})$$

ifadeleri ile verilir. Spinörlerin eşlenikleri  $\bar{u} = u^\dagger \gamma^0$ ,  $\bar{v} = v^\dagger \gamma^0$  olup eşlenik Dirac eşitlikleri

$$\bar{u} (\gamma^\mu p_\mu - mc) = 0 \quad \bar{v} (\gamma^\mu p_\mu + mc) = 0 \quad (\text{Ek 2.3})$$

denklemleri ile verilir. Spinörlerin ortogonal halleri

$$\bar{u}^{(1)} u^{(2)} = 0 \quad \bar{v}^{(1)} v^{(2)} = 0 \quad (\text{Ek 2.4})$$

olup normalize edilirse

$$\bar{u} u = 2mc \quad \bar{v} v = -2mc \quad (\text{Ek 2.5})$$

spinler üzerinden toplamı alınarak

$$\sum_{s=1,2} u^{(s)} \bar{u}^{(s)} = (\gamma^\mu p_\mu + mc) \quad \sum_{s=1,2} v^{(s)} \bar{v}^{(s)} = (\gamma^\mu p_\mu - mc) \quad (\text{Ek 2.6})$$

biçiminde ifade edilir.

Öte yandan  $p = (E/c, \mathbf{p})$  momentumlu  $E = |\mathbf{p}|c$  enerjili serbest bir fotonun dalga fonksiyonu ise

$$A^\mu(x) = a e^{-i(i/\hbar)p \cdot x} \epsilon_{(s)}^\mu \quad (\text{Ek 2.7})$$

ile ifade edilir. Burada  $s = 1,2$  fotonun iki spin durumunu (veya polarizasyonunu) ifade eder. Polarizasyon vektörleri  $\epsilon_{(s)}^\mu$ , momentum uzayında Lorentz koşulunu

$$\epsilon^\mu p_\mu = 0 \quad (\text{Ek 2.8})$$

ile sağlar. Polarizasyon vektörlerinin ortogondirler ve

$$\epsilon_{(1)}^{\mu*} \epsilon_{\mu(2)} = 0 \quad (\text{Ek 2.9})$$

normalize edilirse

$$\epsilon^{\mu*} \epsilon_\mu = 1 \quad (\text{Ek 2.10})$$

ifadesi elde edilir. Coulomb ayarından

$$\epsilon^0 = 0, \quad \epsilon \cdot \mathbf{p} = 0 \quad (\text{Ek 2.11})$$







yazarak spin üzerinden toplam alınırsa aşağıdaki denklem yazılır.

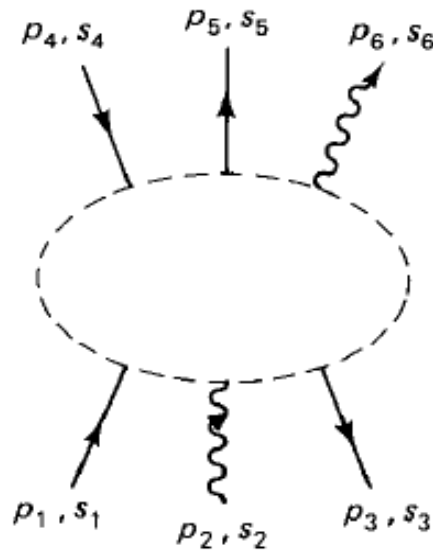
$$\sum_{s=1,2} (\epsilon_{(s)})_i (\epsilon_{(s)}^*)_j = \delta_{ij} - \hat{p}_i \hat{p}_j \quad (\text{Ek 2.12})$$

Bu kısa bilgileri verdikten sonra  $M$  genlik hesabı için aşağıdaki akış takip edilir.

1. Notasyon (gösterim): Gelen ve giden dört-momentumları  $p_1, p_2, \dots, p_n$ , spinleri  $s_1, s_2, \dots, s_n$  ile ara parçacıkların dört-momentumları  $q_1, q_2, \dots, q_n$  şeklinde ifade edilir. Şekil Ek 2.1'de verilen örnek gibi dış çizgileri ve iç çizgileri gösteren akış diyagramı oluşturulur.

