YUVARLANMALI YATAKLARDA DEFORMASYONUN PARAMETRİK İNCELENMESİ

HASAN ÖZAYDIN

T.C.

ULUDAĞ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

YUVARLANMALI YATAKLARDA DEFORMASYONUN PARAMETRİK İNCELENMESİ

HASAN ÖZAYDIN

Prof.Dr. Emin GÜLLÜ
(Danışman)

YÜKSEK LİSANS TEZİ
MAKİNE MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI

BURSA-2017

TEZ ONAYI

Hasan Özaydın tarafından hazırlanan "Yuvarlanmalı Yataklarda Deformasyonun Parametrik İncelenmesi" adlı tez çalışması aşağıdaki jüri tarafından oy birliği ile Uludağ Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Makine Mühendisliği Anabilim Dalı'nda **YÜKSEK LİSANS TEZİ** olarak kabul edilmiştir.

Danışman: Prof.Dr. Emin GÜLLÜ

Başkan:	Prof.Dr. Emin GÜLLÜ Uludağ Üniversitesi Mühendislik Fakültesi Makine Mühendisliği Anabilim Dalı	İmza
Üye:	Prof.Dr.Necmettin KAYA Uludağ Üniversitesi Mühendislik Fakültesi Makine Mühendisliği Anabilim Dalı	İmza
Üye:	Doç.Dr.Hakan GÖKDAĞ Bursa Teknik Üniversitesi Doğa Bilimleri, Mimarlık ve Mühendislik Fakültesi Makine Mühendisliği Anabilim Dalı	İmza

Yukarıdaki sonucu onaylarım.

Prof. Dr. Ali BAYRAM
Enstitü Müdürü
12./1./2017

U.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü, tez yazım kurallarına uygun olarak hazırladığım bu tez çalışmasında;

- tez içindeki bütün bilgi ve belgeleri akademik kurallar çerçevesinde elde ettiğimi,
- görsel, işitsel ve yazılı tüm bilgi ve sonuçları bilimsel ahlak kurallarına uygun olarak sunduğumu,

- başkalarının eserlerinden yararlanılması durumunda ilgili eserlere bilimsel normlara uygun olarak atıfta bulunduğumu,

- atıfta bulunduğum eserlerin tümünü kaynak olarak gösterdiğimi,

- kullanılan verilerde herhangi bir tahrifat yapmadığımı,

- ve bu tezin herhangi bir bölümünü bu üniversite veya başka bir üniversitede başka bir tez çalışması olarak sunmadığımı

beyan ederim.

…../……/…….

Hasan ÖZAYDIN

ÖZET

Yüksek Lisans Tezi

YUVARLANMALI YATAKLARDA DEFORMASYONUN PARAMETRİK İNCELENMESİ

Hasan ÖZAYDIN

Uludağ Üniversitesi
Fen Bilimleri Enstitüsü
Makine Mühendisliği Anabilim Dalı

Danışman: Prof. Dr. Emin GÜLLÜ

Uzun yıllardan beri rulmanlar üzerindeki Hertz basınçları ve deformasyonları incelenmektedir. Hertz basınçları iki cisim arasındaki temas yüzeyinin cisim boyutlarına oranla çok küçük olduğu durumlarda oluşur. Hertz basınç değerlerinin yüksek olması rulmanın kullanım ömrünü azaltır. Bu durum kullanıldığı sistemi de etkilemektedir. Bu çalışmada matlab programından faydalanarak arayüz üzerinde Hertz basınç ve deformasyon hesaplamaları yapılmıştır. Hesaplamada kullanılan malzeme özellikleri(elastisite modülü), yuvarlanma elemanının geometrisi (çap ve uzunluk), bilezik çapı, yiv yarıçapı değiştirilerek değerler bulunmuştur. Ayrıca yuvarlanma elemanı ve bilezik malzemelerinin çelik-çelik, seramik-çelik ve seramik-seramik malzeme seçilmesi durumunda temas yüzeyinde oluşan Hertz basınç ve deformasyonları incelenmiştir. Her bir parametrenin değiştirilmesiyle Hertz basınç ve deformasyonundaki değişkenlikler grafiklerle gösterilmiştir. Parametre ve malzeme çifti değişikliklerinin basınç ve deformasyon değerlerini etkilediği görülmüştür.

Anahtar Kelimeler. Hertz Deformasyonu, Hertz Basıncı, Bilyeli Rulmanlar, Makaralı Rulmanlar, Temas Gerilmesi

2017, ix + 88 sayfa.

ABSTRACT

Msc Thesis

PARAMETRIC INVESTIGATION OF DEFORMATION ON BEARINGS

Hasan ÖZAYDIN

Uludağ University
Graduate School of Natural and Applied Sciences
Department of Mechanical Engineering

Supervisor: Prof. Dr. Emin GÜLLÜ

Hertz pressures and deformations on bearings have been studied for many years. Hertz pressures occur when the contact surface between two objects is very small relative to the object dimensions. The high Hertz pressure reduces the lifetime of the bearing. This situation also affects the system that bearing is used. In this work, Hertz pressure and deformation calculations are done on the interface by using matlab program. In the calculation,pressure and deformation values were found by changing the material properties (elasticity module) , the geometry (diameter and length) of the rolling element, the diameter of the ring, the radius of the groove. In addition to this, Hertz pressure and deformation at the contact surface were investigated when rolling elements and bracelets were selected steel-steel, ceramic-steel and ceramic-ceramic materials. Variations in Hertz pressure and deformation were shown graphically by changing each parameter. It has been observed that parameter and material pair changes affect pressure and deformation values.

Keywords. Hertz Pressure, Hertz Deformation ,Ball Bearings, Roller Bearings, Contact Stress.

2017, ix + 88 pages.

TEŞEKKÜR

Yüksek lisans çalışması kapsamında danışmanlık ederek, beni yönlendiren ve her türlü desteği sağlayan, bilimsel fikir ve tecrübelerinden yararlandığım danışman hocam Sayın Prof. Dr. Emin GÜLLÜ ’ye, çalışmalar suresince yardımını esirgemeyen Arş. Gör. Tufan Gürkan YILMAZ ’a, çalışmalarım süresince manevi desteklerini esirgemeyen aileme ve çalışma arkadaşlarıma katkılarından dolayı teşekkürlerimi sunarım.

Hasan ÖZAYDIN
___/___/2017

İÇİNDEKİLER

SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ

Simge	Açıklama
a	Eliptik Hertz temas yüzeyinin y-doğrultusundaki yarıçapı
b	Eliptik Hertz temas yüzeyinin x-doğrultusundaki yarıçapı
i	y-doğrultusundaki matris değişkeni
j	x-doğrultusundaki matris değişkeni
l	Makara uzunluğu
P	Basınç değeri
P_o	En büyük basınç değeri
P_m	Ortalama basınç değeri
Δx	b yarıçapındaki adım
Δy	a yarıçapındaki adım
w	Elastik deformasyon miktarı
w'	Kuvvetin etki ettiği noktadaki deformasyon miktarı
E	Elastisite Modülü
F	Normal doğrultuda etki eden kuvvet
K	Hertz Sabiti
M	j -doğrultusundaki nokta adeti
N	i-doğrultusundaki nokta adeti
α	Birim kuvvet başına düşen alan
μ	Poisson Oranı
ψ	Archard' ın eliptiklik faktörü
ω	Hertz'e göre temas yüzeyleri arasındaki açı
R_1	Bilyanın xz düzlemindeki yarıçapı
R_2	Bileziğin xz düzlemindeki yarıçapı
R_3	Bilyanın yz düzlemindeki yarıçapı
R_4	Bileziğin yz düzlemindeki yarıçapı
AB	Eğrilik toplamı
D	Bilye çapı
R	Yiv yarıçapı
D_1	İç bilezik yörünge çapı
D_2	Dış bilezik yörünge çapı
B	Rulman genişliği
ξ	Eliptik sabit
ϑ	Eliptik sabit

ŞEKİLLER DİZİNİ

ÇİZELGELER DİZİNİ

1.GİRİŞ

Rulmanlar (Yuvarlanmalı Yataklar) günümüzde yataklama sistemlerinde kullanılan standart makine elemanlarıdır.

Rulmanlar diğer yataklama sistemlerine göre daha fazla tercih edilmektedir. Rulmanların aynı mil çapında daha büyük yük taşıyabilmesi, hesaplama yönteminin basit olmasından dolayı daha kolay seçilebilmesi ve kolay ulaşılabilme özelliklerinden dolayı rulmanlı yataklar birçok tasarımcı tarafından tercih edilirler.

Rulmanlar genel olarak iç bilezik, dış bilezik ve yuvarlanma elemanından oluşmaktadır. İç bileziğin ve dış bileziğin biri sabit diğeri hareketli makine elemanlarına montajlanmasıyla rulmanlar makine elemanları arasında kuvvet iletimini yuvarlanma elemanının hareketiyle sağlarlar. Yuvarlanma elemanının geometrisi rulman çeşitlerine göre farklılık göstermektedir. Yuvarlanma elemanı bilye, makara(silindirik ve konik), masura vb. elemanlardan kullanılır.

Rulmanlar kullanılan yuvarlanma elemanlarının isimlerine göre ve taşıdığı kuvvete göre radyal ve eksenel olarak sınıflandırılırlar.

Rulmanlara gelen yükler bilezik ve yuvarlanma elemanları arasındaki temas yüzeyinde gerilmeler oluşmasına sebep olur. Bu gerilmeler yüzey gerilmeleri olarak adlandırılır. Yuvarlanma elemanının bilye ve makara olmasına göre temas yüzeyinin şekli farklılık göstermektedir. Bilyeli rulmanlarda temas yüzeyi eliptik şekilde ortaya çıkarken silindirik makaralı rulmanlarda temas yüzeyi dikdörtgensel bir şekilde ortaya çıkmaktadır.

Bu tez konusunda bilyeli ve makaralı(silindirik) rulmanlar seçilerek farklı malzemeler ve farklı geometrik ölçüler kullanıldığında iç bilezik ve bilye arasında bulunan temas yüzeylerinde oluşan basınçlar ve deformasyonlar matlab programında oluşturulan bir arayüzden faydalanılarak incelenecektir.

2.KAYNAK ARAŞTIRMASI

Rulmanlarda oluşan yüzey gerilmeleriyle ilgili birçok deneysel ve teorik çalışmalar yapılmıştır. Bu çalışmalarda Hertz Teorisi başta olmak üzere Elastisite Teorisi, Sonlu Elemanlar Analizi ve Bilgisayar Destekli Mühendislik programları kullanılmıştır.

Heinrich Hertz 1882 yılında yaptığı çalışmalarla temas mekaniğinin temellerini atmıştır. Ancak çalışmaları 20.yy'da teknolojinin gelişimiyle beraber kullanılmaya başlanmıştır. Zamanla temas mekaniği geliştirilerek birçok alanda kullanılmaya başlamıştır. Rulmanlar bu alanlardan sadece bir tanesidir.

Rulmanlardaki yüzey basınçları ile ilgili farklı etkenler değerlendirilerek çalışmalar yapılmıştır. Yapılan çalışmalarda yüzey basınçlarının kullanılan malzemelere göre rulmanlardaki deformasyonu, çalışma ömrü, rulmanlı yatakların tasarımı, kinematiği, dinamik ve statik analizleri incelenmiştir. Bu çalışmalara benzer olarak yapılan çalışmalarda rulmanların sürtünme ve yağlama durumları elastohidrodinamik denklemlerden faydalanılarak incelenmiştir. Ayrıca hem teorik hem deneysel çalışmalar yapılarak bu çalışmaların sonuçlarının benzerlikleri incelenmiştir.

Timoshenko ve Goodier (1956), Elastisite Teorisi'nden ve Hertz Teorisi'nden faydalanarak küresel cisimlerin, küresel ve sonsuz cisimlerin birbiriyle temasında oluşan temas yüzeyleri ve basınçlar için hesaplamalar elde etmişlerdir.

Brüser (1972), yaptığı çalışmalarda temas yüzeylerinde oluşan basınçları ve elastohidrodinamik yağlamanın film kalınlığına etkisini incelemiştir. Elastohidrodinamik yağlama üzerine çalışma yaparken Reynolds Transport Teoremi, Hertz Teorisi ve Elastisite Teorisi'ni kullanarak film kalınlığını hesaplamak için eşitlikler geliştirmiştir.

Hamrock ve Anderson (1983), sabit bilyeli ve silindirik makaralı rulmanların tasarım parametrelerini, kullanılan malzeme çeşitlerini, kinematiğini, statik ve dinamik analizleri ile birlikte yağlama ve sürtünme hallerini incelemişlerdir. Çalışmalarında bilye ve bilye yuvasının uygunluğunu, bilye yuvasının destek yüksekliğini incelemişlerdir. Bu tasarım parametreleriyle ilgili formülasyonlar sunmuşlardır. Ayrıca rulmanlarda temas gerilmeleri ve deformasyon arasındaki ilişkileri de formüle etmişlerdir.

Fernandes (1997), rulmanlarda oluşan Hertz basınçlarının çalışma ömrüne olan etkilerini incelemiştir. Rulmana etkiyen yük büyüklüklerinin ve bilezik ve yuvarlanma elemanının arasında oluşan temas yüzeylerinin birbirleri üzerindeki göreceli hareketlerine bağlı olduklarını tespit etmiştir. Yüzey temas yorulmasının rulmanlarda oluşturduğu hasarları gözlemlemiştir. Temas yorulmasının özelliklerini araştırmıştır. Yuvarlanma ve kayma hareketinin rulman yüzeylerinde oluşturduğu homojen olmayan çukurların, pullanma ve dökülmelerin ve mikroskobik çukurların temas yorulmasından kaynaklandığını örneklerle anlatmıştır.

Amasorrain ve ark. (2003), dört noktadan temaslı tek sıra bilyeli rulmanlar üzerinde çalışmalara yaparak yeni bir hesap yöntemi ortaya çıkarmışlardır. Bu çalışmada radyal ve eksenel deformasyonlar, temas yüzey alanı, maksimum gerilme yönünü ve büyüklüğünü bir program geliştirerek hesaplamışlardır. Bilye ve bilye yuvalarının radyal, eksenel ve açısal yer değiştirmelerini, bilye ve bilye yuvasındaki boşluk değerlerini, eğrilik yarıçaplarını dikkate alarak temas gerilmelerini hesaplamışlardır.

Zhang ve ark.(2005), Hertz Teorisi'nden faydalanarak tek katmanlı kaplamalarda ve sandviç kaplamalarda oluşan gerilmeleri sonlu elemanlar yöntemiyle hesaplamışlardır. Sandviç kaplamalardaki maksimum kayma gerilmesinin tek katmanlı kaplamalardakine göre daha düşük olduğu sonucuna ulaşmışlardır. Tek katmanlı kaplamalarda maksimum kayma gerilmesinin kaplama kalınlığına bağlı olduğunu belirlemişlerdir. İnce kaplamalarda en büyük gerilmenin kaplama yüzeyinde oluştuğunu, kalın kaplamalarda ise hem kaplamada hem de kaplanan malzemenin yüzeyinde oluştuğunu tespit etmişlerdir.

Nelias ve ark. (2005), yaptıkları çalışmada rulmanlardaki temas yüzeylerinde oluşan çukurlar incelenerek yorulma performansının hesaplanması için yeni bir metod geliştirmişlerdir. Bu çalışmayı sayısal ve deneysel olarak yürütmüşlerdir. Çalışmada yüksek alaşımlı çeliklerden faydalanmışlardır. Farklı etkenlerin yorulma performansına etkileri çalışmada detaylı bir şekilde incelenmiştir. Çalışmada yüksek alaşımlı çeliğin rulman çeliğinden daha iyi sonuçlar elde ettiğini, kasnak gerilmesinin, normal yüklemenin dayanıklılığa etkisinin az, kayma ve yuvarlanma hareketinin etkisinin zararlı olduğunu tespit etmişlerdir.

Antoine ve ark.(2006), Hertz Teorisi'nden faydalanarak bilyeli rulmanlarda bilyelerin lokal rijitliklerini incelemişlerdir. Eliptik integralleri analitik olarak inceleyerek dinamik ve statik problemlerin çözümünde ve rulman tasarım ve optimizasyonunda faydalı olacak bir metot geliştirmişlerdir. Bu metotla daha hassas hesaplamalar yapılabileceğini ileri sürmüşlerdir.

Jamari ve Schipper(2006), pürüzlü yüzeyler ve pürüzsüz bilyeler arasındaki deformasyonu analitik ve deneysel olarak incelemişlerdir. Efektif merkez basıncı ve yüzey sertliğinin orantısıyla bağlantılı sonuçlara ulaşmışlardır. Çalışmalarında pürüzlü yüzeyin deformasyonunu, kitlesel deformasyonları tek tek daha sonra iki deformasyon değerini birlikte incelemişlerdir. Deneysel ve analitik çözümlerin birbiriyle büyük oranda örtüştüğünü ve yüzey pürüzlülüğünün temas yüzeylerindeki deformasyonun kontrol edilebilirliğinde birinci derecede önemli olduğu sonucuna ulaşmışlardır.

Long ve ark.(2011), iki boyutlu Hertz Temas Problemi'ni yüzey gerilmeleriyle beraber incelemişlerdir. Çalışmayı çok sert bir bilyenin çok yumuşak bir malzemeye baskı uyguladığını kabul ederek yapmışlardır. Yüzey gerilmesinin elastisite modülüne oranının temas genişliğiyle aynı derecede olması durumunda, yüzey gerilmesinin temas alanını, temas genişliğini ve basınç dağılımını etkilediğini belirtmişlerdir. Temas merkezinden sınırına doğru kitlesel gerilmelerin eğimlerinin ve yer değiştirmelerin değiştiği sonucuna ulaşmışlardır.

Pandiyarajan ve ark.(2011), haddeleme sistemleri, nükleer reaktörler, uçakların gaz türbinleri vb. büyük çaplı rulmanların kullanıldığı sistemlerde farklı yükler altında yüzey gerilmelerini incelemişlerdir. Bu çalışmayı sayısal ve analitik metotları kullanarak yapmışlardır. İki metodun sonuçlarının birbiriyle benzer olduğunu gözlemlemişlerdir.

Ye ve ark.(2013), uçak motorlarında kullanılan yüksek hızlı makaralı rulmanların eğik merkez kaçıklıklarının yükleme durumlarını incelemişlerdir. Çalışmalarında eğriliğin maksimum yükleme durumundaki, değişken yükleme durumundaki ve farklı değişkenlerin etkilediği temas basınçlarındaki etkilerini araştırmışlardır. Çalışmalarını yarı-dinamik metodu ve sonlu elemanlar metodunu kullanarak yapmışlardır. Ulaştıkları sonuçlarda eğiklik açısının belirli bir sınıra ulaşıncaya kadar temas yüzeylerinde oluşan gerilmelerde düzensiz bir şekilde artma ve azalma olduğunu tespit etmişlerdir.

Pipaniya ve Lodwal (2014), sabit bilyeli yuvarlanmalı yataklarda bilezikler ve bilye arasındaki temas gerilmelerini, temas yüzeylerinde oluşan gerilmeleri sonlu elemanlar yöntemi ve Hertz Teorisi'ni kullanarak sayısal yöntemle hesaplamışlardır. SAE 52100 çeliği üzerinde temas gerilmelerini incelemişlerdir. Analitik ve sayısal yöntemleri karşılaştırarak aralarındaki hata oranlarını yüzdesel olarak hesaplamışlardır. SAE 52100 çeliğinin temas gerilme sınırının 5000 N olduğunu belirlemişlerdir.

Göncz ve ark.(2015), makaralı cer dişli rulmanlarda kanallara yüzey sertleştirmesi işleminden sonra statik temas yüklemeleri üzerine sayısal hesaplamalar yapmışlardır. Çalışmalarında logaritmik, silindirik ve kısmi taçlanmış makaralı rulmanların yükleme kapasitelerini araştırmışlardır. Statik temas yük sınır değerine makara geometrisinin, kanal malzemesinin genel mekanik özelliklerinin ve makara ile kanal arasındaki açısal temasın etkilerini incelemişlerdir. Yükleme kapasitesini etkileyen önemli etkenlerin makaranın eğiklik açısı ve sertleştirme derinliği olduğu sonucuna ulaşmışlardır.

Lee ve Pan (2016), bilyeli ve makaralı rulmanlarda yüzey basınçları ve yüklerini hesaplamak için analitik çözümleri kullanmışlardır. Analitik çözümlerde Hertz ve Persson yöntemlerinden faydalanmışlardır. Analitik çözümlerin sonuçlarını sonlu elemanlar metodunu kullanarak karşılaştırmışlardır. Sonuçlardaki en fazla hata oranının en büyük gerilmenin olduğu noktada çok düşük bir yüzdelikte olduğu sonucuna ulaşmışlardır. Yorulma hesaplamalarını yapmak için yazılım geliştirmişlerdir.

Warda ve Chudzik(2016), bileziklerdeki eksen kaçıklığının silindirik makaralı rulmanlarda yorulma ömrüne etkisini incelemişlerdir. Çalışmalarında rulman boşluğu, bileziklerin açısal eğiklikleri, yuvarlanma elemanının profili gibi geometrik değişkenleri dikkate alarak farklı yüklemelerin etkilerini araştırmışlardır. Bileziklerdeki ve makaradaki merkez kaçıklığının temas yüzeyinde düzensiz gerilmeleri arttırdığını gözlemlemişlerdir. Çalışmalarında sonlu elemanlar metodundan faydalanmışlardır.

Vieillard ve ark.(2016), hibrid rulmanların ve çelik rulmanların yuvarlanma elemanı ve bilezik yüzeylerindeki yuvarlanma hareketi ve temas durumunda oluşan yorulmanın yapay oluşturulmuş mikro çukurlardaki hasar ilerlemesine etkisini incelemişlerdir. Hibrid rulmanların yuvarlanma temas yorulma ömrünün çelik rulmanlardan daha yüksek olduğunu tespit etmişlerdir. Düşük aşınma, yüksek plastik deformasyon ve düşük sürtünme şartlarının mikro çukurların genişlemesinde, pürüzsüz yüzeyin ve yüzeylerdeki düşük sürtünme değerinin korunmasında katkı sağladığını belirlemişlerdir.

Sciammerella ve ark(2016), çalışmalarında yuvarlanma temas yorulmasının demiryolu tekerleklerindeki etkilerini deneysel olarak incelemişlerdir. 6 farklı, demiryolu konstrüksiyonlarında kullanılan, yüksek dayanıklı çelikleri test etmişlerdir. Temas yüzeylerinin, aşınmanın, tekrarlı yüklemelerin tekerleklerde oluşan çatlak yoğunluğuna, çatlak uzunluğuna ve çatlak sayılarına etkilerini kurdukları düzenekle incelemişlerdir.

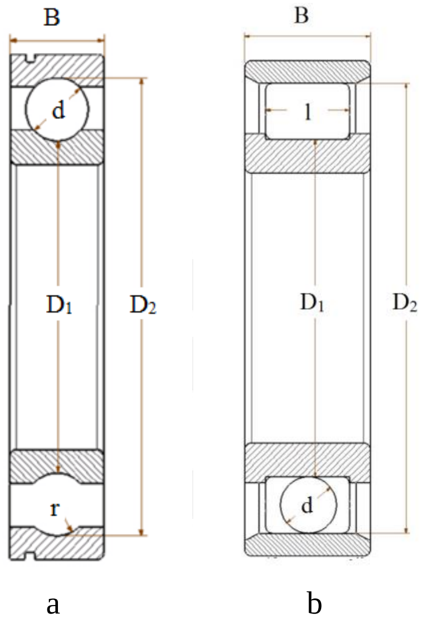
Denkena ve ark.(2016), makaralı rulmanlarda makaraların derin çekme işleminden sonra uygulanan kaba tornalama işleminin çelik yüzeylerindeki etkisini incelemişlerdir. Derin çekme işlemini ve derin çekme işlemiyle beraber kaba tornalama işlemlerinin yüzey bütünlüğüne etkilerini incelemişlerdir. Sadece derin çekme işleminde yüzey pürüzlülüğünün temel olarak temastan(üst üste binme) kaynaklandığını belirtmişlerdir. Her iki uygulamanın yapılmasının yüzey pürüzlülük değerini iyileştirdiğini gözlemlemişlerdir.