2. Dış çizgiler: Dış çizgilerin katkı faktörleri elektron, pozitron ve fotonların gelen ve gidenlerine dikkat edilerek yazılır.

Gelen  $e^-$  için (  ):  $u$       Gelen  $e^+$  için (  ):  $\bar{v}$       Gelen  $\gamma$  için (  ):  $\epsilon^\mu$   
Giden  $e^-$  için (  ):  $\bar{u}$       Giden  $e^+$  için (  ):  $v$       Giden  $\gamma$  için (  ):  $\epsilon^{\mu*}$



Şekil Ek 2.1. Dış çizgileri işaretlenmiş tipik KED diyagramı.

3. Köşe faktörleri: Her bir köşeden gelen katkı için bir faktör yazılır.

$$ig_e\gamma^\mu \quad (\text{Ek 2.13})$$

burada  $g_e$ , boyutsuz bağlanma sabiti olup.  $g_e = \sqrt{4\pi\hbar c} = \sqrt{4\pi\alpha}$  biçiminde açık olarak yazılır.

4. Propagator (yayıma) terimleri: Her bir iç çizgiden gelen katkılar için bir faktör yazılır.

$$\text{Elektronlar ve pozitronlar: } \frac{i(\gamma^\mu q_\mu + mc)}{q^2 - m^2 c^2} \quad (\text{Ek 2.14})$$

$$\text{Fotonlar: } \frac{-ig_{\mu\nu}}{q^2} \quad (\text{Ek 2.15})$$

5. Enerji ve momentum korunumu: Her köşe için,

$$(2\pi)^4 \delta^4(k_1 + k_2 + k_3) \quad (\text{Ek 2.16})$$

formunda bir delta fonksiyonu yazılır. Burada  $k$ 'ler köşeye gelen üç adet dördümlü momentumdur (ok dışına doğru yönelmiş ise dördümlü momentum  $k$ , eksi işaretlidir). Bu faktör her köşede enerji ve momentum korunumunu ortaya koyar. Böylece delta fonksiyonu, gelen momentumların toplamı giden momentumların toplamına eşit olmaksızın sıfırdır.

6. İç momentum üzerinden integral: Her iç çizgi için,

$$\frac{d^4 q}{(2\pi)^4} \quad (\text{Ek 2.17})$$

gibi bir faktör yazılır ve tüm iç momentumlar üzerinden integral alınır.

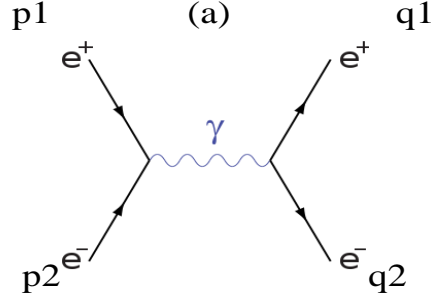
7. Delta fonksiyonunun iptali: Sonuç,

$$(2\pi)^4 \delta^4(p_1 + p_2 + \dots - p_n) \quad (\text{Ek 2.18})$$

şeklinde tamamıyla enerji ve momentum korunumunu yansıtan bir delta fonksiyonu içerir. Bu fonksiyonun iptali ile  $-i M$  elde edilir.

8. Antisimetriğini almak: Gelen veya giden parçacıkların yerlerini değiştirerek  $M$  genliğinin eksi işaretlisi bulunur.

Yukarıda verilen yol izlenerek Bhabha saçılmasının ( $e^+e^- \rightarrow e^+e^-$ ) genliği hesaplanmak istenirse, bir elektronla bir pozitronun etkileşmeye girerek son durumda yine bir elektronla pozitronun gözlendiği süreç öncelikle şekil Ek 2.2'den