Rycerz ve ark.(2016), rulman çeliklerinde yuvarlanma temas yorulma çatlaklarının yüzey üzerinde yayılmalarını incelemişlerdir. Deneysel yaptıkları çalışmada farklı yağlama şartlarında 3 noktadan temas sağlayan bir disk düzeneği kurmuşlardır. Diğer çalışmalara benzer olarak V- şekilli çatlakları ve çatlak yayılımının sürtünme kuvvetinin ters istikametinde olduğunu gözlemlemişlerdir. Yorulma şartlarında iki belirgin aşama gözlemlemişlerdir. Birinci aşamada 100 µm'ye kadar olan çatlaklarda çatlak ilerlemesinde uzun süreli durma ve sürekli olmayan büyümeler gözlemlemişlerdir. İkinci aşamada ise çatlakların 100 µm'yi aştığında çatlak uzamalarının, yayılmayla birlikte katlanarak arttığını ve çukurlanmaya yol açtığını gözlemlemişlerdir.

3.MATERYAL VE YÖNTEM

3.1. MATERYAL

Çalışmada materyal olarak kullanılan yataklar sabit bilyeli ve silindirik makaralı olup farklı boyutlara ve malzeme çiftlerine sahiptir. Şekil 3.1' de rulmanların boyutları verilmiştir.



Şekil 3.1. Rulman Geometrisi
(a-Sabit bilyeli, b-Silindirik makaralı)

Burada D_1 iç bilezik yörünge çapını, D_2 dış bilezik yörünge çapını, B rulman genişliği, d bilye veya makara çapını, r yiv yarıçapını, l makara uzunluğunu ifade eder. Hamrock 1983'ün belirttiğine göre yiv yarıçapı ile bilye çapı arasında olması gereken bir oran(f) vardır. Bu oran optimum olarak 0.51 ile 0.54 arasında olması gereklidir.

WIB rulman firmasının kaynaklarından edinilen bilgiye göre rulmanlarda kullanılan malzemelerin iyi bir aşınma direnci olmalı, iyi bir ölçüsel kararlılık gösterdiği gibi şok yüklemelerine ve korozyona karşı dayanım göstermelidir.

Krom çeliği 100Cr6 da bilye ve bilezik üretimi için kullanılır. 100Cr6'dan yapılan bilezikler yüksek sıcaklığa maruz bırakılarak 60 -64 HRC sertliğine ulaşırlar. Bilyeler de ise 62-65 HRC'dir.

Paslanmaz çelikler genel olarak ultra-light (618xx ve 619xx) ve özel rulmanlarda kullanılır. Bilezikler X65Cr13 (ACD 34,DIN 1.4037) çeliğinden, bilyeler de X105CrMo17 (440 C, DIN 1.4125) paslanmaz çeliklerinden yapılır. Isıl uygulamadan sonra 58 HRC sertlik değerine ulaşırlar.

Özel uygulamalar için belirli özelliklere sahip özel çelikler kullanılabilir. Örnek olarak temas yüzeyinde çok yüksek aşınma dayanımı istenen dış bilezikler için X155CrVMo12.1 (DIN 1.2379) çeliği kullanmak mümkündür. (http://www.wib-bearings.com/en/bearings/infotech/matiere.php, 2017)

NSK Rulman firmasının kaynaklarından edinilen bilgilere göre, seramikler çeliklere göre korozyon, aşınma direnci ve ısıl bakımdan daha üstündürler. Kırılgan yapılarından dolayı kullanımları sınırlıdır. Ancak mühendislik seramikleri kırılganlık sorununu ortadan kaldırmıştır. Bu yüzden birçok alanda çeliklerin yerini almaya başlamışlardır. Mühendislik seramikleri yaygın olarak kesici takımlarda, valflerde, ısı yalıtım malzemelerinde ve yapısal malzemelerde kullanılmaktadır.

Daha özel bir durum olarak mühendislik seramikleri rulman malzemesi olarak da kullanılmaktadır. Mühendislik seramiklerinin rulman malzemesi olarak kullanılmasında çeliklere göre bazı avantajları vardır:

-Düşük yoğunluktan dolayı ağırlık azalması ve yüksek hızla dönme özelliği
-Yüksek sertlik ve düşük sürtünme katsayısı
-Metallere göre aşınma direncinin daha üstün olması
-Düşük ısıl genleşme katsayısı ve ölçüsel kararlılık
-Daha üstün ısıl direnç ve yüksek sıcaklıklarda düşük dayanım kaybı olması
-Mükemmel korozyon direnci
-Daha iyi elektrik yalıtkanlığı

-Manyetik olmaması

Mühendislik seramiklerinde Silikon Nitrit(Si_3N_4), Alümina(Al_2O_3),kısmen stabilize edilmiş Zirkonya(ZrO_2) gibi birçok çeşidi vardır.

Rulmanlarda bilye ve bilezik malzemesi olarak çelik ve seramik yaygın olarak kullanılmaktadır. **(**http://www.nsk.com.br/upload/file/nsk_cat_e728g_10.pdf, 2017)

Çalışmada kullanılan malzemelerin elastisite modülü ve poisson oranı Hertz deformasyonlarının tayininde önemli bir parametredir. Çizelge 3.1'de malzemelerin bahsedilen mekanik özellikleri belirtilmiştir.

Çizelge 3.1. Rulmanlarda kullanılan malzemelerin mekanik özellikleri

Malzemeler	**100Cr6**	**M50**	**X65Cr13 (1.4037)**	**X105CrMo17 (1.4125)**	**ZrO_2**	**Si_3N_4**	**Al_2O_3**
Elastisite Modülü (MPa)	210000	203000	200000	210000	200000	310000	370000
Poisson Oranı	0,3	0,3	0,27-0,3	0,28	0,25	0,27	0,22

3.2.YÖNTEM

Rulmanlarda olduğu gibi temasta bulunan iki yüzey arasında meydana gelen gerilmelere *yüzey gerilmeleri* denir. Bu gerilmeler ile basma gerilmeleri arasında şu fark vardır. Basma gerilmeleri kuvvetin etkisi altında bir elemanın kesitinde meydana gelen gerilmelerdir ve mukavemet esaslarına göre kuvvet-gerilme denge denklemlerinden elde edilir. Yüzey gerilmeleri ise, kuvvetin etkisi altında temas yüzeylerinde meydana gelen gerilmelerdir ve aslında temas yüzeylerinin büyüklüğüne bağlı olmak üzere iki şekildedir. Temas yüzeylerinin ve elemanlarının boyutları aynı seviyede olduğu zaman yüzey basıncı, temas yüzeylerinin boyutları elemanların diğer boyutlarına oranla çok küçük değerde bulunmaları durumunda Hertz Basıncı söz konusudur. Bu yüzey basınçları arasındaki fark yüzey basınçlarının hesaplanmasından da ileri gelir. Yüzey basınçları basma gerilmelerine benzer bir bağıntı ile hesaplanırken, Hertz Basınçları, Elastisite Teorisi'nin esaslarına göre tayin edilir.

İki eleman arasındaki teorik temas noktasal veya çizgisel olduğu takdirde, dış kuvvetlerin etkisi altında meydana gelen deformasyon sonucunda, teorik nokta daire veya elips, teorik çizgi ise dikdörtgen şeklini alır. Teknikte bu çeşit elemanlara rulmanlarda, dişli çarklarda, sürtünme çarklarında ve kam mekanizmalarında rastlanır. Yüzeydeki basınçlar ve deformasyonlar Hertz Teorisi'ne göre hesaplanır. Bu teori şu kabulleri yapmaktadır:

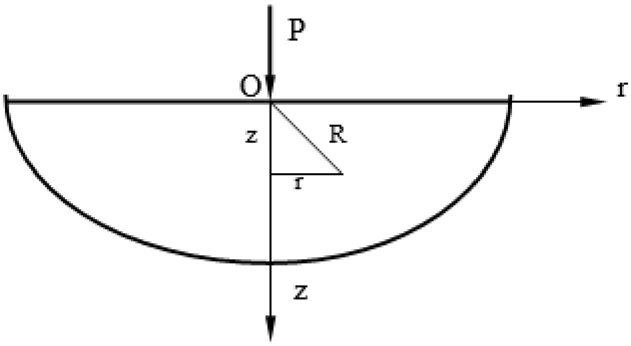
-Temas yüzeylerinin boyutları elemanların diğer boyutlarına göre çok küçüktür.
-Deformasyonlar, elastik deformasyon şeklindedir.
-Hooke Kanunu geçerlidir.
-Temas yüzeylerinde kayma yoktur.

Birbiri üzerinde yuvarlanan ve normal doğrultuda bir kuvvetle birbirine bastırılan iki elastik yuvarlanma elemanın yüzeylerinde bir yassılma durumu ortaya çıkar. Deformasyon nedeniyle farklı eğrilik yarıçaplarının sonucu olarak kaymasız bir yuvarlanma hareketinde dahi, hiçbir bağıl hareketin mevcut olmadığı temas yüzeylerinin belirli yerlerinde bile mikro çukurlara yol açan çeşitli teğetsel şekil değişimleri meydana gelir. İşte buralarda oluşan dairesel, eliptik veya silindirik temas yüzeyleri Hertz Teorisine göre açıklanmaktadır.

Hertz basınç ve deformasyon hesaplarını yapabilmek için yarı sonsuz cisim üzerindeki normal ve yayılı yük uygulanması durumu ve temas halindeki iki küresel cisim arasındaki basınç durumu incelenecektir.

3.2.1. Yarı Sonsuz Bir Cisme Noktasal Bir Normal Yükün Etki Etme Durumu

Şekil 3.2'de normal bir kuvvetin yarı sonsuz bir eleman üzerine etki etme durumu gösterilmektedir.



Şekil 3.2. Bir normal yükün yarı sonsuz bir cisme etki etme durumu (Kırımlı 2003)

Yükün etki etmediği sınır düzlem bölümünde aşağıdaki sınır şartları mevcuttur.

$$(\sigma_z)_{z=0,r\neq 0} = 0, \tag{3.1}$$

$$(\tau_{zr})_{z=0,r\neq 0} = 0. \tag{3.2}$$

Sınır düzleminin küçük bir bölümünde, merkezde kalan alanda, yüzey kuvvetlerinin etkisi görülmektedir. Yüzey kuvvetlerinin dağılım oranları belirtilmemiştir ancak kuvvetlerin bileşke kuvvetleri P' dir. Sınır düzleminden z kadar uzaklıkta sınır düzlemine paralel yatay bir düzlemin var olduğu düşünülürse, bu düzlemdeki normal gerilmelerin yüzey kuvvetleri ile, P yükü ile denge durumunun oluşması gerekir. Sınır şartlarının var olduğu bölgede eksenel simetrinin de var olduğu düşünülerek aşağıdaki denge denklemi ortaya çıkar.

$$\int_0^\infty (2\pi r dr)\sigma_z + P = 0 \tag{3.3}$$

Cisimdeki birim şekil değiştirmenin ve gerilmelerin uygulanan kuvvete olan uzaklıkla değiştiği bilinmektedir. Bu durum hacimsel birim şekil değiştirmenin değişken olmasına yol açar. Bu nedenden dolayı Yer Değiştirme Potansiyeli formülü problemi doğru bir sonuca ulaştırmayacaktır. Bu formüle ek olarak Love Yer Değiştirme Fonksiyonu da çözümün içine katmak gerekir.

Yer Değiştirme Potansiyeli yer değiştirme fonksiyonlarının en basit şeklidir. Burada yer değiştirme fonksiyonları ve gerilme bileşenleri şu şekilde tanımlanmıştır.

$$u_r = \frac{1}{2G}\frac{\partial \psi}{\partial r}, w = \frac{1}{2G}\frac{\partial \psi}{\partial z} \tag{3.4}$$

$$\sigma_r = \frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2}, \sigma_\theta = \frac{1}{r}\frac{\partial \psi}{\partial r}, \sigma_z = \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2}$$

(3.5)

$$\tau_{zr} = \tau_{rz} = \frac{\partial^2 \psi}{\partial r \partial z}$$

Love ζ(r,z) şeklinde bir yer değiştirme fonksiyonu tanımlayarak yer değiştirme bileşenleri ve gerilme bileşenlerini şöyle belirlemiştir.

$$\left.\begin{aligned} u_r &= -\frac{1}{2G}\frac{\partial^2 \zeta}{\partial r \partial z} \\ w &= \frac{1}{2G}\left[2(1-\mu)\nabla^2 - \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right]\zeta \end{aligned}\right\} \tag{3.6}$$

$$\left.\begin{aligned} \sigma_r &= \frac{\partial}{\partial z}\left(\mu\nabla^2 - \frac{\partial^2}{\partial r^2}\right)\zeta \\ \sigma_\theta &= \frac{\partial}{\partial z}\left(\mu\nabla^2 - \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\right)\zeta \\ \sigma_z &= \frac{\partial}{\partial z}\left[(2-\mu)\nabla^2 - \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right]\zeta \\ \tau_{zr} &= \frac{\partial}{\partial r}\left[(1-\mu)\nabla^2 - \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right]\zeta \end{aligned}\right\} \tag{3.7}$$

ζ ‘ nin, biharmonik fonksiyon R ile A_1 sabitinin çarpımı olduğu düşünülürse

$$\zeta = A_1 R = A_1\sqrt{r^2 + z^2} \tag{3.8}$$

olur. ζ Denk.3.6, Denk.3.7 ve Denk.3.8'de yerine konulursa aşağıdaki sonuçlar elde edilir.

$$\left.\begin{aligned} u_r &= \frac{A_1 rz}{2GR^3},\; w = \frac{A_1}{2G}\left(\frac{3-4\mu}{R}+\frac{z^2}{R^3}\right) \\ \sigma_r &= A_1\left[\frac{(1-2\mu)z}{R^3}-\frac{3r^2 z}{R^5}\right], \sigma_\theta = \frac{A_1(1-2\mu)z}{R^3} \\ \sigma_z &= -A_1\left[\frac{(1-2\mu)z}{R^3}+\frac{3z^3}{R^5}\right], \tau_{zr} = -A_1\left[\frac{(1-2\mu)r}{R^3}+\frac{3rz^2}{R^5}\right] \end{aligned}\right\} \tag{3.9}$$

Ortaya çıkan sonuçlara göre Denk.3.1'de belirtilen sınır şartı sağlanmış, ancak Denk.3.2'deki sınır şartı sağlanamamıştır. Çünkü

$$(\tau_{zr})_{z=0,r\neq 0} = -\frac{A_1(1-2\mu)}{r^2} \tag{3.10}$$

denkleminin sonucu r'nin hiçbir değeri için sıfıra eşit olmaz.

Hem Denk.3.1 hem de Denk.3.2 sınır şartlarının sağlanması için, ψ (r,z) gibi bir Yer Değiştirme Potansiyeli şeklinde harmonik bir fonksiyon oluşturulması gerekmektedir. Bu harmonik fonksiyon z=0 için σ_z=0 şartını sağlamalı ve Denk.3.10' da gösterilen kayma gerilmesini de yok etmesi gerekmektedir. Birçok deneme yapıldıktan sonra ln(R+z) şeklinde bir harmonik fonksiyonun belirtilen şartları sağladığı anlaşılmıştır.

$$\psi = A_2 \ln(R+z) \tag{3.11}$$

Burada A_2 bir sabittir. Denk.3.4, Denk.3.5 ve Denk.3.11' de yerine konularak

$$\left.\begin{aligned} u_r &= \frac{A_2 r}{2GR(R+z)},\; w = \frac{A_2}{2GR} \\ \sigma_r &= A_2\left[\frac{z}{R^3}-\frac{1}{R(R+z)}\right],\; \sigma_\theta = \frac{A_2}{R(R+z)} \end{aligned}\right\} \tag{3.12}$$

$$\sigma_z = -\frac{A_2 z}{R^3}\ ,\quad \tau_{zr} = -\frac{A_2 r}{R^3}$$

denklemleri elde edilir. Denk.3.9 ve Denk.3.12 süperpoze edilmesi halinde Denk.3.1'deki sınır şartı sağlandığı görülürken, Denk.3.2'deki sınır şartının

$$-\frac{A_1(1-2\mu)}{r^2} - \frac{A_2}{r^2} = 0$$

şekline dönüştüğü görülür. Denklem sadeleştirilirse

$$(1-2\mu)A_1 + A_2 = 0 \qquad (3.13)$$

denklemine dönüştüğü görülür. σ_z için bulunan denklemlerin süperpoze edilmesinden sonra Denk.3.3'de yerine konularak integrali alınırsa

$$4\pi(1-\mu)A_1 + 2\pi A_2 = P \qquad (3.14)$$

sonucu ortaya çıkar. Hacimsel birim şekil değiştirme formülü ve Denk.3.7 kullanılarak A_1 ve A_2 değerleri

$$A_1 = \frac{P}{2\pi}\ ,\quad A_2 = -\frac{(1-2\mu)P}{2\pi} \qquad (3.15)$$

olarak bulunur. Bu durumda Denk.3.9 ve Denk.3.12 süperpoze edilip Denk.3.15'de bulunan A_1 ve A_2 değerleri de dikkate alınarak yerine konulması halinde

$$\left.\begin{aligned}
u_r &= \frac{(1+\mu)P}{2\pi ER}\left[\frac{rz}{R^2}-\frac{(1-2\mu)r}{R+z}\right]\\
w &= \frac{(1+\mu)P}{2\pi ER}\left[2(1-\mu)+\frac{z^2}{R^2}\right]\\
\sigma_r &= \frac{P}{2\pi R^2}\left[\frac{(1-2\mu)R}{R+z}-\frac{3r^2 z}{R^3}\right]\\
\sigma_\theta &= \frac{(1-2\mu)P}{2\pi R^2}\left(\frac{z}{R}-\frac{R}{R+z}\right)\\
\sigma_z &= -\frac{3Pz^3}{2\pi R^5} \quad , \qquad \tau_{zr}=\tau_{rz}=-\frac{3Pz^2 r}{2\pi R^5}
\end{aligned}\right\} \tag{3.16}$$

eşitliklerine ulaşılır. J.Boussinesq 1878 yılında bu çözüme ulaşmıştır.

Denk.3.11' de Love Yer Değiştirme Fonksiyonu' da kullanılarak da çözüme ulaşılabilir.

$$\zeta = A_2\left[R - z\ln(R+z)\right]$$

Bu denklem dikkate alınarak Denk.3.6'da ve Denk.3.7'de yerine konulursa Denk.3.12'deki sonuçların aynısı elde edilebilir. Ancak matematiksel işlemlerin sayısı artacaktır.

Denk.3.16'daki w eşitliğinden herhangi bir noktadaki dikey yer değiştirme değeri yatay sınır düzlemi üzerinde şu şekilde bulunur.

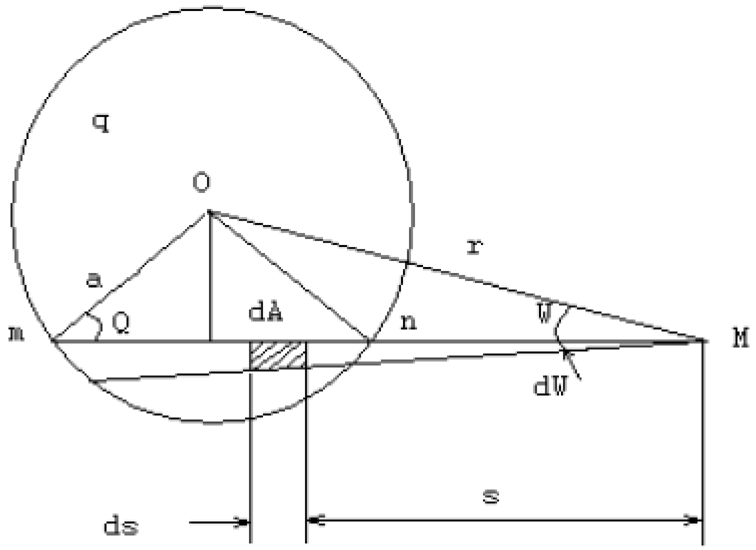
$$(w)_{z=0} = \frac{(1-\mu^2)P}{\pi Er} \tag{3.17}$$

Bu eşitlikten görüldüğü üzere r uzaklığı ve P yükünün uygulandığı noktadaki yer değiştirme arasında bir ters orantı olduğu görülür.

Noktasal bir normal yükün yarı sonsuz bir cismin sınır yüzeyine etki etme durumu için çözüme ulaşıldığına göre, yayılı yük için de gerilme ve yer değiştirme bileşenleri süperpoze işlemi uygulanarak bulunabilir.

3.2.2. Yarı Sonsuz Bir Cismin Sınır Yüzeyine Yayılı Normal Yükün Etki Etme Durumu

Şekil 3.3'de görüldüğü üzere, a yarıçapında dairesel bir alanda, q büyüklüğünde uniform yayılı yükün uygulandığı bir durum ele alınmış ve dairenin merkezinden r kadar uzaklıkta ve sınır yüzeyi üzerinde olan bir M noktası için normal (z yönündeki) yer değiştirme değeri elde edilmeye çalışılmıştır.



Şekil 3.3. Yarı sonsuz bir cisme yayılı yükün etki etmesi durumu. (Kırımlı 2003)

Taralı bölgede yükün etki ettiği alan içerisinde bulunan ve dA=s.dω.ds temel alanı üzerindeki yüke göre, M noktasındaki normal yer değiştirme değeri, Denk.3.17' ye göre şu şekilde elde edilir.

$$\frac{(1-\mu^2)q dA}{\pi E s} = \frac{(1-\mu^2)q s d\omega ds}{\pi E s} = \frac{(1-\mu^2)q}{\pi E} d\omega ds$$

Bu sonuca göre, toplam yer değiştirme değeri

$$w = \frac{(1-\mu^2)q}{\pi E}\iint ds d\omega \tag{3.18}$$

olarak elde edilir. Şekildeki mn uzunluğu $2\sqrt{a^2 - r^2 \sin^2 \omega}$ şeklinde yazılırsa ve Denk.3.18'in s' ye göre integrali alınırsa

$$w = 2\frac{(1-\mu^2)q}{\pi E} 2\int_0^{\omega_1} \sqrt{a^2 - r^2 \sin^2 \omega} d\omega \tag{3.19}$$

sonucuna ulaşılır. Burada ω_1, O ve M noktaları arasındaki ω açısının en büyük değeridir. ω_1 açısının olduğu durum daireye teğet olduğu durumdur.

ω değişkeni θ şeklinde tanımlanarak Denk.3.19'daki integralin daha kolay alınabilmesi sağlanmıştır. Şekil 3.3'de görüldüğü üzere geometrik bağıntılardan

$$a \sin\theta = r \sin\omega$$
$$a \cos d\theta = r \cos\omega d\omega$$

denklemleri elde edilirse

$$d\omega = \frac{a\cos\theta d\theta}{r\cos\omega} = \frac{a\cos\theta d\theta}{r\sqrt{1-\frac{a^2}{r^2}\sin^2\theta}}$$

olur. Bu Denk.3.19'a yerleştirilir ve 0' dan ω_1 arasında değişen ω yerine de 0' dan π/2' ye kadar değişen θ yerleştirilirse, şu sonuç elde edilir.

$$w = \frac{4(1-\mu^2)q}{\pi E}\int_0^{\pi/2} \frac{a^2\cos^2\theta d\theta}{r\sqrt{1-\frac{a^2}{r^2}\sin^2\theta}}$$

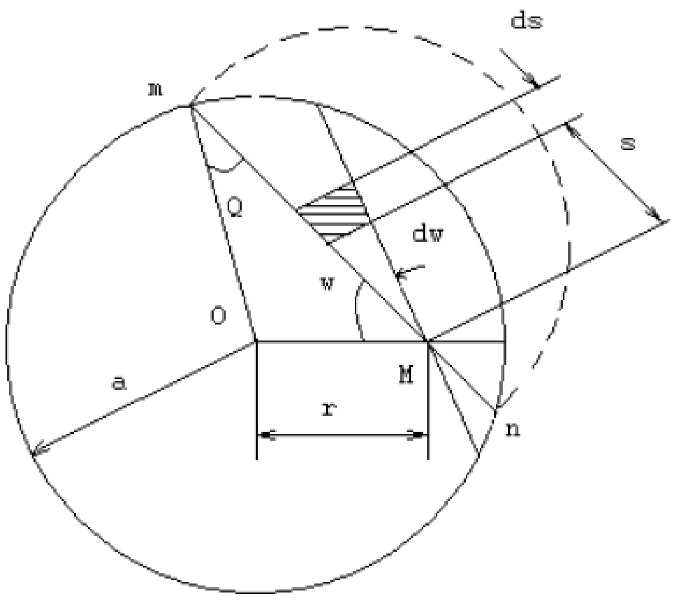
$$w = \frac{4\left(1-\mu^2\right)qr}{\pi E} \times \left[\int_0^{\pi/2} \sqrt{1-\frac{a^2}{r^2}\sin^2\theta}\, d\theta - \left(1-\frac{a^2}{r^2}\right)\int_0^{\pi/2} \frac{d\theta}{\sqrt{1-\frac{a^2}{r^2}\sin^2\theta}} \right] \tag{3.20}$$

Bu integraller ‘eliptik integraller’ olarak adlandırılır ve herhangi bir a/r değerine matematiksel tablolardan ulaşılabilir. Eğer M noktasının r=a noktasında (yük alanının sınırında) olduğu kabul edilirse Denk.3.20

$$w = \frac{4\left(1-\mu^2\right)qa}{\pi E} \int_0^{\pi/2} \cos\theta\, d\theta = \frac{4\left(1-\mu^2\right)qa}{\pi E} \tag{3.21}$$

haline indirgenir.

Eğer M noktası Şekil 3.4’de belirtildiği üzere yükün etkilediği alan içerisinde kabul edilirse oluşan yer değiştirme Denk.3.18’de olduğu gibi



Şekil 3.4. Yük alanı sınırı içerisindeki bir noktanın incelenmesi (Kırımlı 2003)

$$w = \frac{\left(1-\mu^2\right)q}{\pi E} \iint d\omega ds$$

şeklindedir, ancak mn uzunluğu ‘2acosθ’ olduğu için ve ω da 0’ dan π/2’ ye kadar değişir. Bu halde yer değiştirme denklemi

$$w = \frac{4\left(1-\mu^2\right)q}{\pi E}\int_0^{\pi/2} a\cos\theta d\omega$$

$$w = \frac{4\left(1-\mu^2\right)qa}{\pi E}\int_0^{\pi/2} \sqrt{1-\frac{r^2}{a^2}\sin^2\omega}\, d\omega \qquad (3.22)$$

olur. r/a değeri için denklemdeki integralin değeri matematiksel tablolardan belirlenebilir. Yük alanının sınırı üzerinde yani r=a’daki bir noktanın yer değiştirmesi yine Denk.3.21’deki gibi

$$w = \frac{4\left(1-\mu^2\right)qa}{\pi E}$$

bulunur. Yük alanının merkezinde , r=0 noktasında, yer değiştirme ise

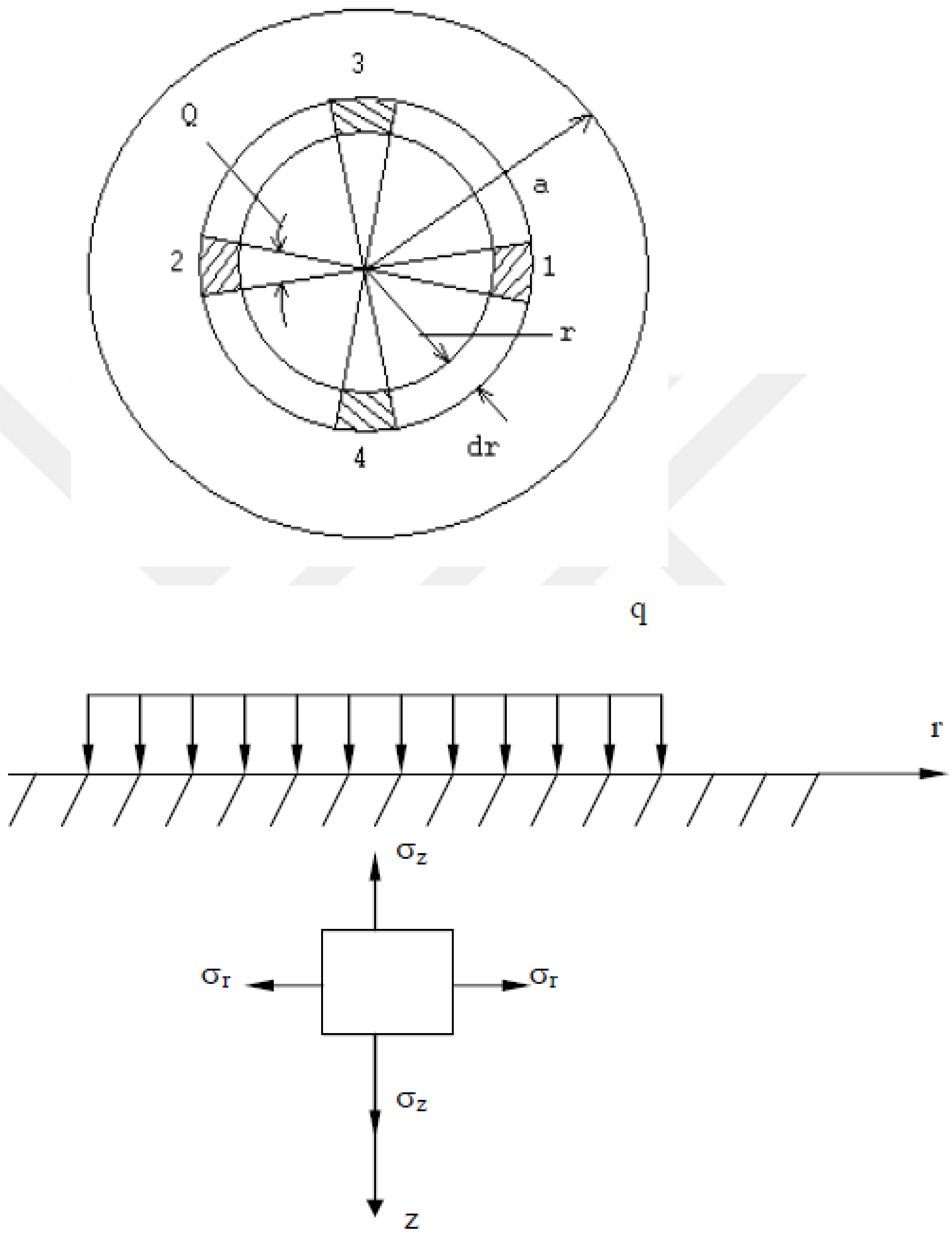
$$w_{\max} = \frac{2\left(1-\mu^2\right)qa}{E} \qquad (3.23)$$

şeklinde, sınır düzlemindeki değerin π/2 katı olarak bulunur ve en büyük yer değiştirme değeridir.

Ancak z’nin diğer halleri de incelenirse kayma gerilmesinin en büyük olduğu alanda maksimum gerilmenin oluştuğu görülür. Bunun için yük merkezinin altındaki bir noktadaki gerilme bileşenlerinin incelenmesi gerekir (Şekil 3.5). σ_z gerilmesi Denk.3.16’nın beşinci eşitliğinde P yerine 2πrdrq değerinin konularak r’ ye göre integral alınmasıyla bulunur. Buradan

$$\sigma_z = -\frac{3z^3}{2\pi}\int_0^a \frac{2\pi r drq}{\left(r^2+z^2\right)^{5/2}} = -q\left[1-\frac{z^3}{\left(z^2+a^2\right)^{3/2}}\right] \qquad (3.24)$$

denklemi elde edilir.



Şekil 3.5. Yük merkezi altındaki gerilme bileşenlerinin incelenmesi (Kırımlı 2003)

Aynı z derinliğinde bulunan bir noktada σ_r ve σ_θ'nın bulunması için Şekil 3.5'de belirtilen yük alanının 1 ve 2 numaralı alanlar üzerine qrdϕdr yükleri uygulanır. Bu bölgede oluşan gerilmeler, Denk.3.16'nın üçüncü ve dördüncü eşitliklerinden faydalanılarak bulunabilir.

$$d\sigma_r^{'} = 2\frac{qrd\phi dr}{2\pi R^2}\left[\frac{(1-2\mu)R}{R+z} - \frac{3r^2 z}{R^3}\right] \tag{3.25}$$

$$d\sigma_\theta^{'} = 2\frac{(1-2\mu)qrd\phi dr}{2\pi R^2}\left(\frac{z}{R} - \frac{R}{R+z}\right) \tag{3.26}$$

Yüklerin 3 ve 4 numaralı alanlarda oluşturdukları gerilmeler ise

$$d\sigma_r^{''} = 2\frac{(1-2\mu)qrd\phi dr}{2\pi R^2}\left(\frac{z}{R} - \frac{R}{R+z}\right) \tag{3.27}$$

$$d\sigma_\theta^{''} = 2\frac{qrd\phi dr}{2\pi R^2}\left[\frac{(1-2\mu)R}{R+z} - \frac{3r^2 z}{R^3}\right] \tag{3.28}$$

Denk.3.25 ve Denk.3.27'nin veya Denk.3.26 ve Denk.3.28'in toplanması sonucu

$$d\sigma_r = d\sigma_\theta = \frac{qrd\phi dr}{\pi}\left[(1-2\mu)\frac{z}{R^3} - \frac{3r^2 z}{R^5}\right] \tag{3.29}$$

olarak elde edilir. Bütün yük tarafından oluşturulan gerilmelerin hesabı için Denk.3.29'da ϕ nın 0' dan $\pi/2$' ye kadar, daha sonra r' nin 0' dan a' ya kadar integrallerinin alınması gerekir. Bu işlemler yapılırsa

$$\sigma_r = \sigma_\theta = -\frac{q}{2}\left[(1+2\mu) + \frac{z^3}{\left(z^2+a^2\right)^{3/2}} - \frac{2(1+\mu)z}{\left(z^2+a^2\right)^{1/2}}\right] \tag{3.30}$$

bulunur. Maksimum Kayma Gerilmesi Teorisi (Tresca Kriteri) kullanılırsa, yük merkezinin altındaki en büyük kayma gerilmesi şu şekilde bulunur.

$$\frac{1}{2}(\sigma_\theta - \sigma_z) = \frac{q}{2}\left[\frac{1-2\mu}{2} + \frac{(1+\mu)z}{(z^2+a^2)^{1/2}} - \frac{3}{2}\frac{z^3}{(z^2+a^2)^{3/2}}\right] \tag{3.31}$$

Bu eşitliğin en büyük olduğu z değeri

$$z = a\sqrt{\frac{2(1+\mu)}{7-2\mu}} \tag{3.32}$$

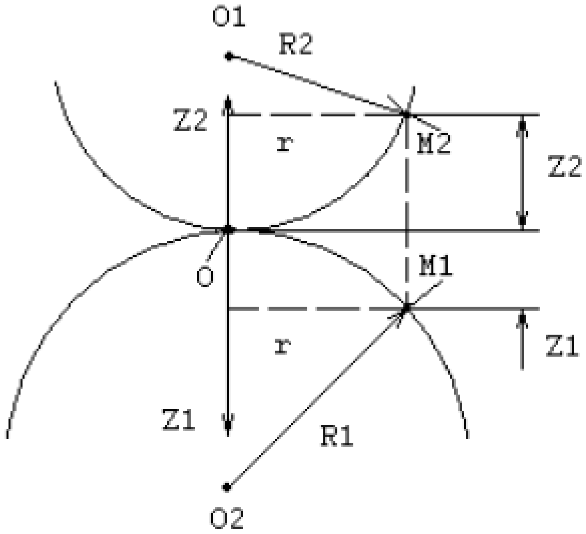
olarak bulunur. Bu z değeri de Denk.3.31'de yerine yerleştirildiğinde

$$\tau_{\max} = \frac{q}{2}\left[\frac{1-2\mu}{2} + \frac{2}{9}(1+\mu)\sqrt{2(1+\mu)}\right] \tag{3.33}$$

denklemi elde edilir. $\mu = 0,3$ ve $z=0,637a$ değeri için τ_{max} yaklaşık olarak 0,333q bulunur. Yayılı yük uygulanması durumunda bulunan şekil değiştirme ve gerilme denklemlerinden de faydalanarak, iki küresel veya bir küresel ile bir silindirik cismin birbiri üzerinde yuvarlanması durumunda oluşan Hertz Deformasyonu'nun eliptik temas alanının boyutları hesaplanabilir. İki küresel cisim temas halindeyken normal doğrultuda bir kuvvet uygulanması durumu irdelenecektir.

3.2.3. Temas Halinde Bulunan İki Küresel Cisim Arasındaki Basınç

Buraya kadar elde edilen sonuçlar kullanılarak, birbirleriyle temas halinde bulunan iki cisim arasındaki basıncın dağılımı ve gerilme analizleri yapılabilir. Basit bir örnek olarak, temas halinde bulunan iki küresel cisim ele alınacaktır.



Şekil 3.6 Temas halinde bulunan iki küresel cisim

Şekil 3.6'da belirtildiği gibi iki küresel cismin yarıçapları R_1 ve R_2 olarak alınacaktır. Eğer bu iki cisim arasında hiçbir basınç olmaması durumunda sadece O noktasında temas halindedirler. Kürelerin yörünge kesitinde Z_1 ve Z_2 eksenlerinden çok küçük bir r uzaklığında M_1 ve M_2 gibi iki nokta alınarak geometrik bağıntılardan

$$(R_1 - z_1)^2 + r^2 = R_1^2, \; (R_2 - z_2)^2 + r^2 = R_2^2$$

eşitlikleri elde edilir. Bu eşitliklerdeki parantez işlemleri açılarak

$$z_1 = \frac{r^2}{2R_1 - z_1} \quad , \quad z_2 = \frac{r^2}{2R_2 - z_2}$$

eşitlikleri bulunur. r değeri R_1 ve R_2 ye göre çok küçük bir değerde olduğu için, bu eşitlikler şu hale dönüşür.

$$z_1 = \frac{r^2}{2R_1} \quad , \quad z_2 = \frac{r^2}{2R_2}$$

Bu duruma göre M_1 ve M_2 noktaları arasındaki uzaklık

$$z_1 + z_2 = r^2\left(\frac{1}{2R_1} + \frac{1}{2R_2}\right) = \frac{r^2(R_1 + R_2)}{2R_1R_2} \tag{3.34}$$

olarak bulunur.

Özel bir durum olan bir küre ile düzlem arasındaki temas durumunda düzlemin yarıçapı sonsuz olarak kabul edileceği için Denk.3.34 şu şekli alır.

$$z_2 = \frac{r^2}{2R_2}$$

İleri (1973) tarafından belirtildiğine göre eğrilik merkezi cismin içine doğru yönelmiş bir doğru üzerinde yer alırsa eğrilik pozitif kabul edilir. Diğer hallerde negatif kabul edilir. Rulmanlarda da rastlanılan bir durum olan bir bilye ile yiv kanalları arasındaki temas halinde ise dış bileziğin yarıçapının negatif alınması gerekir. Bu durumda ise Denk.3.34

$$z_2 - z_1 = \frac{r^2(R_1 - R_2)}{2R_1R_2}$$

olur.

Cisimler birbirlerine doğru O'daki normal boyunca bir P kuvveti ile bastırılmaları durumunda temas noktası yakınında yerel bir şekil değiştirme olacak, bu da temas yüzeyi adı verilen dairesel sınıra sahip küçük bir yüzey üzerinde temas oluşacaktır. R_1 ve R_2 eğrilik yarıçaplarının temas yüzeyinin sınır yarıçapına göre çok büyük olduğu kabul edilirse, yerel şekil değiştirmeler hesaplanırken yarı sonsuz cisimler için elde edilen eşitlikler kullanılabilir. w_1 alttaki bilyenin yüzeyindeki M_1 noktasının z_1 yönündeki yerel şekil değiştirmeden meydana gelen yer değiştirmesini ve w_2 üstteki bilyenin M_2 gibi bir noktasının z_2 doğrultusundaki aynı yer değiştirme değeri olarak kabul edilsin(Şekil 3.6). O'daki teğet düzlemin yerel sıkışma sırasında sabit kaldığı kabul edilirse bu sıkışmadan dolayı cisimlerin z_1 ve z_2 eksenleri üzerinde O'dan uzak mesafelerde her hangi iki nokta birbirlerine bir α miktarı kadar yaklaşır ve M_1 ve M_2 arasındaki uzaklık α - (w_1 + w_2) kadar azalır. Eğer yerel sıkışmadan dolayı M_1 ve M_2 noktaları temas yüzeyinin içine girerse

$$\alpha - (w_1 + w_2) = z_1 + z_2 = \beta . r^2 \tag{3.35}$$

eşitliği elde edilir. Burada β değeri

$$\beta = \frac{R_1 + R_2}{2 R_1 R_2} \tag{3.36}$$

şeklinde tanımlanır. Bu durumda geometrik bir tanımlamayla temas yüzeyinin herhangi bir noktası için

$$w_1 + w_2 = \alpha - \beta . r^2 \tag{3.37}$$

eşitliği bulunur.

Yerel şekil değiştirmeler göz önüne alındığında, simetri şartından dolayı, birbirlerine temas eden cisimler arasındaki basıncın, q şiddetinin ve şekil değiştirmenin temas yüzeyinin O merkezine göre simetrik olduğu düşünülebilir. M_1 alttaki cismin temas yüzeyi üzerinde bir nokta olarak kabul edilirse w_1 yer değiştirmesi Denk.3.18'e göre

$$w_1 = \frac{(1 - \mu_1^2)}{\pi E_1} \iint q\, ds\, d\omega \tag{3.38}$$

olarak bulunur. Burada μ_1 ve E_1 alttaki bilye için elastik sabitlerdir ve integral alma bütün temas alanı üzerinde yapılır. Benzer bir formül üst cisim için de elde edilir. Bu takdirde

$$w_1 + w_2 = (k_1 + k_2)\iint q\,ds\,d\omega \tag{3.39}$$

denklemi elde edilir. Burada

$$k_1 = \frac{1-\mu_1^2}{\pi E_1}, \quad k_2 = \frac{1-\mu_2^2}{\pi E_2}$$

dir. Denk.3.37 ve Denk.3.39 denklemlerinden

$$(k_1 + k_2)\iint q\,ds\,d\omega = \alpha - \beta.r^2 \tag{3.40}$$

olur. Bu durum q için Denk.3.40'ı sağlayan bir ifade bulunmalıdır. Bu şartın temas yüzeyindeki q basınçlarının yayılması, temas yüzeyi üzerinde olduğu kabul edilen a yarıçaplı bir yarım kürenin ordinatlarıyla oluştuğu kabul edilerek sağlandığı gösterilecektir. q_o temas yüzeyinin O merkezindeki basınç olarak kabul edildiğinde

$$q_o = k.a$$

olarak elde edilir. Burada $k = q_o/a$ basınç dağılımının ölçeğini ifade eden bir sabittir. Bir mn kirişi boyunca q basınç değişimi yarım daire ile ifade edilerek kiriş boyunca integral alma işlemi yapıldığında

$$\int q\,ds = \frac{q_o}{a} A$$

bulunur. Burada A yarım dairenin alanıdır ve $\frac{\pi}{2}\left(a^2 - r^2 \sin^2 \omega\right)$' ye eşittir. Bu eşitlik Denk.3.40 denklemine konulursa

$$\frac{\pi(k_1 + k_2)q_o}{a}\int_0^{\pi/2}\left(a^2 - r^2 \sin^2 \omega\right)d\omega = \alpha - \beta.r^2$$

yada

$$(k_1 + k_2)\frac{q_o \pi^2}{4a}\left(2a^2 - r^2\right) = \alpha - \beta . r^2$$

bulunur. Bu eşitlik herhangi bir r değeri için sağlanır ve dolayısıyla α yer değiştirmesi ve temas yüzeyinin a yarıçapı için aşağıdaki eşitlikler sağlanıyorsa, kabul edilen basınç yayılışı doğrudur.

$$\left.\begin{aligned} \alpha &= (k_1 + k_2) q_o \frac{\pi^2 a}{2} \\ a &= (k_1 + k_2)\frac{\pi^2 q_o}{4\beta} \end{aligned}\right\} \tag{3.41}$$

Temas alanındaki basınçların toplamını P kuvvetine eşitleyerek q_o maksimum basınç değeri bulunabilir. Bu durumda yarı küresel basınç yayılımı için

$$\frac{q_o}{a} . \frac{2}{3}\pi a^3 = P$$

sonucunu verir. Buradan

$$q_o = \frac{3P}{2\pi a^2} \tag{3.42}$$

çıkar. Maksimum basınç, temas yüzeyi üzerindeki ortalama basıncın 1,5 katı olarak bulunur. Denk.3.42 Denk.3.41'e yerleştirilir ve Denk.3.36'da verilen β değeri de yerine konulursa birbiriyle temas halinde olan iki küresel cisim için

$$a = \sqrt[3]{\frac{3\pi}{4}\frac{P(k_1 + k_2)R_1 R_2}{R_1 + R_2}} \tag{3.43}$$

$$\alpha = \sqrt[3]{\frac{9\pi^2}{16}\frac{P^2(k_1 + k_2)^2(R_1 + R_2)}{R_1 R_2}} \tag{3.44}$$

$$q_o = \frac{3P}{2\pi a^2} = \frac{3P}{2\pi}.\sqrt[3]{\frac{4(R_1 + R_2)}{3\pi P(k_1 + k_2)R_1 + R_2}} \tag{3.45}$$

bulunur. Her iki cismin aynı elastik özelliklere sahip olduğu kabul edilir ve $E_1=E_2=E$ $\mu_1=\mu_2=0{,}3$ olarak alınırsa bu denklemler

$$\left.\begin{aligned} a &= 1{,}109.\sqrt[3]{\frac{P}{E}\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}} \\ \alpha &= 1{,}23.\sqrt[3]{\frac{P^2}{E^2}\frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2}} \\ q_o &= 0{,}388.\sqrt[3]{PE^2\frac{(R_1 + R_2)^2}{R_1^2 R_2^2}} \end{aligned}\right\} \tag{3.46}$$

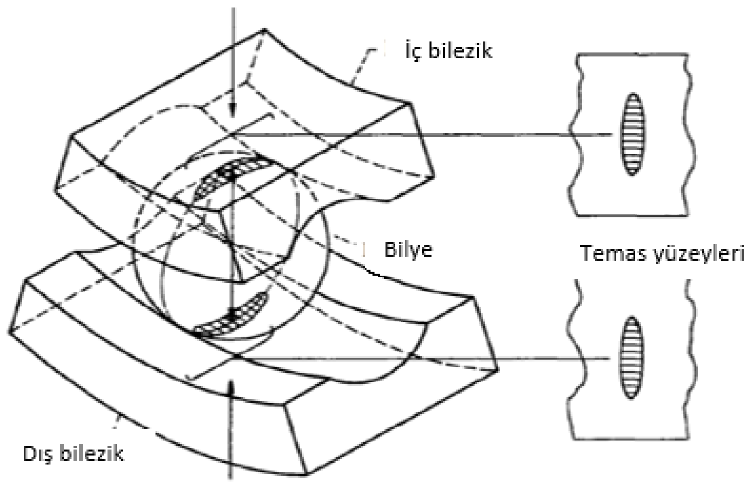
şekline dönüşür. Bir küresel cismin bir düzlem yüzeye bastırılması halinde düzlem yüzeyin yarıçapı yerine sonsuz konularak veya bir rulmanda bilyenin dış bilezik ile temasında dış bileziğin yarıçap değerinin negatifi alınarak sonuca ulaşılır.