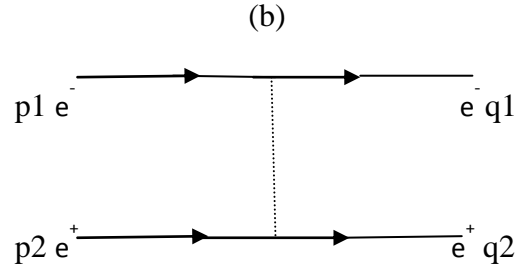


**Şekil Ek 2.2.** Bhabha saçılmasına ait Feynman diyagramı (a)

Dirac spinörler ve Dirac matrisleri üzerinden Dirac endekslerini bastırmak için şekil ek 2.2'nin katkısını veren genlik ifadesi;

$$\mathcal{M}_{(a)} = \bar{v}(\mathbf{p}_1, \lambda_2)(ie\gamma^\mu)u(\mathbf{p}_1, \lambda_1) \frac{-ig_{\mu\nu}}{(p_1+p_2)^2} \bar{u}(\mathbf{q}_1, \lambda'_1)(ie\gamma^\nu)v(\mathbf{q}_2, \lambda'_2) \quad (\text{Ek 2.19})$$

elde edilir. Burada  $\lambda_{1(2)}$  gelen elektron ve pozitronun helisitesi,  $\lambda'_{1(2)}$  dışarı çıkan elektron ve pozitronun helisitesidir.



**Şekil Ek 2.3.** Bhabha saçılmasına ait Feynman diyagramı (b)

Şekil 2.3'ün katkısı için ikinci genlik (b) ;

$$\mathcal{M}_{(b)} = -\bar{u}(\mathbf{q}_1, \lambda'_1)(ie\gamma^\nu)u(\mathbf{p}_1, \lambda_1) \frac{-ig_{\mu\nu}}{(p_1-q_1)^2} \bar{v}(\mathbf{p}_2, \lambda_2)(ie\gamma^\nu)v(\mathbf{q}_2, \lambda'_2) \quad (\text{Ek 2.20})$$

olarak hesaplanır ve toplam genlik  $M = M_a + M_b$  ile elde edilir.

İki genlik ifadesinde yer alan  $(p_1 + p_2)$  ile  $s$  ve  $(p_1 - q_1)$  ile  $t$  parçacıklarının dörtlü momentumları Mandelstam değişkenleri ile 4x4 matris elemanları olmak üzere;

$$|\mathcal{M}_{(a)}|^2 = \frac{e^4}{s^2} \bar{v}(\mathbf{p}_2, \lambda_2) \gamma^\mu u(\mathbf{p}_1, \lambda_1) \bar{u}(\mathbf{p}_1, \lambda_1) \gamma^\nu v(\mathbf{p}_2, \lambda_2) \bar{u}(\mathbf{q}_1, \lambda'_1) \gamma_\nu v(\mathbf{q}_2, \lambda'_2) \bar{v}(\mathbf{q}_2, \lambda'_2) \gamma_\mu u(\mathbf{q}_1, \lambda'_1) \quad (2.21)$$

$$|\mathcal{M}_{(b)}|^2 = \frac{e^4}{t^2} \bar{v}(\mathbf{p}_2, \lambda_2) \gamma^\nu v(\mathbf{q}_2, \lambda'_2) \bar{v}(\mathbf{q}_2, \lambda'_2) \gamma^\mu v(\mathbf{p}_2, \lambda_2) \bar{u}(\mathbf{q}_1, \lambda'_1) \gamma_\nu u(\mathbf{p}_1, \lambda_1) \bar{u}(\mathbf{p}_1, \lambda_1) \gamma_\mu u(\mathbf{q}_1, \lambda'_1) \quad (2.22)$$

ve her iki ifade için de Hermityen eşlenik alınır;

$$2\Re\{\mathcal{M}_{(a)}^\dagger \mathcal{M}_{(b)}\} = -2 \frac{e^4}{st} \bar{v}(\mathbf{p}_2, \lambda_2) \gamma^\nu u(\mathbf{p}_1, \lambda_1) \bar{u}(\mathbf{p}_1, \lambda_1) \gamma^\mu u(\mathbf{q}_1, \lambda'_1) \bar{u}(\mathbf{q}_1, \lambda'_1) \gamma_\nu v(\mathbf{q}_2, \lambda'_2) \bar{v}(\mathbf{q}_2, \lambda'_2) \gamma_\mu v(\mathbf{p}_2, \lambda_2) \quad (2.23)$$