Temas yüzeyinin büyüklüğü ve temas yüzeyine etkiyen basınç eşitliklerinden faydalanarak gerilmeler Denk.3.24, Denk.3.29 ve Denk.3.31 denklemleri kullanılarak bulunabilir. Z-ekseni boyunca mesafeleri ölçmek için temas yüzeyinin yarıçapı olan a birim olarak alınmıştır. En büyük gerilme temas yüzeyinin merkezindeki σ_z basınç gerilmesidir, aynı noktadaki diğer iki asal gerilme σ_r ve σ_θ , $\frac{1+2\mu}{2}\sigma_z$ değerine eşittir. Dolayısıyla çelik bir malzemenin akmasının bağlı olduğu maksimum kayma gerilmesi bu noktada oldukça düşüktür. Maksimum kayma gerilmesine sahip nokta z ekseni üzerinde temas yüzeyi yarıçapı a'nın yaklaşık olarak 0,637 katı kadar derinliktedir. Bu nokta çelik gibi bir malzemede en zayıf nokta olarak kabul edilebilir. Bu noktadaki maksimum kayma gerilmesi (μ = 0,3) için yaklaşık olarak 0,333q olarak bulunur. Timoshenko ve

Goodier 1950 yılında yazdıkları Elastisite Teorisi kitabında Hertz Teorisi'nden faydalanarak bu çözümlere ulaşmışlardır. Gerilmelerin z ekseni boyunca değişim grafiği hazırlanan programda arayüze değerler girilerek çizdirilmiştir.

Bu noktadan itibaren genel denklemlerin rulmanlardaki bilye ve bileziklerde oluşan Hertz basınç ve deformasyonlarının hesaplanması için kullanılması anlatılmıştır.

Sabit bilyeli rulmanlarda bilye ve bilezikler arasında eliptik bir temas yüzeyi oluşmaktadır. Nokta teması olarak da adlandırılan bu temasın rulmanlar üzerindeki hali Şekil 3.7'de gösterilmiştir.



Şekil 3.7. Sabit bilyeli rulmanlarda eliptik temas yüzeyi (Hamrock 1983'den değiştirilerek alınmıştır.)

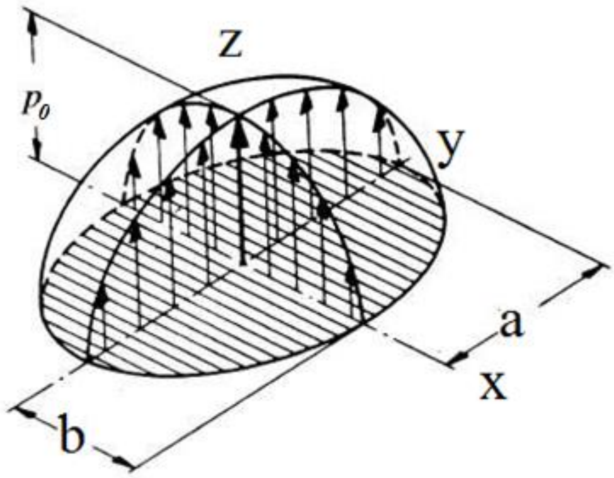
Böyle bir eliptik temasta oluşacak Hertz basınç dağılımı aşağıdaki gibi ifade edilir.

$$P(x,y) = P_0\sqrt{1-\left(\frac{x}{b}\right)^2-\left(\frac{y}{a}\right)^2} \tag{3.47}$$

Burada P_0 oluşacak en büyük basınç değeridir.P_0 ve P_m ortalama basınç değeri şu şekilde ifade edilir.

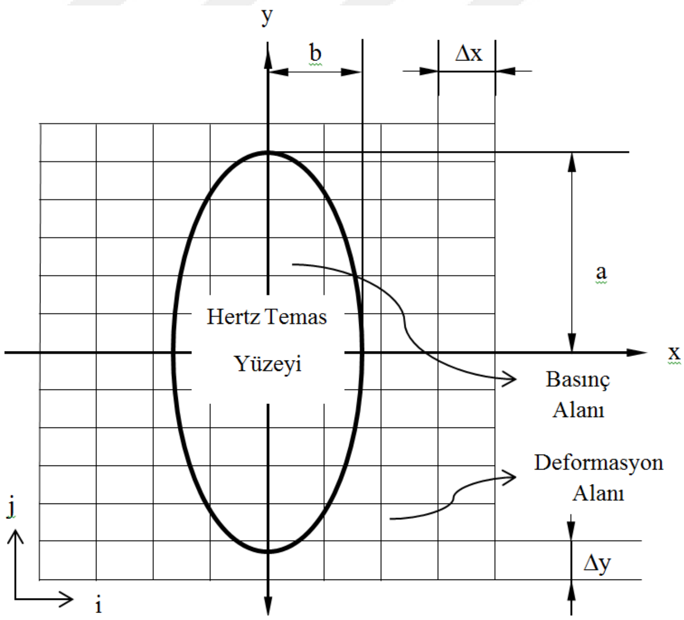
$$P_0 = \frac{3F}{2\pi ab}\ ,\ P_m = \frac{2P_0}{3} \tag{3.48}$$

F bilye üzerindeki normal kuvveti, a eliptik yüzeyin uzun yarıçapı b ise kısa yarıçapını ifade etmektedir. Temas yüzeyinin ve oluşan basınç dağılımının görüntüsü Şekil 3.8'de verilmiştir.



Şekil 3.8. Eliptik temas yüzeyindeki basınç dağılımı(Brüser 1972)

Şekil 3.9'da Hertz basınç ve deformasyon alanları görülmektedir.



Şekil 3.9. Sabit bilyeli rulmanlarda Hertz basınç ve deformasyon alanı (Kırımlı 2003'den değiştirilerek alınmıştır.)

İleri 1973'e göre eliptik yüzeyin yarıçap değerleri ise aşağıdaki ifadelerle bulunmaktadır.

$$a = 1{,}4.\xi.\sqrt[3]{\frac{F.(k_1 + k_2)}{2AB}} \tag{3.49}$$

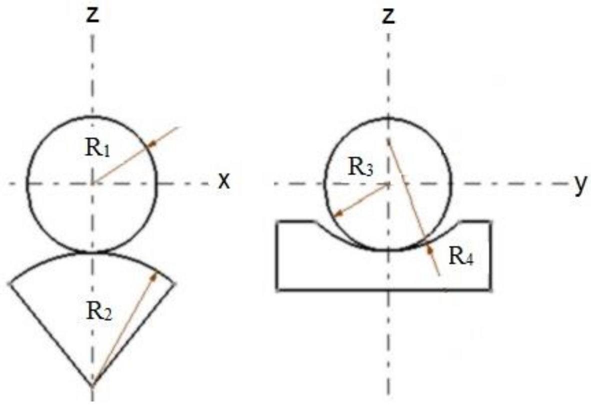
$$b = 1{,}4.\vartheta.\sqrt[3]{\frac{F.(k_1 + k_2)}{2AB}} \tag{3.50}$$

Burada Denk.3.39'da da ifade edilen k_1 ve k_2 poisson oranı ve elastisite modülüne bağlı bir ifadedir. AB ise temas eden bilye-bilezik çiftinin xz ve yz düzlemlerindeki eğriliklerinin toplamıdır. k_1,k_2 ve AB değerini veren ifadeler aşağıdaki gibidir. Bu denklemlerde μ poisson oranını, E ise elastisite modülünü ifade etmektedir.

$$k_{1,2} = \frac{1 - \mu_{1,2}^2}{E_{1,2}} \tag{3.51}$$

$$AB = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} \right) \tag{3.52}$$

Denk. 3.52'de R_1 ve R_3 bilyenin veya makaranın xz ve yz düzlemlerindeki yarıçaplarını, R_2 bileziğin yörünge yarıçapını ve R_4 ise bileziğin yiv yarıçapını ifade eder. Bilyeli yataklarda R_1=R_3 olacağı, makaralı yataklarda ise R_1=R_4=∞ olacağı görülmektedir. Şekil 3.10'da düzlemlerdeki eğrilik yarıçapları görülmektedir.



Şekil 3.10. xz ve yz düzlemlerindeki eğrilik yarıçapları

a, b denklemlerinde kullanılan ξ, ϑ değerleri ise cosφ olarak tanımlanan yardımcı bir değere bağlı olarak bulunabilir. Bu değer

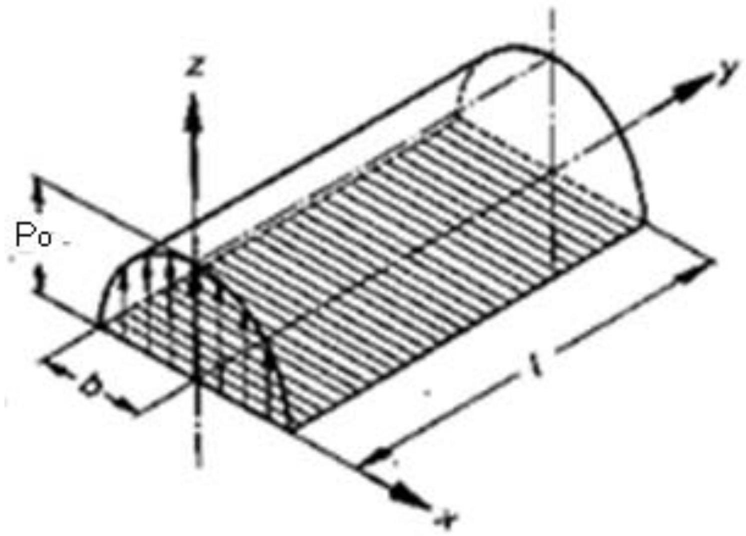
$$\cos\varphi = \left(\frac{\dfrac{1}{R_2} - \dfrac{1}{R_4}}{\dfrac{1}{R_1} + \dfrac{1}{R_2} + \dfrac{1}{R_3} + \dfrac{1}{R_4}}\right) \tag{3.53}$$

olarak ifade edilir. φ açısına göre ξ, ϑ değerleri Çizelge 3.2' deki gibidir.

Çizelge 3.2. Cos(φ) değerine göre ξ ve ϑ değerleri

Cos(ϕ)	**0**	**0,4**	**0,5**	**0,6**	**0,7**	**0,75**	**0,8**	**0,85**	**0,9**	**0,93**	**0,95**	**0,98**
ξ	1	1,35	1,48	1,66	1,91	2,07	2,3	2,57	3,06	3,5	4,14	5,22
ϕ	1	0,77	0,72	0,66	0,61	0,58	0,55	0,51	0,46	0,432	0,4	0,352

Silindirik makaralı rulmanlarda ise makara ile bileziğin teması sonucu dikdörtgen şekle sahip bir yüzey oluşur. Makaralı rulmanlarda temas yüzeyi ve oluşan basınç dağılımı Şekil 3.11'de verilmiştir.



Şekil 3.11. Dikdörtgen temas yüzeyindeki basınç dağılımı (Brüser 1972)

Böyle bir temasta oluşacak Hertz basınç dağılımı şu şekilde ifade edilir.

$$P(x) = p_0 . \sqrt{1 - \left(\frac{x}{b}\right)^2} \tag{3.54}$$

Burada P_0 oluşacak en büyük basınç değeridir. P_0 ve P_m ortalama basınç değeri şu şekilde ifade edilir.

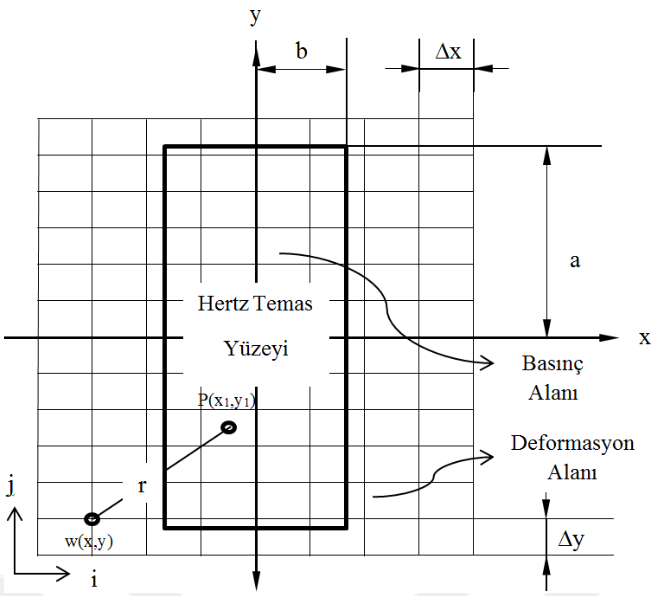
$$p_0 = \frac{2F}{\pi b l}, P_m = \frac{p_0}{1{,}27} \tag{3.55}$$

l makara uzunluğu olup, b aşağıdaki gibi ifade edilir.

$$b = \sqrt{\frac{4F.(k_1 + k_2)}{AB.\pi.l}} \tag{3.56}$$

Burada yine temas yüzeyindeki her bir noktada Hertz basınçlarını ve daha sonra deformasyonları hesaplamak için temas yüzeyi Δx ve Δy boyutlarına sahip küçük alanlara ayrılmaktadır.

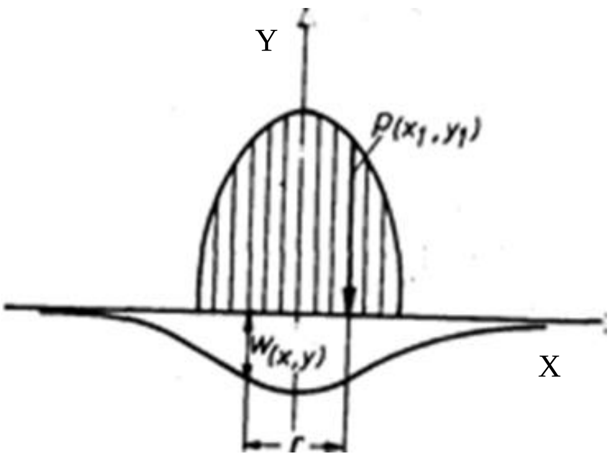
Bu durum Şekil 3.12' de belirtilmiştir.



Şekil 3.12. Silindirik makaralı rulmanlarda Hertz basınç ve deformasyon alanı (Kırımlı 2003'den değiştirilerek alınmıştır.)

Sabit bilyeli ve silindirik makaralı rulmanlarda elastik deformasyonlar belli bir değeri aştığında plastik deformasyonlara sebep olabilir. Bu sebeple kontrol edilmeleri gerekmektedir.

Hertz basınçlarının temas yüzeyi boyunca sebep olduğu elastik deformasyonlar şu şekilde ifade edilebilir. Bu durum Şekil 3.13'de ifade edilmiştir.



Şekil 3.13. Hertz basınç deformasyon ilişkisi

Bu durumda bir noktada meydana gelen deformasyonu hesaplayabilmek için; temas yüzeyinde oluşan tüm basınçların o noktada oluşturdukları deformasyonları toplamak gerekmektedir. Yani denklem şu hale gelmektedir.

$$w(x,y)=\frac{\left(1-\nu^2\right)}{\pi E}\sum_{x=x\min}^{x=x\max}\sum_{y=y\min}^{y=y\max}\frac{P(x_1,y_1)\Delta x\Delta y}{r} \tag{3.57}$$

Burada r = $\sqrt{\left(x-x_1\right)^2+\left(y-y_1\right)^2}$ dir.

Bu denklemde w(x,y) deformasyon miktarını, x ve y deformasyonu hesaplanacak olan noktanın koordinatlarını, $P(x_1,y_1)$ deformasyona neden olan basınç değerini, x_1 ve y_1 ise bu deformasyona neden olan basıncın oluştuğu koordinatı göstermektedir. Δx ve Δy ise ağ yapısı içinde x ve y doğrultularındaki birim ağ elemanının boyutlarıdır.

Ancak x_1 = x ve y_1 = y noktasında yani, yükün etki ettiği nokta ile meydana gelen deformasyonun hesaplanacağı nokta aynı olduğunda, sonuç sonsuz çıkmaktadır. Bu nedenle bu noktadaki deformasyon integral işlemi alınarak bulunmak zorundadır. Bu integral işlemi ağ yapısının birim elemanına göre alınacaktır.

Denk.3.17'de

$$\left(w\right)_{z=0}=\frac{\left(1-\mu^2\right)P}{\pi Er} \tag{3.17}$$

olarak bulunmuştu. Bu denklem kuvvete göre değil de basınca göre yazılır ve integral formunda düzenleme yapılırsa

$$w(x,y)=\frac{\left(1-\mu^2\right)}{\pi E}\iint\frac{P(x_1,y_1)dxdy}{\sqrt{\left(x-x_1\right)^2+\left(y-y_1\right)^2}} \tag{3.58}$$

şeklini alır.

Bu integral işlemi ağ yapısının birim elemanına göre şöyle alınabilir.

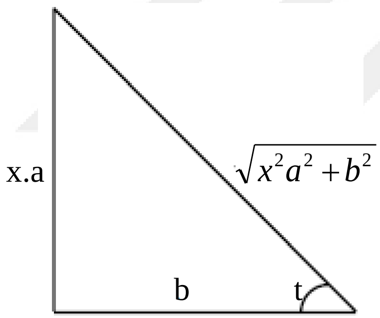
$$w' = \frac{\left(1-\mu^2\right)}{\pi E} P(i,j) \int_{y=-\Delta y/2}^{y=\Delta y/2} \int_{x=-\Delta x/2}^{x=\Delta x/2} \frac{dxdy}{\sqrt{x^2+y^2}} \tag{3.59}$$

Bu integrallerden ilk önce dx’e göre olanı 0 ile $\Delta x/2$ aralığında alınmıştır.

$$\int_{x=0}^{x=\Delta x/2} \frac{dx}{\sqrt{x^2+y^2}} \tag{3.60}$$

Bu integralde $x = \frac{b}{a}\tan(t)$ şeklinde dönüşüm yapılırsa

Burada <u>a=1 ve b=y için</u>



$$\tan(t) = \frac{x.a}{b} \qquad \tan(t) = \frac{x}{b}$$

$$\sin(t) = \frac{x.a}{\sqrt{x^2a^2+b^2}} \qquad \sin(t) = \frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}}$$

$$\cos(t) = \frac{b}{\sqrt{x^2a^2+b^2}} \qquad \cos(t) = \frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}}$$

şeklindedir.

Denk.3.60’da a=1, b=y olduğu için $x = y.\tan(t)$ ve $dx = y.\frac{1}{\cos^2(t)}dt$ olur.

Bu değerler Denk.3.6a’da yerlerine konulursa

$$\int \frac{y\frac{1}{\cos^2(t)}dt}{\sqrt{y^2\tan^2(t)+y^2}}$$

$$\int \frac{y\dfrac{1}{\cos^2(t)}dt}{y\sqrt{\tan^2(t)+1}} \quad = \quad \int \frac{1}{\cos(t)}dt \quad = \quad \int \sec(t)dt$$

olur.

sec(t)' nin integrali ise

$$\ln(\sec(t)+\tan(t)) \quad = \ln\left(\frac{1}{\cos(t)}+\tan(t)\right)$$

sonucuna ulaşılır. cos(t) ve tan(t) değerleri x ve y cinsinden yerlerine konulur ve sınır değerler de yerleştirilirse

$$\ln\left(\frac{\sqrt{x^2+y^2}}{y}+\frac{x}{y}\right)_0^{\frac{\Delta x}{2}}$$

olur ve

$$\int_{x=0}^{x=\Delta x/2} \frac{dx}{\sqrt{x^2+y^2}} = \ln\left(\frac{\dfrac{\Delta x}{2}+\sqrt{\left(\dfrac{\Delta x}{2}\right)^2+y^2}}{y}\right)$$

sonucuna ulaşılır. Artık Denk.3.60 şu şekle dönüşmüştür.

$$\int_{y=-\Delta y/2}^{y=\Delta y/2} \ln\left(\frac{\dfrac{\Delta x}{2}+\sqrt{\left(\dfrac{\Delta x}{2}\right)^2+y^2}}{y}\right).dy \tag{3.61}$$

Bu logaritmik integralde $z=\sqrt{\left(\dfrac{\Delta x}{2}\right)^2+y^2}$ dönüşümü yapılarak ve $\Delta y/\Delta x$ = f olarak alınarak 0 ile Δy /2 aralığı için

$$\frac{m}{2}\left[\sqrt{1+f^2}.\ln\left(\frac{\sqrt{1+f^2}}{\sqrt{1+f^2}-1}\right)+\ln\left(\sqrt{1+f^2}-1\right)\right] \tag{3.62}$$

şeklinde bulunur. Bu durumda Denk.3.59'daki integral işlemi $-\Delta y/2$ ile $\Delta y/2$ ve $-\Delta x/2$ ile $\Delta x/2$ aralıkları için

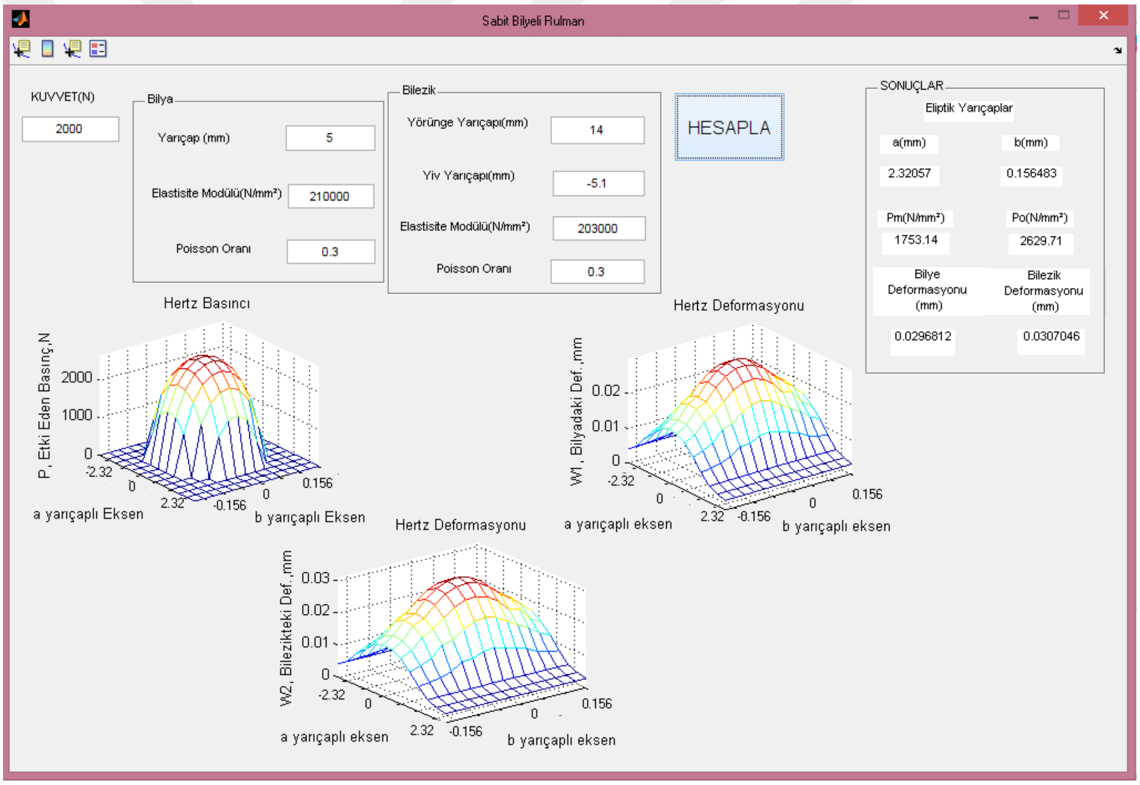
$$w' = \frac{\left(1-\nu^2\right)}{\pi E}.P(x_1,y_1).2\Delta x.\left[\sqrt{1+(\frac{\Delta y}{\Delta x})^2}\ \ln\left(\frac{\sqrt{1+(\frac{\Delta y}{\Delta x})^2}}{\sqrt{1+(\frac{\Delta y}{\Delta x})^2}-1}\right)+\ln\left(\sqrt{1+(\frac{\Delta y}{\Delta x})^2}-1\right)\right] \tag{3.66}$$

olarak sonuçlanmış olur.

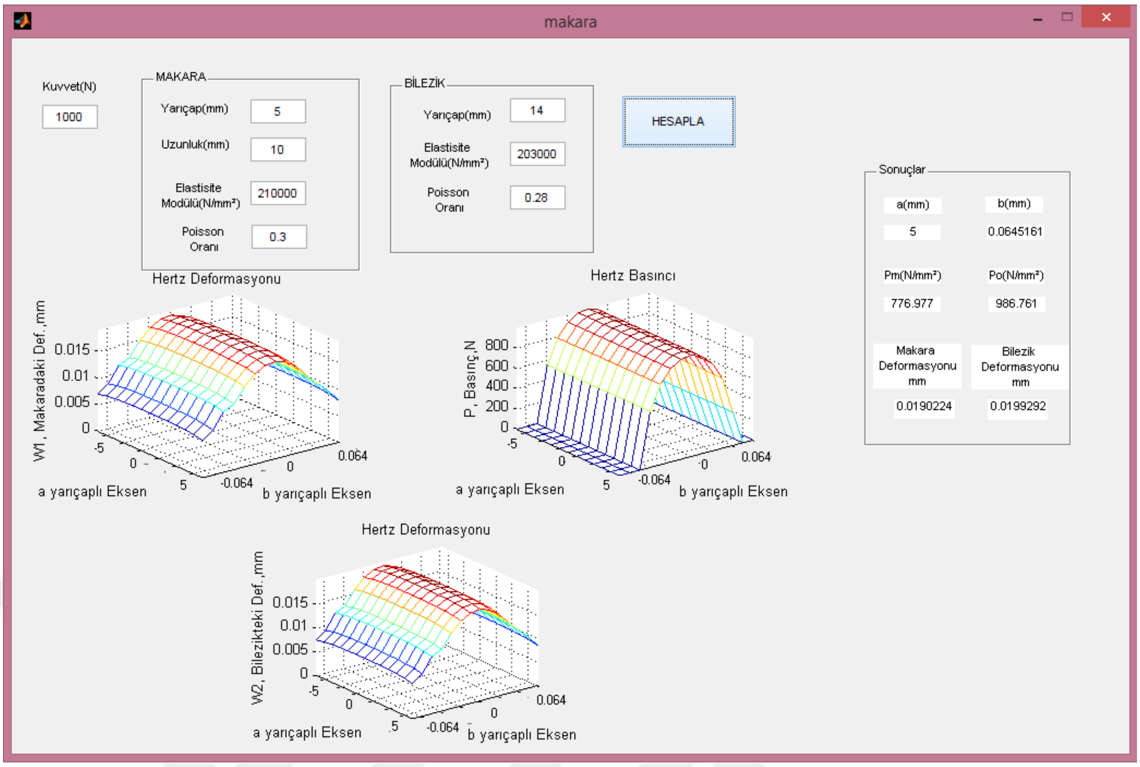
Buna göre her hangi bir noktadaki toplam deformasyon w' ve w(iw,jw) değerlerinin toplamı sonucunda bulunur. Brüser 1972 yılında bu çözüme ulaşmıştır.

4.BULGULAR

Sabit bilyeli ve makaralı rulmanlarda kayma ve yuvarlanma hareketinden dolayı oluşan deformasyon ve Hertz basınçlarının hesabını yapmak amacıyla matlab programında arayüz oluşturulmuştur. Arayüz üzerinde bilye, makara ve bilezik için yarıçap, elastisite modülü, poisson oranı ve kuvvet gibi değerler girilerek arayüz üzerinde bilye, makara ve bilezik için grafikler oluşturulmuştur. Bu grafikler bilye, makara ve bilezik üzerindeki deformasyon değerlerini ve basınç yayılımını göstermektedir. Şekil 4.1'de sabit bilyeli rulmanlar için, Şekil 4.2' de makaralı rulmanlar için oluşturulan arayüz gösterilmiştir.



Şekil 4.1. Sabit bilyeli rulmanlarda Hertz basınç ve deformasyon sonuçları için oluşturulmuş arayüz



Şekil 4.2. Makaralı rulmanlarda Hertz basınç ve deformasyon sonuçları için oluşturulmuş arayüz

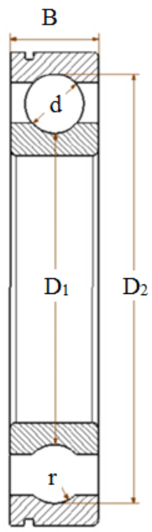
Sabit bilyeli rulmanlarda kuvvet değişimi, bilye çapı/yiv yarıçapı uygunluk oranının değişimi, malzeme değişimi (elastisite modülü ve poisson oranı), bilye çapı değişimi, yörünge çapı değişimi halinde oluşacak deformasyon ve basınçları incelemek için hesaplar yapılmıştır.

Makaralı rulmanlar için makara çapı, yörünge yarıçapı ve malzeme değişimi durumunda oluşacak deformasyon ve basınçlar hesaplanmıştır.

Çalışmada standart rulmanlara yakın geometriye sahip değerler öngörülmüştür. Makaralı rulmanın geometrik ölçüleri sabit bilyeli rulman ölçülerine benzer alınmıştır.

4.1.Sabit Bilyeli Rulmanlar İçin Hesaplamalar

Sabit bilyeli rulman için seçilen temel geometrik ölçüler Şekil 3.1.a'dan faydalanarak belirtilmiştir. İç bilezik ve bilye arasındaki hesaplamalar yapıldığı için dış yörünge çapı hesaba katılmamıştır. Program üzerinde negatif değer girilerek dış yörünge çapı için de hesaplamalar yapılabilmektedir.



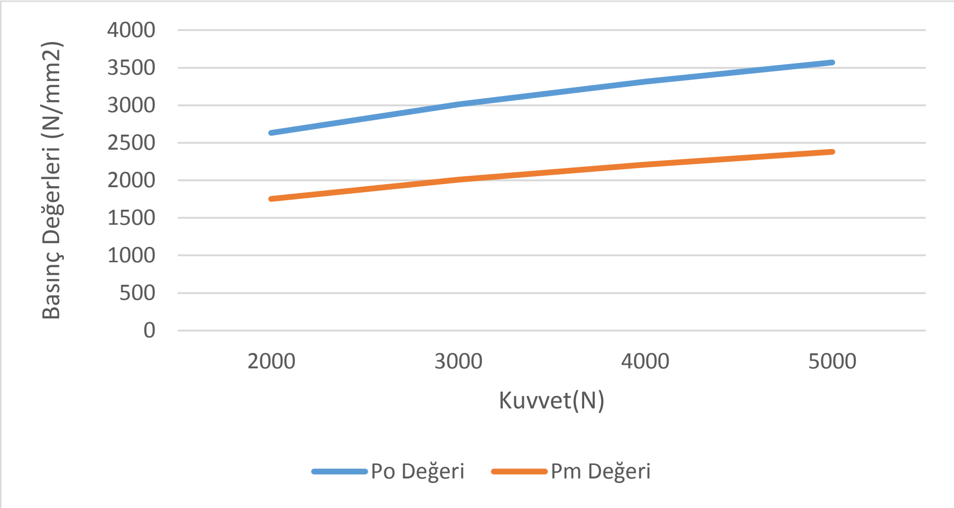
D_1=28 mm (İç yörünge çapı)
d= 10 mm (Bilye çapı)
r=5.1 (Yiv yarıçapı)
Bilye çapı/yiv yarıçapı uygunluk oranı: 0.51
Kuvvet değeri olarak 2000 N seçilmiştir.

Sabit bilyeli rulmanlarda daha önce de bahsedildiği gibi
-kuvvet değişikliği yapılarak (2000N, 3000N, 4000N, 5000N),
-malzeme değişikliği yapılarak (Çizelge 3.1.) ,
-bilye yarıçapı değişikliği yapılarak (5mm, 6mm, 7mm, 8mm) ,
-yörünge yarıçapı değişikliği yapılarak (14mm, 15mm, 16mm, 17mm)
- yiv yarıçapı/ bilye çapı uygunluk oranı değişikliği yapılarak (0.51, 0.52, 0.53, 0.54)

hesaplamalar yapılmıştır. Hesaplamalar sonucunda değişkenlere bağlı olarak Hertz deformasyon ve basınçlarında oluşan değişimler tablo ve grafikler halinde gösterilmiştir. Çizelge 4.1 ve Çizelge 4.2'de kuvvet değişimi yapılarak basınç ve deformasyon değerleri gösterilmiştir. Şekil 4.3 ve Şekil 4.4'de ise basınç ve deformasyon değişim grafiği gösterilmiştir.

Çizelge 4.1. Kuvvet değişimi durumunda oluşan basınç değerleri

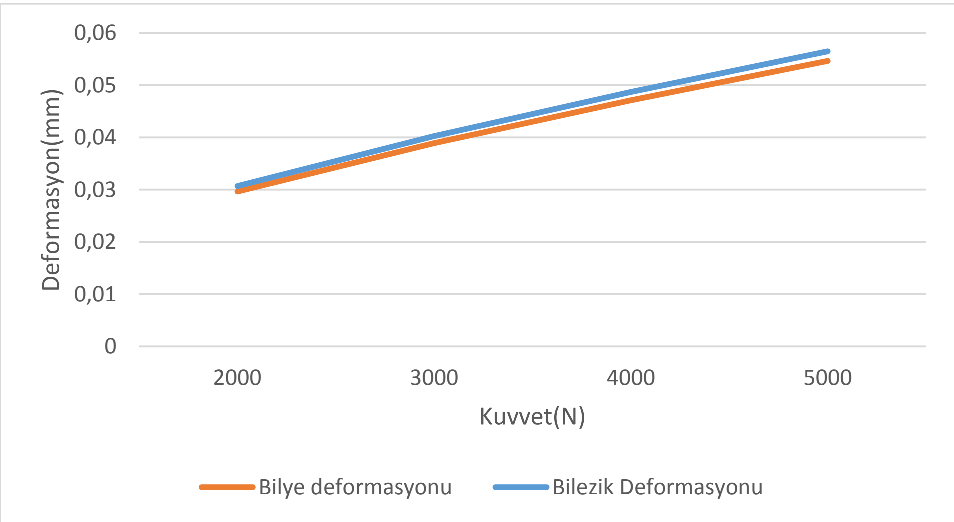
Kuvvet	Bilye Malzemesi	Bilezik Malzemesi	Bilye Yarıçapı	İç yörünge yarıçapı	Yiv Yarıçapı/ Bilye Çapı	Po Değeri	Pm Değeri
N	Çelik	Çelik	mm	mm	f	N/mm2	N/mm2
2000	100 Cr6	M50	5,00	14	0,51	2629,71	1753,14
3000	100 Cr6	M50	5,00	14	0,51	3010,27	2006,85
4000	100 Cr6	M50	5,00	14	0,51	3313,23	2208,82
5000	100 Cr6	M50	5,00	14	0,51	3569,07	2379,38



Şekil 4.3. Kuvvet değişimi durumunda basınç değerlerinin değişim grafiği

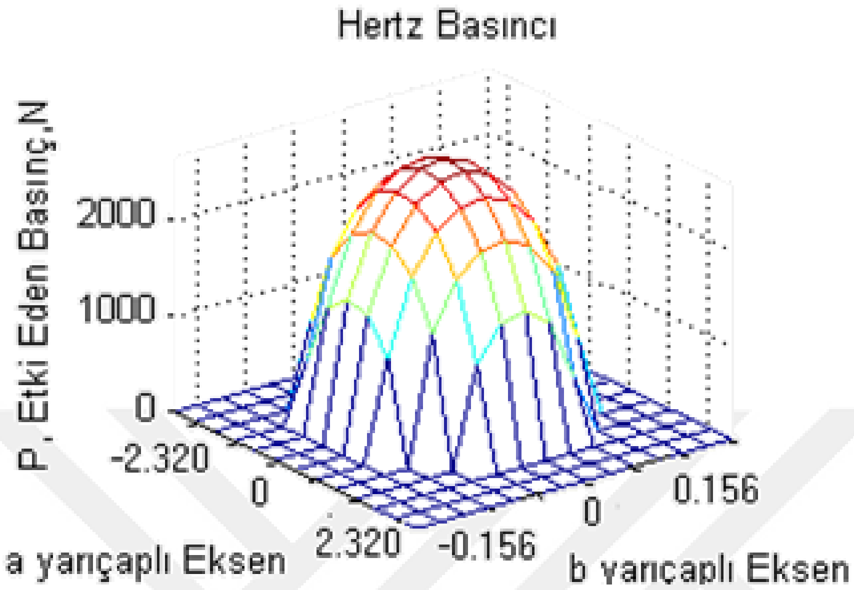
Çizelge 4.2. Kuvvet değişimi altında bilye ve bilezikte oluşan deformasyon değerleri

Kuvvet	Bilye Malzemesi	Bilezik Malzemesi	Bilye Yarıçapı	İç yörünge yarıçapı	Yiv Yarıçapı/ Bilye Çapı	Bilye Deformasyonu	Bilezik Deformasyonu
N	Çelik	Çelik	mm	mm	f	mm	mm
2000	100 Cr6	M50	5,00	14	0,51	0,02968	0,0307
3000	100 Cr6	M50	5,00	14	0,51	0,0389	0,04023
4000	100 Cr6	M50	5,00	14	0,51	0,04711	0,0487
5000	100 Cr6	M50	5,00	14	0,51	0,05467	0,0565

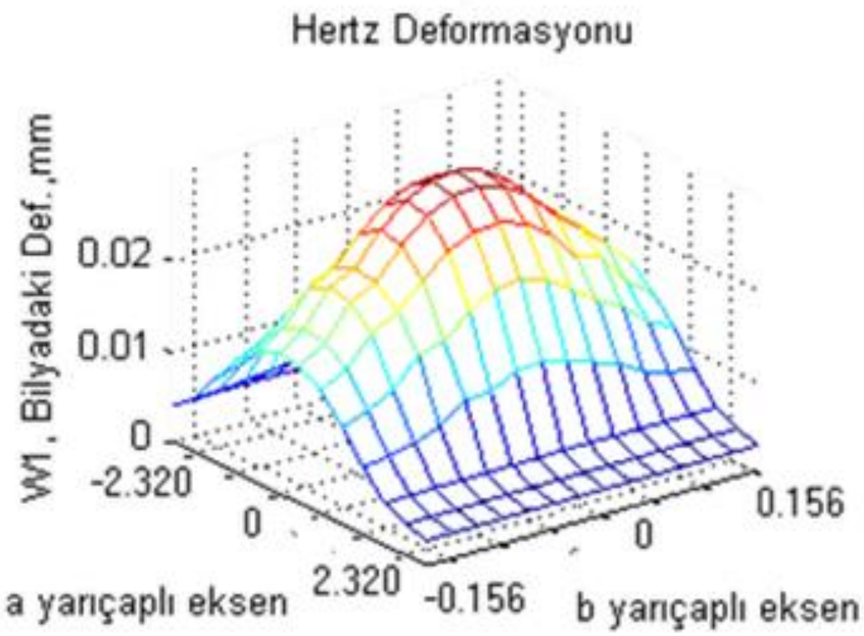


Şekil 4.4. Kuvvet değişimi durumunda bilye ve bilezikte oluşan deformasyon değerlerinin değişim grafiği

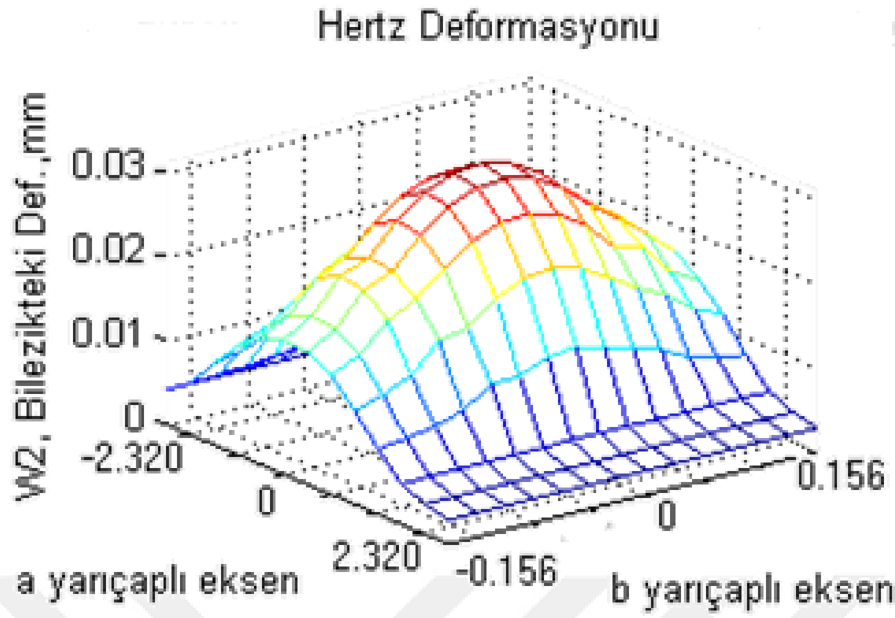
2000 N kuvvet altındaki bilye ve bilezik arasında oluşan basınç ve deformasyon yayılım grafikleri Şekil 4.5, Şekil 4.6, Şekil 4.7'de gösterilmiştir.



Şekil 4.5. Bilye ve bilezik arasında oluşan basınç dağılım grafiği



Şekil 4.6. Bilye üzerinde oluşan deformasyon dağılım grafiği

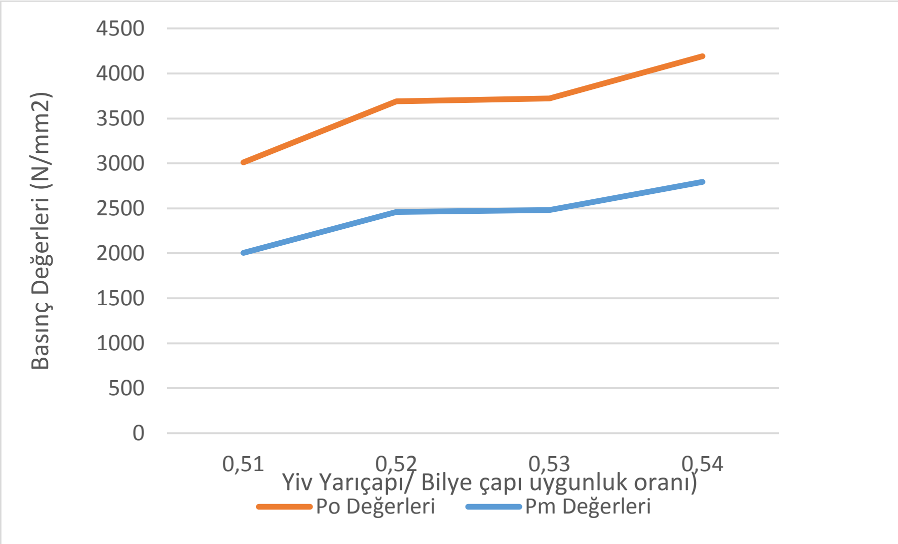


Şekil 4.7. Bilezik üzerinde oluşan deformasyon dağılım grafiği

Çizelge 4.3 ve Çizelge 4.4'de yiv yarıçapı /bilye çapı oranının değişiminde ortaya çıkan basınç ve deformasyon değerleri gösterilmiştir. Şekil 4.8 ve Şekil 4.9'da basınç ve deformasyon değerlerinin değişimi gösterilmiştir.