biçiminde yazılabilir. Helisiteler üzerinden polarizasyon matrislerinden yararlanılarak spin yönelimleri üzerinden toplam alınabilir. Helisite öz durumları dikkate alınarak helisite genlikleri aşağıdaki gibi bulunur;

$$\frac{1}{4} \sum_{\text{helicities}} |\mathcal{M}_{(a)}|^2 = \frac{e^4}{4s^2} \text{Tr}\{(\not{p}_2 - m)\gamma^\mu(\not{p}_1 + m)\gamma^\nu\} \text{Tr}\{(\not{q}_1 + m)\gamma_\nu(\not{q}_2 - m)\gamma_\mu\} \quad (2.24)$$

$$\frac{1}{4} \sum_{\text{helicities}} |\mathcal{M}_{(b)}|^2 = \frac{e^4}{4t^2} \text{Tr}\{(\not{p}_2 - m)\gamma^\nu(\not{q}_2 - m)\gamma^\mu\} \text{Tr}\{(\not{q}_1 + m)\gamma_\nu(\not{p}_1 - m)\gamma_\mu\} \quad (2.25)$$

$$\frac{1}{2} \sum_{\text{helicities}} \Re\{\mathcal{M}_{(a)}^\dagger \mathcal{M}_{(b)}\} = - \frac{e^4}{2st} \text{Tr}\{(\not{p}_2 - m)\gamma^\nu(\not{p}_1 + m)\gamma^\mu(\not{q}_1 + m)\gamma_\nu(\not{q}_2 - m)\gamma_\mu\} \quad (2.26)$$

elektronun kütesini  $m$  olarak ifade edersek, yüksek enerjilerde basitleştirme için

$$\frac{1}{4} \sum_{\text{helicities}} |\mathcal{M}_{(a)}|^2 = \frac{e^4}{4s^2} \text{Tr}\{\not{p}_2 \gamma^\mu \not{p}_1 \gamma^\nu\} \text{Tr}\{\not{q}_1 \gamma_\nu \not{q}_2 \gamma_\mu\} \quad (2.27)$$



$$\frac{1}{4} \sum_{\text{helicities}} |\mathcal{M}_{(b)}|^2 = \frac{e^4}{4t^2} \text{Tr}\{\not{p}_2 \gamma^\nu \not{q}_2 \gamma^\mu\} \text{Tr}\{\not{q}_1 \gamma_\nu \not{p}_1 \gamma_\mu\} \quad (2.28)$$

$$\frac{1}{2} \sum_{\text{helicities}} \Re \left\{ \mathcal{M}_{(a)}^\dagger \mathcal{M}_{(b)} \right\} = -\frac{e^4}{2st} \text{Tr}\{\not{p}_2 \gamma^\nu \not{p}_1 \gamma^\mu \not{q}_1 \gamma_\nu \not{q}_2 \gamma_\mu\} \quad (2.29)$$

Formüllerdeki dörtlü- $\gamma$  matris ürününün izi için trace hesabı yaparsak,

$$\frac{1}{4} \sum_{\text{helicities}} |\mathcal{M}_{(a)}|^2 = \frac{4e^4}{s^2} (p_2^\mu p_1^\nu + p_2^\mu p_1^\nu - p_1 \cdot p_2 g^{\mu\nu}) (q_{2\mu} q_{1\nu} + q_{2\mu} q_{1\nu} - q_1 \cdot q_2 g_{\mu\nu}) \quad (2.30)$$

$$\frac{1}{4} \sum_{\text{helicities}} |\mathcal{M}_{(b)}|^2 = \frac{4e^4}{t^2} (p_2^\mu q_2^\nu + p_2^\mu q_2^\nu - p_2 \cdot q_2 g^{\mu\nu}) (p_{1\mu} q_{1\nu} + p_{1\mu} q_{1\nu} - p_1 \cdot q_1 g_{\mu\nu}) \quad (2.31)$$