Çizelge 4.3. Yiv yarıçapı /bilye çapı oranının değişimi durumunda oluşan basınç değerleri

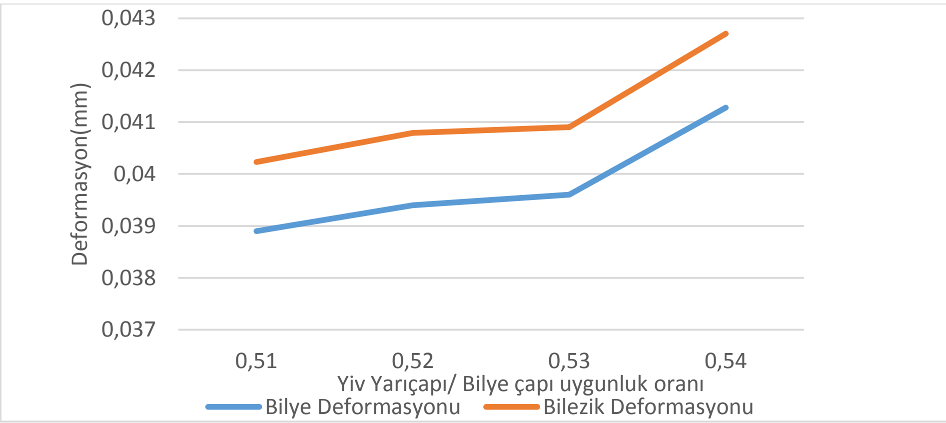
Kuvvet	Bilye Malzemesi	Bilezik Malzemesi	Bilye Yarıçapı	İç yörünge yarıçapı	Yiv Yarıçapı	Yiv Yarıçapı/ Bilye Çapı	Po Değeri	Pm Değeri
N	Çelik	Çelik	mm	mm	mm	f	N/mm²	N/mm²
3000	100 Cr6	M50	5,00	14	**5,1**	**0,51**	3010,27	2006,85
3000	100 Cr6	M50	5,00	14	**5,2**	**0,52**	3691,52	2461,01
3000	100 Cr6	M50	5,00	14	**5,3**	**0,53**	3723,44	2482,29
3000	100 Cr6	M50	5,00	14	**5,4**	**0,54**	4192,07	2794,71



Şekil 4.8. Yiv yarıçapı /bilye çapı oranının değişimi durumunda basınç değerlerinin değişim grafiği

Çizelge 4.4. Yiv yarıçapı /bilye çapı oranının değişimi durumunda oluşan deformasyon değerleri

Kuvvet	Bilye Malzemesi	Bilezik Malzemesi	Bilye Yarıçapı	İç Yörünge Yarıçapı	Yiv Yarıçapı/ Bilye Çapı	Bilye Deformasyonu	Bilezik Deformasyonu
N	**Çelik**	**Çelik**	**mm**	**mm**	**f**	**mm**	**mm**
3000	100 Cr6	M50	5,00	14	**0,51**	0,0389	0,04023
3000	100 Cr6	M50	5,00	14	**0,52**	0,0394	0,04079
3000	100 Cr6	M50	5,00	14	**0,53**	0,0396	0,0409
3000	100 Cr6	M50	5,00	14	**0,54**	0,04128	0,0427

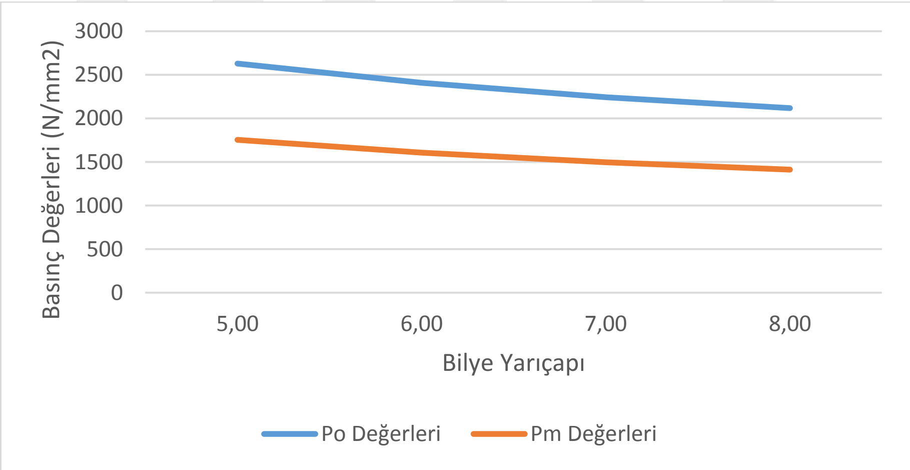


Şekil 4.9. Yiv yarıçapı / bilye çapı oranının değişimi durumunda deformasyon değerlerinin değişim grafiği

Çizelge 4.5 ve Çizelge 4.6'da bilye çapının değişiminde ortaya çıkan basınç ve deformasyon değerleri gösterilmiştir. Şekil 4.10 ve Şekil 4.11'de basınç ve deformasyon değerlerinin değişimi gösterilmiştir.

Çizelge 4.5. Bilye çapının değişimi durumunda oluşan basınç değerleri

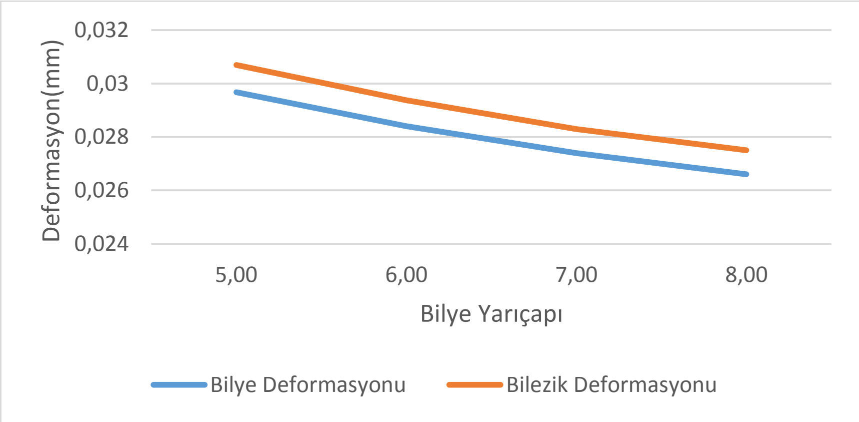
Kuvvet	Bilye Malzemesi	Bilezik Malzemesi	Bilye Yarıçapı	İç Yörünge Yarıçapı	Yiv Yarıçapı/ Bilye Çapı	Po Değeri	Pm Değeri
N	**Çelik**	**Çelik**	**mm**	**mm**	**f**	**N/mm²**	**N/mm²**
2000	100 Cr6	M50	**5,00**	14	0,51	2629,71	1753,14
2000	100 Cr6	M50	**6,00**	14	0,51	2408,6000	1605,7400
2000	100 Cr6	M50	**7,00**	14	0,51	2244,2600	1496,1800
2000	100 Cr6	M50	**8,00**	14	0,51	2116,9500	1411,3000



Şekil 4.10. Bilye çapının değişimi durumunda basınç değerlerinin değişim grafiği

Çizelge 4.6. Bilye çapının değişimi durumunda oluşan deformasyon değerleri

Kuvvet	Bilye Malzemesi	Bilezik Malzemesi	Bilye Yarıçapı	İç Yörünge Yarıçapı	Yiv Yarıçapı/ Bilye Çapı	Bilye Deformasyonu	Bilezik Deformasyonu
N	**Çelik**	**Çelik**	**mm**	**mm**	**f**	**mm**	**mm**
2000	100 Cr6	M50	**5,00**	14	0,51	0,02968	0,0307
2000	100 Cr6	M50	**6,00**	14	0,51	0,0284	0,0294
2000	100 Cr6	M50	**7,00**	14	0,51	0,0274	0,0283
2000	100 Cr6	M50	**8,00**	14	0,51	0,0266	0,0275

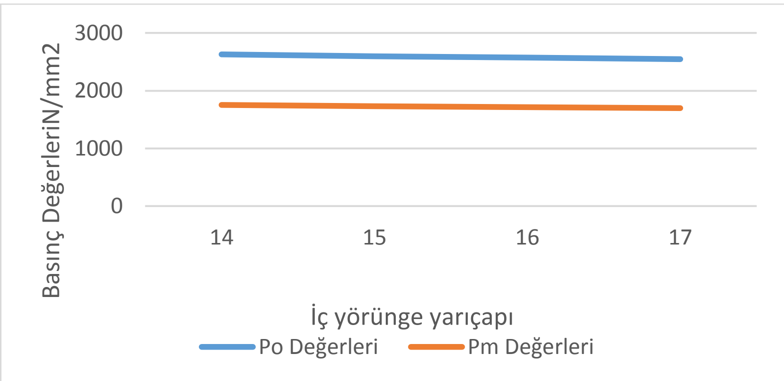


Şekil 4.11. Bilye çapının değişimi durumunda deformasyon değerlerinin değişim grafiği

Çizelge 4.7 ve Çizelge 4.8'de iç yörünge yarıçapının değişiminde ortaya çıkan basınç ve deformasyon değerleri gösterilmiştir. Şekil 4.12 ve Şekil 4.13'de basınç ve deformasyon değerlerinin değişimi gösterilmiştir.

Çizelge 4.7. İç yörünge yarıçapının değişimi durumunda oluşan basınç değerleri

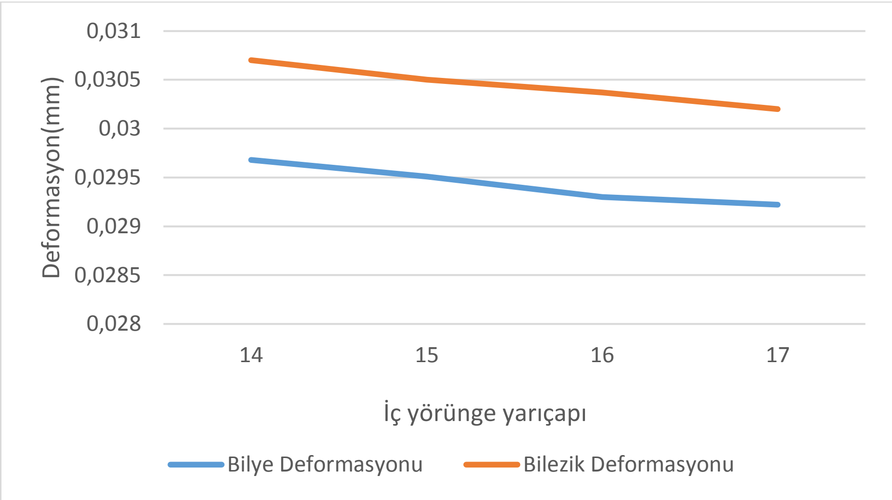
Kuvvet	Bilye Malzemesi	Bilezik Malzemesi	Bilye Yarıçapı	İç Yörünge Yarıçapı	Yiv Yarıçapı/ Bilye Çapı	Po Değeri	Pm Değeri
N	Çelik	Çelik	mm	mm	f	N/mm²	N/mm²
2000	100 Cr6	M50	5,00	**14**	0,51	2629,71	1753,14
2000	100 Cr6	M50	5,00	**15**	0,51	2599,3100	1732,8700
2000	100 Cr6	M50	5,00	**16**	0,51	2572,5500	1715,0400
2000	100 Cr6	M50	5,00	**17**	0,51	2548,8300	1699,2200



Şekil 4.12. İç yörünge yarıçapının değişimi durumunda basınç değerlerinin değişim grafiği

Çizelge 4.8. İç yörünge yarıçapının değişimi durumunda oluşan deformasyon değerleri

Kuvvet	Bilye Malzemesi	Bilezik Malzemesi	Bilye Yarıçapı	İç Yörünge Yarıçapı	Yiv Yarıçapı/ Bilye Çapı	Bilye Deformasyonu	Bilezik Deformasyonu
N	**Çelik**	**Çelik**	**mm**	**mm**	**f**	**mm**	**mm**
2000	100 Cr6	M50	5,00	**14**	0,51	0,02968	0,0307
2000	100 Cr6	M50	5,00	**15**	0,51	0,0295	0,0305
2000	100 Cr6	M50	5,00	**16**	0,51	0,0293	0,0304
2000	100 Cr6	M50	5,00	**17**	0,51	0,0292	0,0302

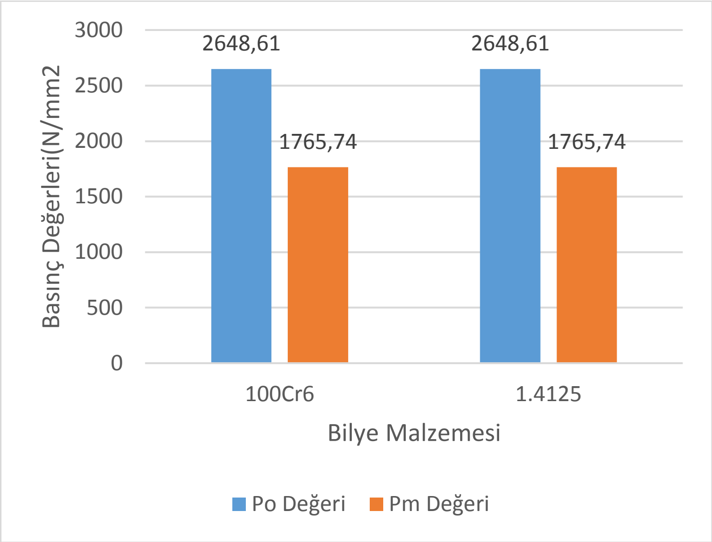


Şekil 4.13. İç yörünge yarıçapının değişimi durumunda deformasyon değerlerinin değişim grafiği

Çizelge 4.9 ve Çizelge 4.10'da elastisite modülü aynı poisson oranı farklı olan iki malzeme kullanılması durumunda ortaya çıkan basınç ve deformasyon değerleri gösterilmiştir. Şekil 4.14 ve Şekil 4.15'de basınç ve deformasyon değerlerinin değişimi gösterilmiştir.

Çizelge 4.9. Elastisite modülünün aynı poisson oranının farklı olması durumunda oluşan basınç değerleri

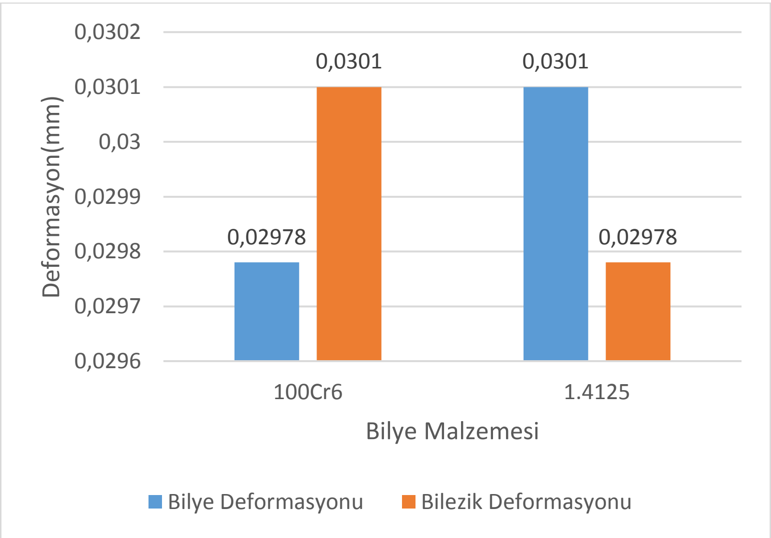
Kuvvet	Bilye Malzemesi	Bilezik Malzemesi	Bilye Yarıçapı	İç Yörünge Yarıçapı	Yiv Yarıçapı/ Bilye Çapı	Po Değeri	Pm Değeri
N	**Çelik**	**Çelik**	**mm**	**mm**	**f**	**N/mm²**	**N/mm²**
2000	**100Cr6**	**1.4125**	5	14	0,51	2648,61	1765,74
2000	**1.4125**	**100Cr6**	5	14	0,51	2648,61	1765,74



Şekil 4.14. Elastisite modülünün aynı poisson oranının farklı olması durumunda basınç değerlerinin değişim grafiği

Çizelge 4.10. Elastisite modülünün aynı poisson oranının farklı olması durumunda oluşan deformasyon değerleri

Kuvvet	Bilye Malzemesi	Bilezik Malzemesi	Bilye Yarıçapı	İç Yörünge Yarıçapı	Yiv Yarıçapı/ Bilye Çapı	Bilye Deformasyonu	Bilezik Deformasyonu
N	**Çelik**	**Çelik**	**mm**	**mm**	**f**	**mm**	**mm**
2000	**100Cr6**	**1.4125**	5	14	0,51	**0,02978**	**0,03016**
2000	**1.4125**	**100Cr6**	5	14	0,51	0,0301	0,02978

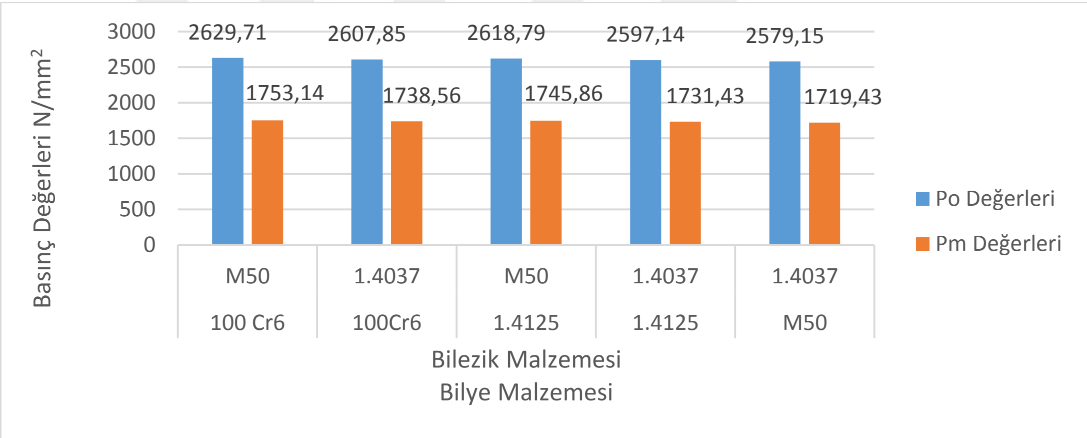


Şekil 4.15. Elastisite modülünün aynı poisson oranının farklı olması durumunda deformasyon değerlerinin değişim grafiği

Çizelge 4.11 ve Çizelge 4.12'de bilye ve bilezik malzemelerinin çelik-çelik olarak seçilmesi durumundaki basınç ve deformasyon değerleri gösterilmiştir. Şekil 4.16 ve Şekil 4.17'de basınç ve deformasyon değerleri her bir malzeme çifti için ayrı ayrı gösterilmiştir.

Çizelge 4.11. Malzemelerin çelik-çelik seçilmesi durumunda oluşan basınç değerleri

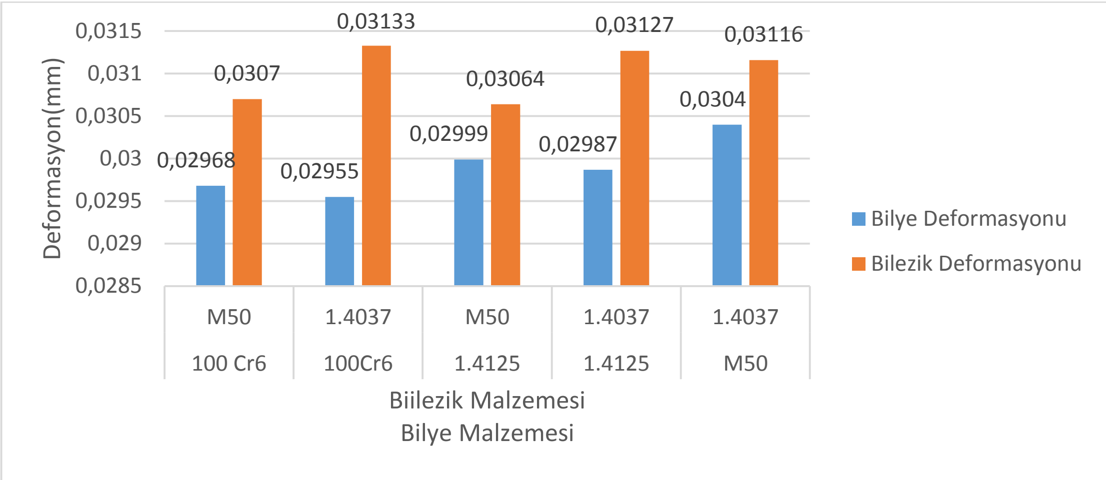
Kuvvet	Bilye Malzemesi	Bilezik Malzemesi	Bilye Yarıçapı	İç Yörünge Yarıçapı	Yiv Yarıçapı/ Bilye Çapı	Po Değeri	Pm Değeri
N	Çelik	Çelik	mm	mm	f	N/mm²	N/mm²
2000	**100 Cr6**	**M50**	5	14	0,51	2629,71	1753,14
2000	**100Cr6**	**1.4037**	5	14	0,51	2607,85	1738,56
2000	**1.4125**	**M50**	5	14	0,51	2618,79	1745,86
2000	**1.4125**	**1.4037**	5	14	0,51	2597,14	1731,43
2000	**M50**	**1.4037**	5	14	0,51	2579,15	1719,43



Şekil 4.16. Malzemelerin çelik-çelik seçilmesi durumunda basınç değişim grafiği

Çizelge 4.12. Malzemelerin çelik-çelik seçilmesi durumunda oluşan deformasyon değerleri

Kuvvet	Bilye Malzemesi	Bilezik Malzemesi	Bilye Yarıçapı	İç Yörünge Yarıçapı	Yiv Yarıçapı/ Bilye Çapı	Bilye Deformasyonu	Bilezik Deformasyonu
N	Çelik	Çelik	mm	mm	f	mm	mm
2000	**100 Cr6**	**M50**	5	14	0,51	0,02968	0,0307
2000	**100Cr6**	**1.4037**	5	14	0,51	0,02955	0,03133
2000	**1.4125**	**M50**	5	14	0,51	0,02999	0,03064
2000	**1.4125**	**1.4037**	5	14	0,51	0,02987	0,03127
2000	**M50**	**1.4037**	5	14	0,51	0,0304	0,03116

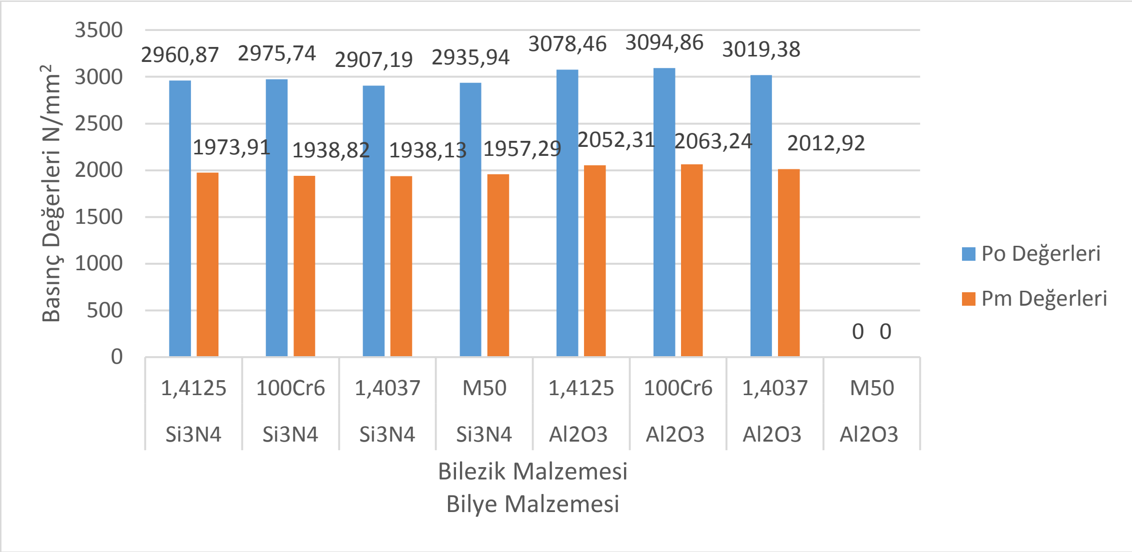


Şekil 4.17 Malzemelerin çelik-çelik seçilmesi durumunda deformasyon değişim grafiği

Çizelge 4.13 ve Çizelge 4.14'de bilye malzemesinin seramik, bilezik malzemesinin çelik seçilmesi durumunda elde edilen sonuçlar gösterilmiştir. Şekil 4.18 ve Şekil 4.19'da her bir malzeme çifti için basınç ve deformasyon değerleri grafik olarak ifade edilmiştir. Çalışmada bilye malzemesinin elastisite modülü büyük olarak kabul edildiği için bilye malzemesinin çelik, bilezik malzemesinin seramik olduğu bir çalışma yapılmamıştır.