Lorentz indisleri yok edilerek

$$\frac{1}{4} \sum_{\text{helicities}} |\mathcal{M}_{(a)}|^2 = \frac{8e^4}{s^2} (p_1 \cdot q_1 p_2 \cdot q_2 + p_1 \cdot q_2 p_2 \cdot q_1) \quad (2.32)$$

ve

$$\frac{1}{4} \sum_{\text{helicities}} |\mathcal{M}_{(b)}|^2 = \frac{8e^4}{t^2} (p_1 \cdot p_2 q_1 \cdot q_2 + p_1 \cdot q_2 p_2 \cdot q_1) \quad (2.33)$$

bulunur. Yüksek enerji limitlerinde Mandelstam değişkenlerini tanımlarsak

$$s = 2p_1 \cdot p_2 = 2q_1 \cdot q_2$$

$$t = -2p_1 \cdot q_1 = -2q_2 \cdot p_2$$

$$u = -2p_1 \cdot q_2 = -2q_1 \cdot p_2$$

$$\frac{1}{4} \sum_{\text{helicities}} |\mathcal{M}_{(a)}|^2 = \frac{2e^4}{s^2} (t^2 + u^2) \quad (2.34)$$

$$\frac{1}{4} \sum_{\text{helicities}} |\mathcal{M}_{(b)}|^2 = \frac{2e^4}{s^2} (s^2 + u^2) \quad (2.35)$$

Girişim terimi sekizli- $\gamma$  matrisleri ürünün bir izidir. Bununla birlikte bu  $\gamma$  matris bağıntılarını kullanarak etkileri azaltılabilir.

$$\gamma^\nu \not{p}_1 \gamma^\mu \not{q}_1 \gamma_\nu = -2 \not{q}_1 \gamma^\mu \not{p}_1$$

$$\gamma^\mu \not{p}_1 \not{q}_2 \gamma_\mu = 4 p_1 \cdot q_2$$

Bunu takiben,

$$\frac{1}{2} \sum_{\text{helicities}} \Re \left\{ \mathcal{M}_{(a)}^\dagger \mathcal{M}_{(b)} \right\} = + \frac{4e^4}{st} p_1 \cdot q_2 \text{Tr} \{ \cancel{p}_2 \cancel{q}_1 \} = + \frac{16e^4}{st} p_1 \cdot q_2 p_2 \cdot q_1 = \frac{4e^2 u^2}{st} \quad (2.36)$$

toplamda kare matris elamanları cinsinden

$$\frac{1}{4} \sum_{\text{helicities}} |\mathcal{M}|^2 = 2e^4 \left( \frac{t^2+u^2}{s^2} + \frac{s^2+u^2}{t^2} + \frac{2u^2}{st} \right) \quad (2.37)$$

denklemleri elde edilir.

Sonuç olarak; genlik hesaplamalarında  $\gamma$  matrislerinin karmaşık hesaplama işini en aza indirir. Bu hesaplamaları yaparken Trace (iz) alma işleminin bazı özelliklerini bilmek gerekir. Bunlar;

$$1. \text{Tr} ( A+B ) = \text{Tr} ( A ) + \text{Tr} ( B )$$

$$2. \text{Tr} ( \alpha A ) = \alpha \text{Tr} ( A )$$

$$3. \text{Tr} ( AB ) = \text{Tr} ( BA )$$

Burada  $A$  ve  $B$  iki matris,  $\alpha$  herhangi bir sayıdır.

$$4. g_{\mu\nu} g^{\mu\nu} = 4$$

$$5. \gamma^\mu \gamma^\nu + \gamma^\nu \gamma^\mu = 2g^{\mu\nu} \quad 5'. \cancel{\mu} \cancel{\nu} + \cancel{\nu} \cancel{\mu} = 2a \cdot b$$

Buradan sonrası “daralma teoremleri” olarak adlandırılır.

$$6. \gamma^\mu \gamma_\mu = 4$$

$$7. \gamma_\mu \gamma^\nu \gamma^\mu = -2\gamma^\nu \quad 7'. \gamma_\mu \cancel{\mu} \gamma^\mu = -2 \cancel{\mu}$$

$$8. \gamma_\mu \gamma^\nu \gamma^\lambda \gamma^\mu = 4g^{\nu\lambda} \quad 8'. \gamma_\mu \cancel{\mu} \cancel{\nu} \gamma^\mu = 4a \cdot b$$

$$9. \gamma_\mu \gamma^\nu \gamma^\lambda \gamma^\sigma \gamma^\mu = -2\gamma^\sigma \gamma^\lambda \gamma^\nu \quad 9'. \gamma_\mu \cancel{\mu} \cancel{\nu} \cancel{\lambda} \cancel{\sigma} \gamma^\mu = -2 \cancel{\sigma} \cancel{\lambda} \cancel{\nu}$$

Ve sonuç olarak, iz teoremleri,

10. Gamma ( $\gamma$ ) matrislerinin tek sayıya sahip ürününün izi sıfırdır.

$$11. \text{Tr} ( 1 ) = 4$$

$$12. \text{Tr} ( \gamma^\mu \gamma^\nu ) = 4g^{\mu\nu} \quad 12'. \text{Tr} ( \cancel{\mu} \cancel{\nu} ) = 4a \cdot b$$

$$13. \text{Tr}(\gamma^\mu \gamma^\nu \gamma^\lambda \gamma^\sigma) = 4(g^{\mu\nu} g^{\lambda\sigma} - g^{\mu\lambda} g^{\nu\sigma} + g^{\mu\sigma} g^{\nu\lambda}) \quad 13'. \text{Tr}(\not{a}\not{b}\not{c}\not{d}) = 4(a \cdot bc \cdot d - a \cdot cb \cdot d + a \cdot db \cdot c)$$

gamma ( $\gamma$ ) matrislerinin çift sayıya sahip ürünü;  $\gamma^5 = i \gamma^0 \gamma^1 \gamma^2 \gamma^3$

$$14. \text{Tr}(\gamma^5) = 0$$

$$15. \text{Tr}(\gamma^5 \gamma^\mu \gamma^\nu) = 0$$

$$15'. \text{Tr}(\gamma^5 \not{a}\not{b}) = 0$$

$$16. \text{Tr}(\gamma^5 \gamma^\mu \gamma^\nu \gamma^\lambda \gamma^\sigma) = 4i \epsilon^{\mu\nu\lambda\sigma}$$

$$16'. \text{Tr}(\gamma^5 \not{a}\not{b}\not{c}\not{d}) = 4i \epsilon^{\mu\nu\lambda\sigma} a_\mu b_\nu c_\lambda d_\sigma$$

Burada;

$$\epsilon^{\mu\nu\lambda\sigma} \equiv \begin{cases} -1, \text{ eğer } \mu\nu\lambda\sigma, 0123 \text{ gibi çift permutasyon ise} \\ +1, \text{ eğer } \mu\nu\lambda\sigma, \text{ tek permutasyon ise} \\ 0, \text{ eğer herhangi iki indis aynı ise} \end{cases}$$

## ÖZGEÇMİŞ

Adı Soyadı : Hasret GÜLSÜN  
Doğum Yeri ve Tarihi : Diyarbakır 06/05/1981  
Yabancı Dili : İngilizce

Eğitim Durumu (Kurum ve Yıl)  
Lise : Ergani Lisesi  
(1995-1998)  
Lisans : Dicle Üniversitesi Fen Edebiyat Fakültesi  
Fizik Bölümü  
(1999-2003)  
TezsizYüksek Lisans : Fırat Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü  
Fizik Öğretmenliği Bölümü  
(2004-2005)  
Yüksek Lisans : Uludağ Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü  
Yüksek Enerji ve Plazma Fiziği Bölümü  
(2012-2014)  
Çalıştığı Kurum/Kurumlar ve Yıl : Gümrük ve Ticaret Bakanlığı  
Uludağ Gümrük ve Ticaret Bölge Müdürlüğü  
(2006- )  
İletişim (e-posta) : hasretgulsun@gmail.com