Çizelge 4.13 Malzemelerin seramik-çelik seçilmesi durumunda oluşan basınç değerleri

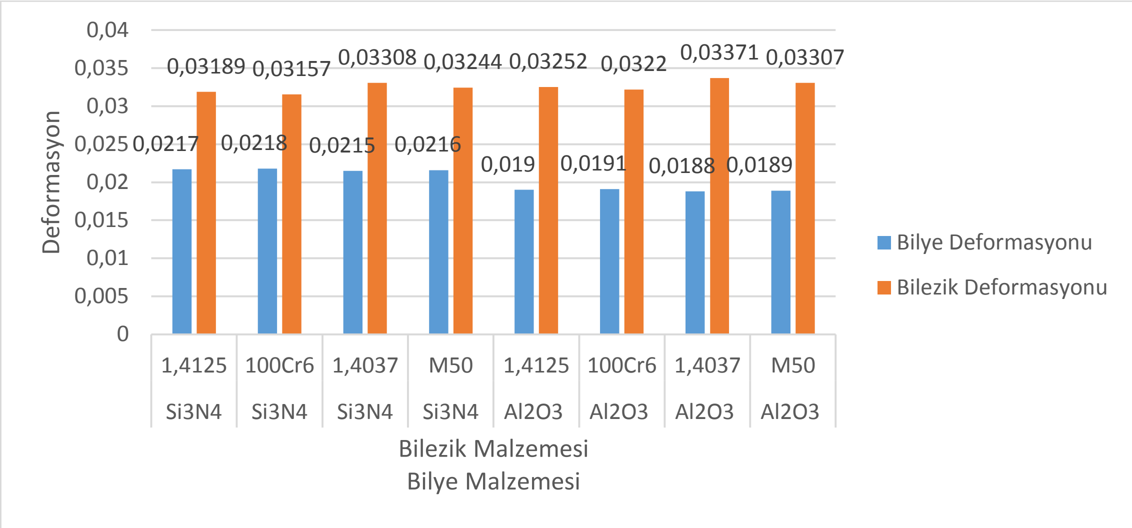
Kuvvet	Bilye Malzemesi	Bilezik Malzemesi	Bilye Yarıçapı	İç Yörünge Yarıçapı	Yiv Yarıçapı/ Bilye Çapı	Po Değeri	Pm Değeri
N	Seramik	Çelik	mm	mm	f	N/mm²	N/mm²
2000	Si_3N_4	1.4125	5	14	0,51	2960,87	1973,91
2000	Si_3N_4	100Cr6	5	14	0,51	2975,74	1938,82
2000	Si_3N_4	1.4037	5	14	0,51	2907,19	1938,13
2000	Si_3N_4	M50	5	14	0,51	2935,94	1957,29
2000	Al2O3	1.4125	5	14	0,51	3078,46	2052,31
2000	Al2O3	100Cr6	5	14	0,51	3094,86	2063,24
2000	Al2O3	1.4037	5	14	0,51	3019,38	2012,92
2000	Al2O3	M50	5	14	0,51	3051	2034



Şekil 4.18. Malzemelerin seramik-çelik seçilmesi durumunda basınç değerlerinin değişim grafiği

Çizelge 4.14. Malzemelerin seramik-çelik seçilmesi durumunda oluşan deformasyon değerleri

Kuvvet	Bilye Malzemesi	Bilezik Malzemesi	Bilye Yarıçapı	İç Yörünge Yarıçapı	Yiv Yarıçapı/ Bilye Çapı	Bilye Deformasyonu	Bilezik Deformasyonu
N	Seramik	Çelik	mm	mm	f	mm	mm
2000	Si_3N_4	1.4125	5	14	0,51	0,0217	0,03189
2000	Si_3N_4	100Cr6	5	14	0,51	0,0218	0,03157
2000	Si_3N_4	1.4037	5	14	0,51	0,0215	0,03308
2000	Si_3N_4	M50	5	14	0,51	0,0216	0,03244
2000	Al_2O_3	1.4125	5	14	0,51	0,019	0,03252
2000	Al_2O_3	100Cr6	5	14	0,51	0,0191	0,0322
2000	Al_2O_3	1.4037	5	14	0,51	0,0188	0,03371
2000	Al_2O_3	M50	5	14	0,51	0,0189	0,03307

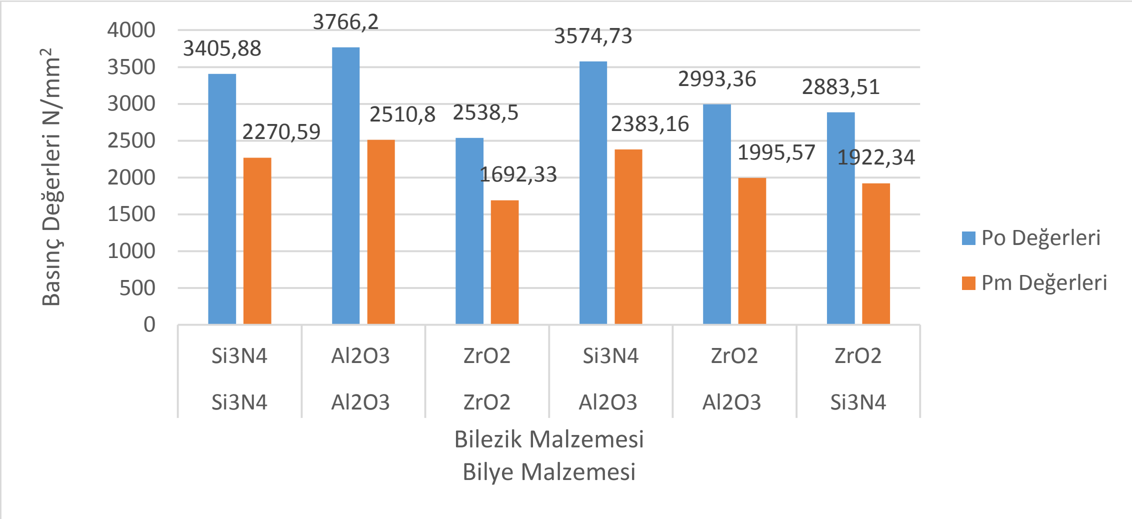


Şekil 4.19. Malzemelerin seramik-çelik seçilmesi durumunda deformasyon değerlerinin değişim grafiği

Çizelge 4.15 ve Çizelge 4.16'da bilye ve bilezik malzemelerinin seramik seçilmesi durumunda oluşan basınç ve deformasyon değerleri gösterilmiştir. Şekil 4.20 ve Şekil 4.21'de malzeme çiftlerinin sonuçları grafik olarak gösterilmiştir.

Çizelge 4.15 Malzemelerin seramik-seramik seçilmesi durumunda oluşan basınç değerleri

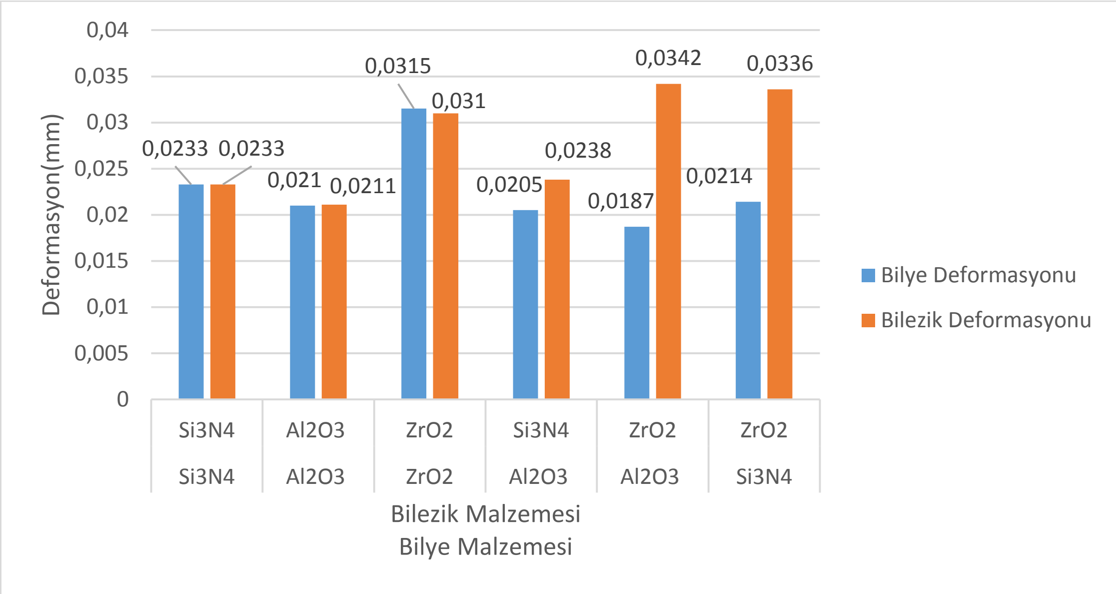
Kuvvet	Bilye Malzemesi	Bilezik Malzemesi	Bilye Yarıçapı	İç Yörünge Yarıçapı	Yiv Yarıçapı/ Bilye Çapı	Po Değeri	Pm Değeri
N	Seramik	Seramik	mm	mm	f	N/mm²	N/mm²
2000	Si_3N_4	Si_3N_4	5	14	0,51	3405,88	2270,59
2000	Al_2O_3	Al_2O_3	5	14	0,51	3766,2	2510,8
2000	ZrO_2	ZrO_2	5	14	0,51	2538,5	1692,33
2000	Al_2O_3	Si_3N_4	5	14	0,51	3574,73	2383,16
2000	Al_2O_3	ZrO_2	5	14	0,51	2993,36	1995,57
2000	Si_3N_4	ZrO_2	5	14	0,51	2883,51	1922,34



Şekil 4.20. Malzemelerin seramik-seramik seçilmesi durumunda basınç değerlerinin değişim grafiği

Çizelge 4.16. Malzemelerin seramik-seramik seçilmesi durumunda oluşan deformasyon değerleri

Kuvvet	Bilye Malzemesi	Bilezik Malzemesi	Bilye Yarıçapı	İç Yörünge Yarıçapı	Yiv Yarıçapı/ Bilye Çapı	Bilye Deformasyonu	Bilezik Deformasyonu
N	**Seramik**	**Seramik**	**mm**	**mm**	**f**	**mm**	**mm**
2000	Si_3N_4	Si_3N_4	5	14	0,51	0,0233	0,0233
2000	Al_2O_3	Al_2O_3	5	14	0,51	0,021	0,0211
2000	ZrO_2	ZrO_2	5	14	0,51	0,0315	0,031
2000	Al_2O_3	Si_3N_4	5	14	0,51	0,0205	0,0238
2000	Al_2O_3	ZrO_2	5	14	0,51	0,0187	0,0342
2000	Si_3N_4	ZrO_2	5	14	0,51	0,0214	0,0336



Şekil 4.21. Malzemelerin seramik-seramik seçilmesi durumunda deformasyon değerlerinin değişim grafiği

4.2.Silindirik Makaralı Rulmanlar İçin Hesaplamalar

Silindirik makaralı rulman için seçilen temel geometrik ölçüler Şekil 3.1.b'den faydalanarak aşağıda belirtilmiştir. İç bilezik ve makara arasındaki hesaplamalar yapıldığı için dış yörünge çapı bu kısımda da hesaba katılmamıştır.

D_1=28 mm (İç yörünge çapı)

d= 10 mm (Bilye çapı)

l=10 (Yiv yarıçapı)

Kuvvet değeri olarak 2000 N seçilmiştir.

Silindirik makaralı rulmanlarda daha önce de bahsedildiği gibi

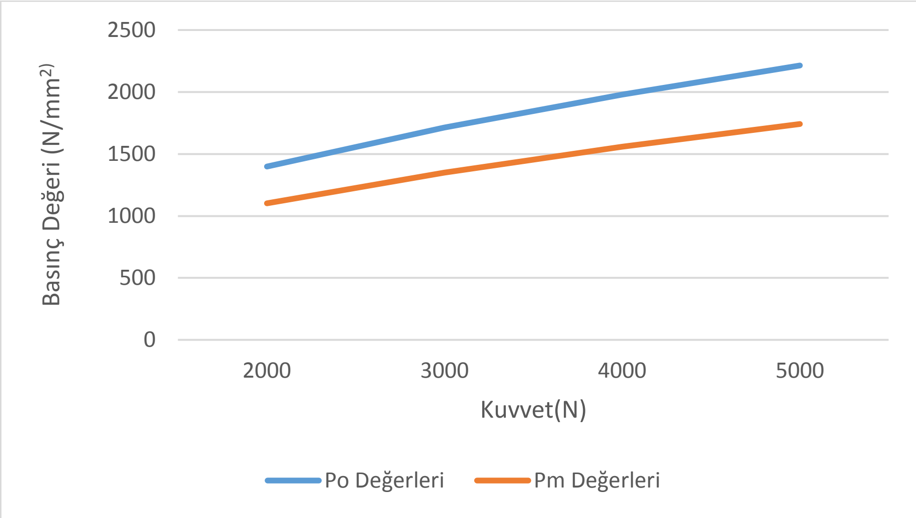
-kuvvet değişikliği yapılarak (2000N, 3000N, 4000N, 5000N),
-malzeme değişikliği yapılarak (Çizelge 3.1.) ,
-makara yarıçapı değişikliği yapılarak (5mm, 6mm, 7mm, 8mm),
-yörünge yarıçapı değişikliği yapılarak (14mm, 15mm, 16mm, 17mm)
- makara uzunluğu değişikliği yapılarak (10mm, 11mm, 12mm, 13mm)

hesaplamalar yapılmıştır. Makaralı rulmanlarda yiv yarıçapı değişimi ile ilgili hesaplamalar yapılmamıştır. Hesaplamalar sonucunda değişkenlere bağlı olarak Hertz deformasyon ve basınçlarında oluşan değişimler tablo ve grafikler halinde gösterilmiştir.

Çizelge 4.17 ve Çizelge 4.18'de kuvvet değişimi yapılarak basınç ve deformasyon değerleri gösterilmiştir. Şekil 4.22 ve Şekil 4.23'de ise basınç ve deformasyon değişim grafiği gösterilmiştir.

Çizelge 4.17. Kuvvet değişimi durumunda oluşan basınç değerleri

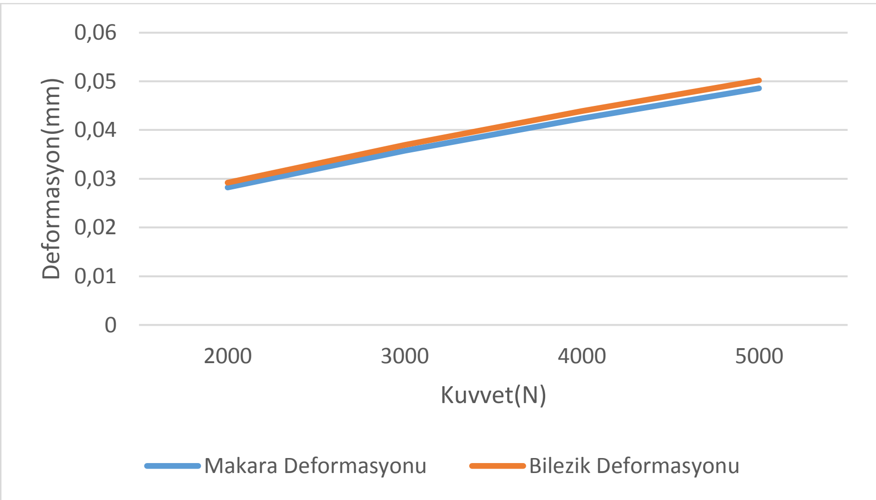
Kuvvet	Makara Malzemesi	Bilezik Malzemesi	Makara Yarıçapı	İç Yörünge Yarıçapı	Makara Uzunluğu	Po Değeri	Pm Değeri
N	Çelik	Çelik	mm	mm	mm	N/mm2	N/mm2
2000	100 Cr6	M50	5,00	14	10	1400,01	1102,37
3000	100 Cr6	M50	5,00	14	10	1714,65	1350,12
4000	100 Cr6	M50	5,00	14	10	1979,91	1558,98
5000	100 Cr6	M50	5,00	14	10	2213,6	1742,99



Şekil 4.22. Kuvvet değişimi durumunda basınç değerlerinin değişim grafiği

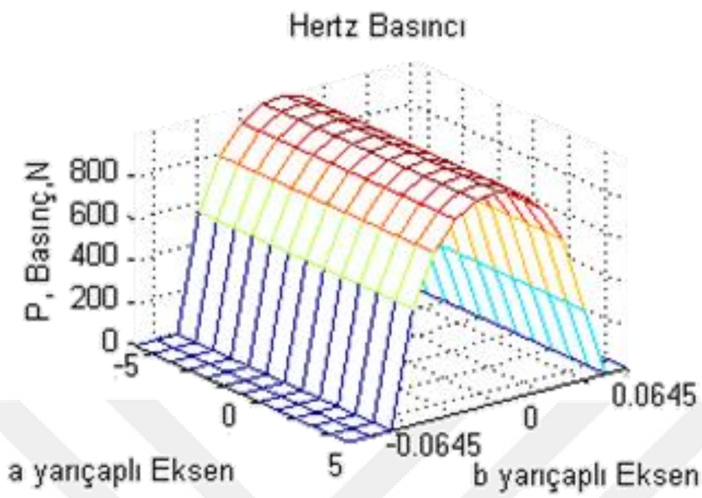
Çizelge 4.18. Kuvvet değişimi durumunda makara ve bilezikte oluşan deformasyon değerleri

Kuvvet	Makara Malzemesi	Bilezik Malzemesi	Makara Yarıçapı	İç Yörünge Yarıçapı	Makara Uzunluğu	Makara Deformasyonu	Bilezik Deformasyonu
N	**Çelik**	**Çelik**	**mm**	**mm**	**mm**	**mm**	**mm**
2000	100 Cr6	M50	5,00	14	10	0,02822	0,0292
3000	100 Cr6	M50	5,00	14	10	0,03574	0,03697
4000	100 Cr6	M50	5,00	14	10	0,04241	0,04387
5000	100 Cr6	M50	5,00	14	10	0,04853	0,05021

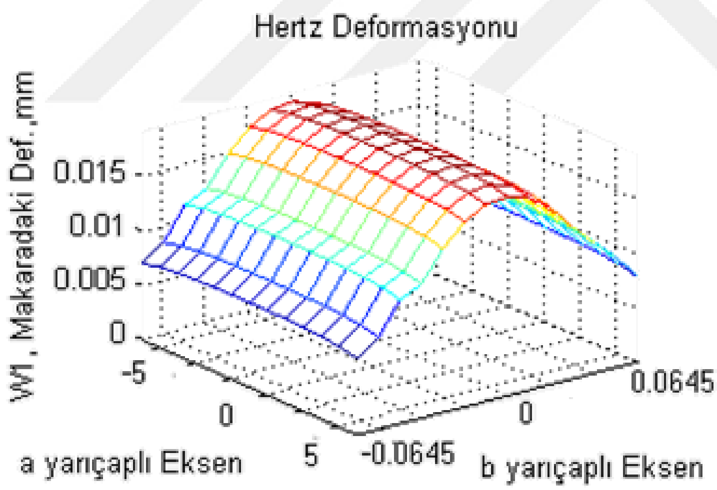


Şekil 4.23. Kuvvet değişimi durumunda makara ve bilezikte oluşan deformasyon değerlerinin değişim grafiği

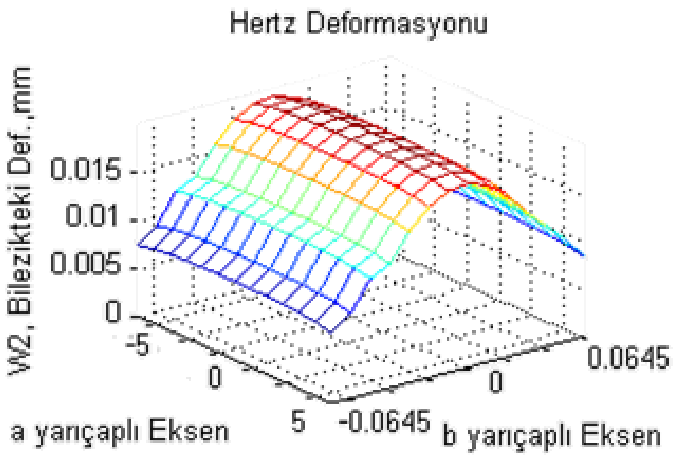
2000 N kuvvet altındaki makara ve bilezik yüzeyleri arasında oluşan basınç ve deformasyon dağılım grafikleri Şekil 4.24, Şekil 4.25, Şekil 4.26'da gösterilmiştir.



Şekil 4.24. Makara ve bilezik yüzeyleri üzerinde oluşan Hertz basıncının dağılım grafiği



Şekil 4.25. Makara yüzeyi üzerinde oluşan Hertz deformasyonunun dağılım grafiği

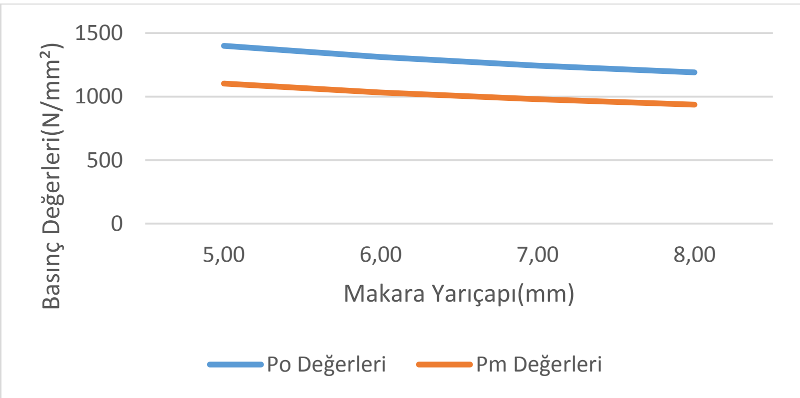


Şekil 4.26. Bilezik yüzeyi üzerinde oluşan Hertz deformasyonunun dağılım grafiği

Çizelge 4.19 ve Çizelge 4.20'de makara yarıçapının değişimi durumunda basınç ve deformasyon değerleri hesaplanmıştır. Şekil 4.27 ve Şekil 4.28'de makaradaki yarıçap değişiminin oluşturduğu basınç ve deformasyondaki değişim grafiği gösterilmiştir.

Çizelge 4.19. Makara yarıçapı değişimi durumunda oluşan basınç değerleri

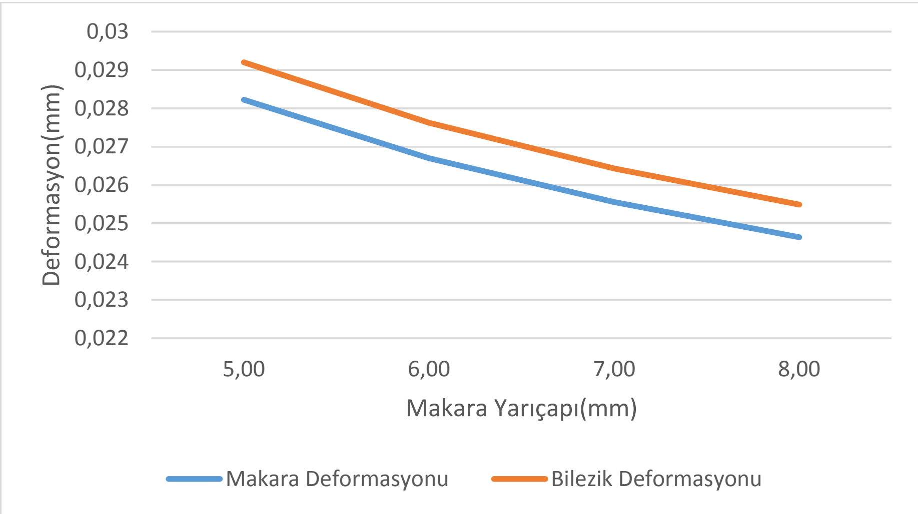
Kuvvet	Makara Malzemesi	Bilezik Malzemesi	Makara Yarıçapı	İç Yörünge Yarıçapı	Makara Uzunluğu	Po Değeri	Pm Değeri
N	**Çelik**	**Çelik**	**mm**	**mm**	**mm**	**N/mm2**	**N/mm2**
2000	100 Cr6	M50	**5,00**	14	10	1400,01	1102,37
2000	100 Cr6	M50	**6,00**	14	10	1311,23	1032,46
2000	100 Cr6	M50	**7,00**	14	10	1243,94	979,478
2000	100 Cr6	M50	**8,00**	14	10	1190,98	937,779



Şekil 4.27. Makara yarıçapı değişimi durumunda basınç değerlerinin değişim grafiği

Çizelge 4.20. Makara yarıçapı değişimi durumunda makara ve bilezikte oluşan deformasyon değerleri

Kuvvet	Makara Malzemesi	Bilezik Malzemesi	Makara Yarıçapı	İç Yörünge Yarıçapı	Makara Uzunluğu	Makara Deformasyonu	Bilezik Deformasyonu
N	**Çelik**	**Çelik**	**mm**	**mm**	**mm**	**mm**	**mm**
2000	100 Cr6	M50	**5,00**	14	10	0,02822	0,0292
2000	100 Cr6	M50	**6,00**	14	10	0,0267	0,02762
2000	100 Cr6	M50	**7,00**	14	10	0,02555	0,02643
2000	100 Cr6	M50	**8,00**	14	10	0,02464	0,02549

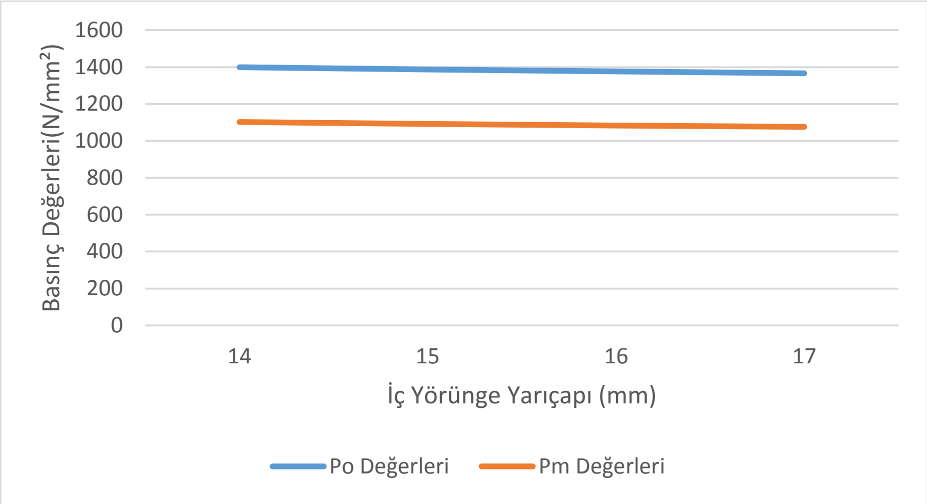


Şekil 4.28. Makara yarıçapı değişimi durumunda makara ve bilezikte oluşan deformasyon değerlerinin değişim grafiği

Çizelge 4.21 ve Çizelge 4.22'de iç yörünge yarıçapının değişimi durumunda oluşan basınç ve deformasyon değerleri gösterilmiştir. Şekil 4.29 ve Şekil 4.30'da basınç ve deformasyon değerlerinin değişim grafiği gösterilmiştir.

Çizelge 4.21. İç yörünge yarıçapının değişimi durumunda oluşan basınç değerleri

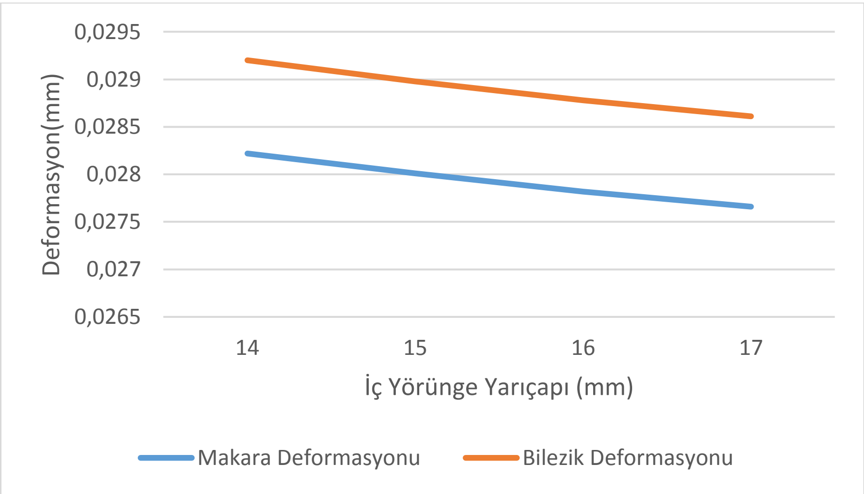
Kuvvet	Makara Malzemesi	Bilezik Malzemesi	Makara Yarıçapı	İç Yörünge Yarıçapı	Makara Uzunluğu	Po Değeri	Pm Değeri
N	**Çelik**	**Çelik**	**mm**	**mm**	**mm**	**N/mm2**	**N/mm2**
2000	100 Cr6	M50	5,00	**14**	10	1400,01	1102,37
2000	100 Cr6	M50	5,00	**15**	10	1387,67	1092,65
2000	100 Cr6	M50	5,00	**16**	10	1376,79	1084,08
2000	100 Cr6	M50	5,00	**17**	10	1367,11	1076,47



Şekil 4.29. İç yörünge yarıçapının değişimi durumunda basınç değerlerinin değişim grafiği

Çizelge 4.22. İç yörünge yarıçapının değişimi durumunda makara ve bilezikte oluşan deformasyon değerleri

Kuvvet	Makara Malzemesi	Bilezik Malzemesi	Makara Yarıçapı	İç Yörünge Yarıçapı	Makara Uzunluğu	Makara Deformasyonu	Bilezik Deformasyonu
N	**Çelik**	**Çelik**	**mm**	**mm**	**mm**	**mm**	**mm**
2000	100 Cr6	M50	5,00	**14**	10	0,02822	0,0292
2000	100 Cr6	M50	5,00	**15**	10	0,02801	0,02898
2000	100 Cr6	M50	5,00	**16**	10	0,02782	0,02878
2000	100 Cr6	M50	5,00	**17**	10	0,02766	0,02861

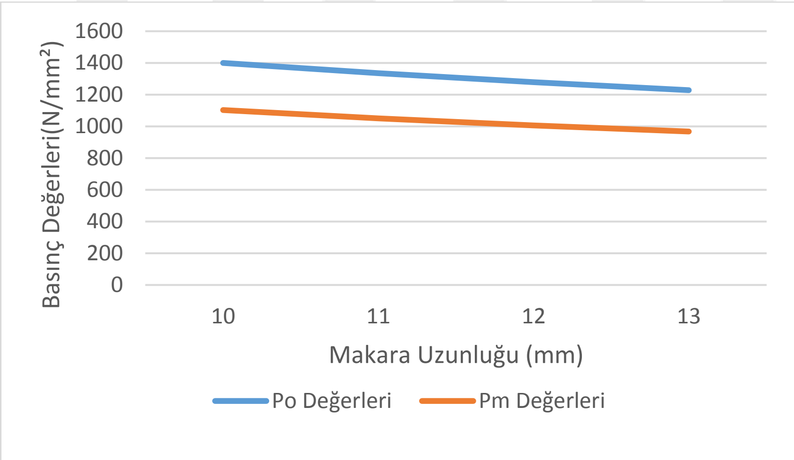


Şekil 4.30. İç yörünge yarıçapının değişimi durumunda makara ve bilezikte oluşan deformasyon değerlerinin değişim grafiği

Çizelge 4.23 ve Çizelge 4.24'de makara uzunluğunun değişimi durumunda oluşan basınç ve deformasyon değerleri gösterilmiştir. Şekil 4.31 ve Şekil 4.32'de basınç ve deformasyon değerlerinin değişim grafiği gösterilmiştir.

Çizelge 4.23. Makara uzunluğunun değişimi durumunda oluşan basınç değerleri

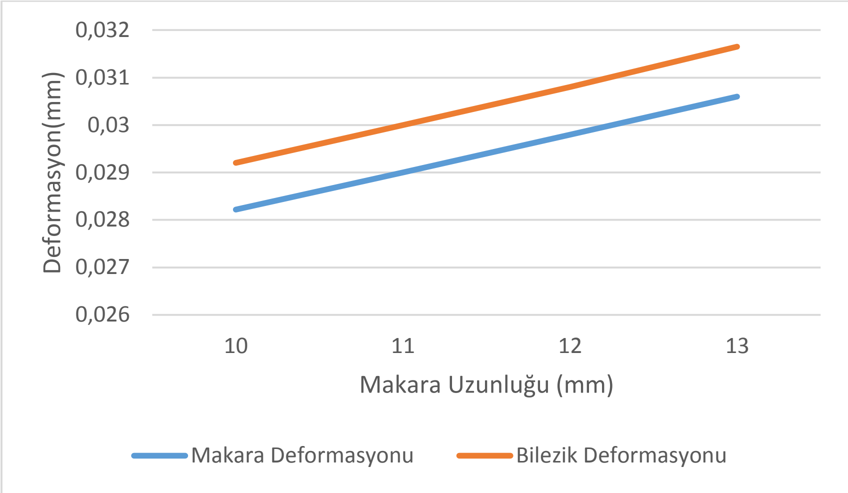
Kuvvet	Makara Malzemesi	Bilezik Malzemesi	Makara Yarıçapı	İç Yörünge Yarıçapı	Makara Uzunluğu	Po Değeri	Pm Değeri
N	**Çelik**	**Çelik**	**mm**	**mm**	**mm**	**N/mm2**	**N/mm2**
2000	100 Cr6	M50	5,00	14	**10**	1400,01	1102,37
2000	100 Cr6	M50	5,00	14	**11**	1334,85	1051,07
2000	100 Cr6	M50	5,00	14	**12**	1278,02	1006,32
2000	100 Cr6	M50	5,00	14	**13**	1227,89	966,84



Şekil 4.31. Makara uzunluğunun değişimi durumunda basınç değerlerinin değişim grafiği

Çizelge 4.24. Makara uzunluğunun değişimi durumunda makara ve bilezikte oluşan deformasyon değerleri

Kuvvet	Makara Malzemesi	Bilezik Malzemesi	Makara Yarıçapı	İç Yörünge Yarıçapı	Makara Uzunluğu	Makara Deformasyonu	Bilezik Deformasyonu
N	**Çelik**	**Çelik**	**mm**	**mm**	**mm**	**mm**	**mm**
2000	100 Cr6	M50	5,00	14	**10**	0,02822	0,0292
2000	100 Cr6	M50	5,00	14	**11**	0,029	0,03
2000	100 Cr6	M50	5,00	14	**12**	0,0298	0,0308
2000	100 Cr6	M50	5,00	14	**13**	0,0306	0,03165

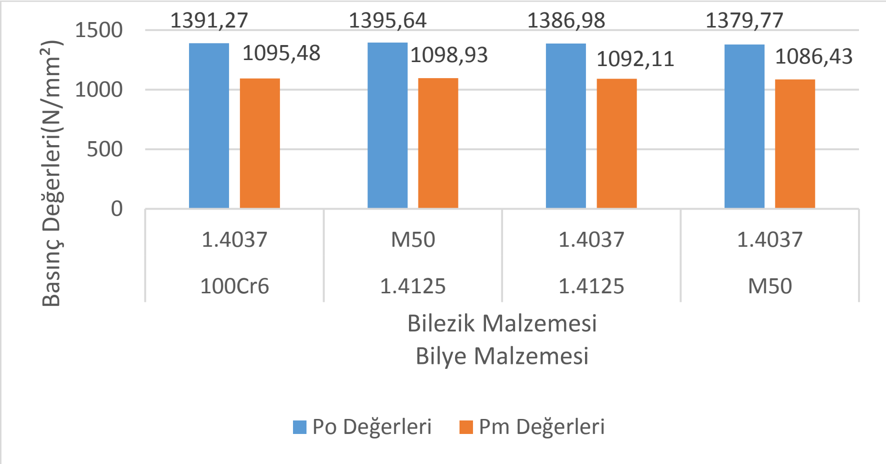


Şekil 4.32. Makara uzunluğunun değişimi durumunda makara ve bilezikte oluşan deformasyon değerlerinin değişim grafiği

Çizelge 4.25 ve Çizelge 4.26'da makara ve bilezik malzemelerinin çelik-çelik seçilmesi durumunda oluşan basınç ve deformasyon değerleri her bir malzeme çifti için ayrı ayrı gösterilmiştir. Şekil 4.33 ve Şekil 4.34'de her bir çift malzeme için basınç ve deformasyon değerlerinin değişim grafiği gösterilmiştir.

Çizelge 4.25. Malzemelerin çelik-çelik seçilmesi durumunda oluşan basınç değerleri

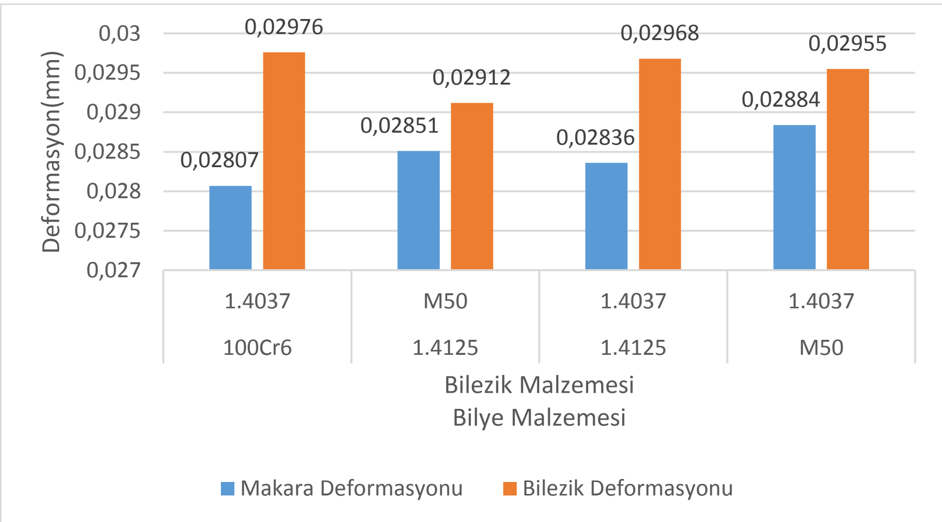
Kuvvet	Makara Malzemesi	Bilezik Malzemesi	Makara Yarıçapı	İç Yörünge Yarıçapı	Makara Uzunluğu	Po Değeri	Pm Değeri
N	Çelik	Çelik	mm	mm	mm	N/mm2	N/mm2
2000	100Cr6	1.4037	5	14	10	1391,27	1095,48
2000	1.4125	M50	5	14	10	1395,64	1098,93
2000	1.4125	1.4037	5	14	10	1386,98	1092,11
2000	M50	1.4037	5	14	10	1379,77	1086,43



Şekil.4.33. Malzemelerin çelik-çelik seçilmesi durumunda basınç değerlerinin değişim grafiği

Çizelge 4.26. Malzemelerin çelik-çelik seçilmesi durumunda makara ve bilezikte oluşan deformasyon değerleri

Kuvvet	Makara Malzemesi	Bilezik Malzemesi	Makara Yarıçapı	İç Yörünge Yarıçapı	Makara Uzunluğu	Makara Deformasyonu	Bilezik Deformasyonu
N	Çelik	Çelik	mm	mm	mm	mm	mm
2000	100Cr6	1.4037	5	14	10	0,02807	0,02976
2000	1.4125	M50	5	14	10	0,02851	0,02912
2000	1.4125	1.4037	5	14	10	0,02836	0,02968
2000	M50	1.4037	5	14	10	0,02884	0,02955

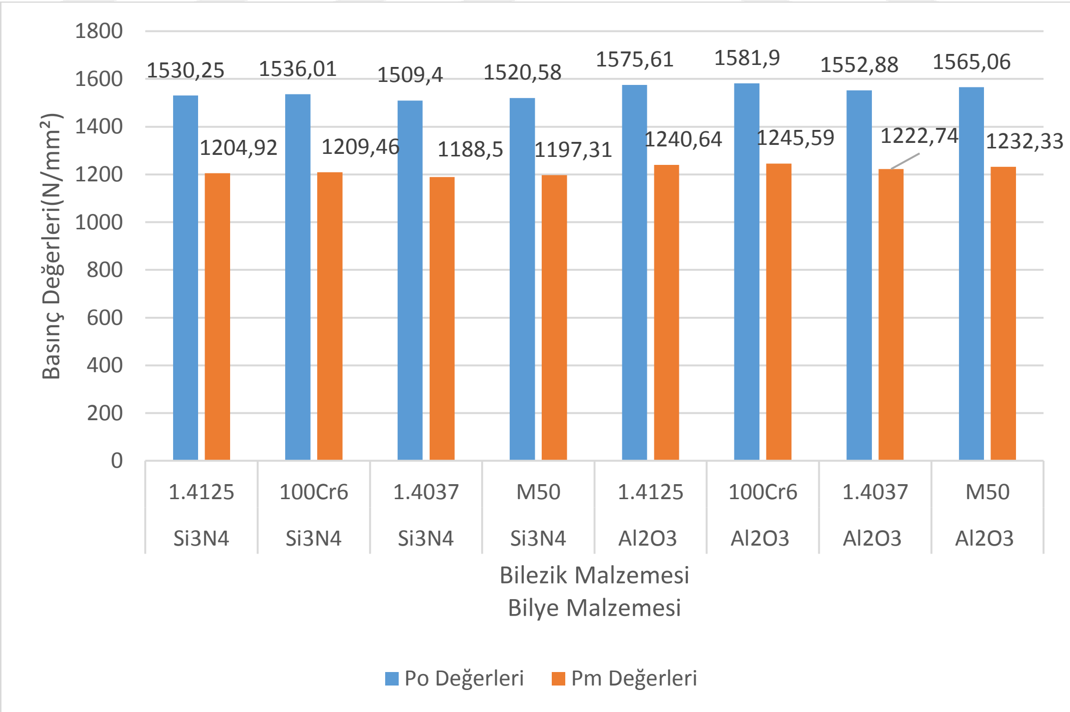


Şekil 4.34. Malzemelerin çelik-çelik seçilmesi durumunda makara ve bilezikte oluşan deformasyon değerlerinin değişim grafiği

Çizelge 4.27 ve Çizelge 4.28'de makara ve bilezik malzemelerinin seramik-çelik seçilmesi durumunda oluşan basınç ve deformasyon değerleri her bir malzeme çifti için ayrı ayrı gösterilmiştir. Şekil 4.35 ve Şekil 4.36'da her bir çift malzeme için basınç ve deformasyon değerlerinin değişim grafiği gösterilmiştir.

Çizelge 4.27. Malzemelerin seramik-çelik seçilmesi durumunda oluşan basınç değerleri

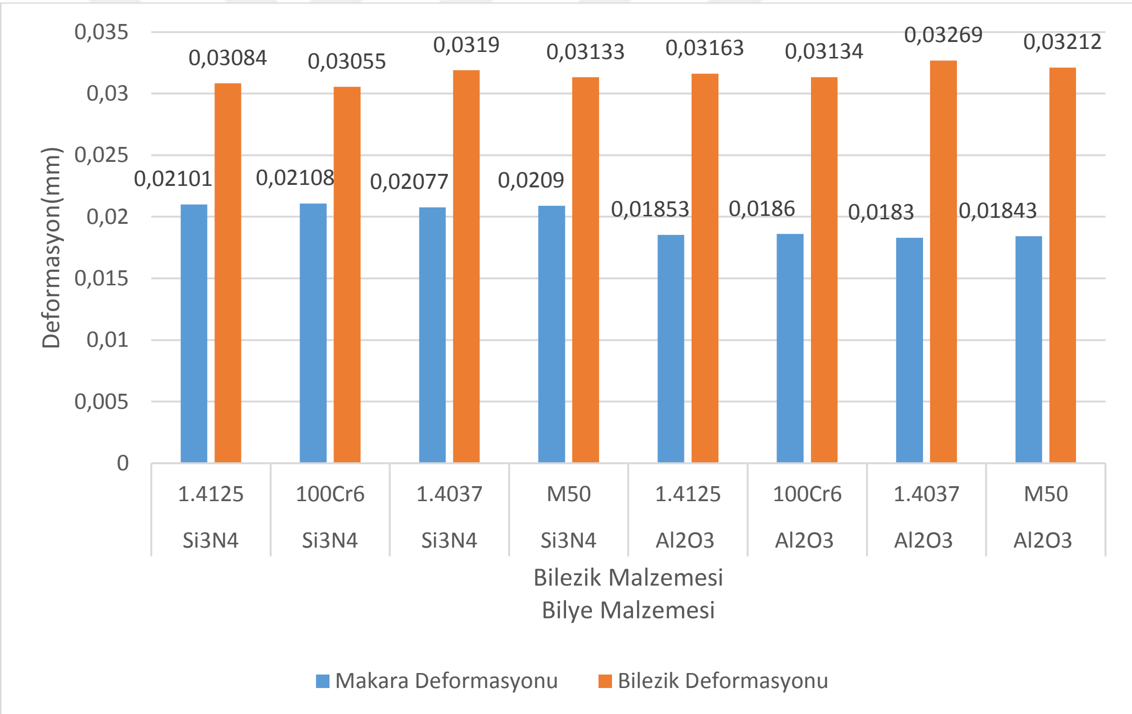
Kuvvet	Makara Malzemesi	Bilezik Malzemesi	Makara Yarıçapı	İç Yörünge Yarıçapı	Makara Uzunluğu	Po Değeri	Pm Değeri
N	Seramik	Çelik	mm	mm	mm	N/mm2	N/mm2
2000	Si_3N_4	1.4125	5	14	10	1530,25	1204,92
2000	Si_3N_4	100Cr6	5	14	10	1536,01	1209,46
2000	Si_3N_4	1.4037	5	14	10	1509,4	1188,5
2000	Si_3N_4	M50	5	14	10	1520,58	1197,31
2000	Al_2O_3	1.4125	5	14	10	1575,61	1240,64
2000	Al_2O_3	100Cr6	5	14	10	1581,9	1245,59
2000	Al_2O_3	1.4037	5	14	10	1552,88	1222,74
2000	Al_2O_3	M50	5	14	10	1565,06	1232,33



Şekil 4.35. Malzemelerin seramik-çelik seçilmesi durumunda basınç değerlerinin değişim grafiği

Çizelge 4.28. Malzemelerin seramik-çelik seçilmesi durumunda makara ve bilezikte oluşan deformasyon değerleri

Kuvvet	Makara Malzemesi	Bilezik Malzemesi	Makara Yarıçapı	İç Yörünge Yarıçapı	Makara Uzunluğu	Makara Deformasyonu	Bilezik Deformasyonu
N	Seramik	Çelik	mm	mm	mm	mm	mm
2000	Si_3N_4	1.4125	5	14	10	0,02101	0,03084
2000	Si_3N_4	100Cr6	5	14	10	0,02108	0,03055
2000	Si_3N_4	1.4037	5	14	10	0,02077	0,0319
2000	Si_3N_4	M50	5	14	10	0,0209	0,03133
2000	Al_2O_3	1.4125	5	14	10	0,01853	0,03163
2000	Al_2O_3	100Cr6	5	14	10	0,0186	0,03134
2000	Al_2O_3	1.4037	5	14	10	0,0183	0,03269
2000	Al_2O_3	M50	5	14	10	0,01843	0,03212

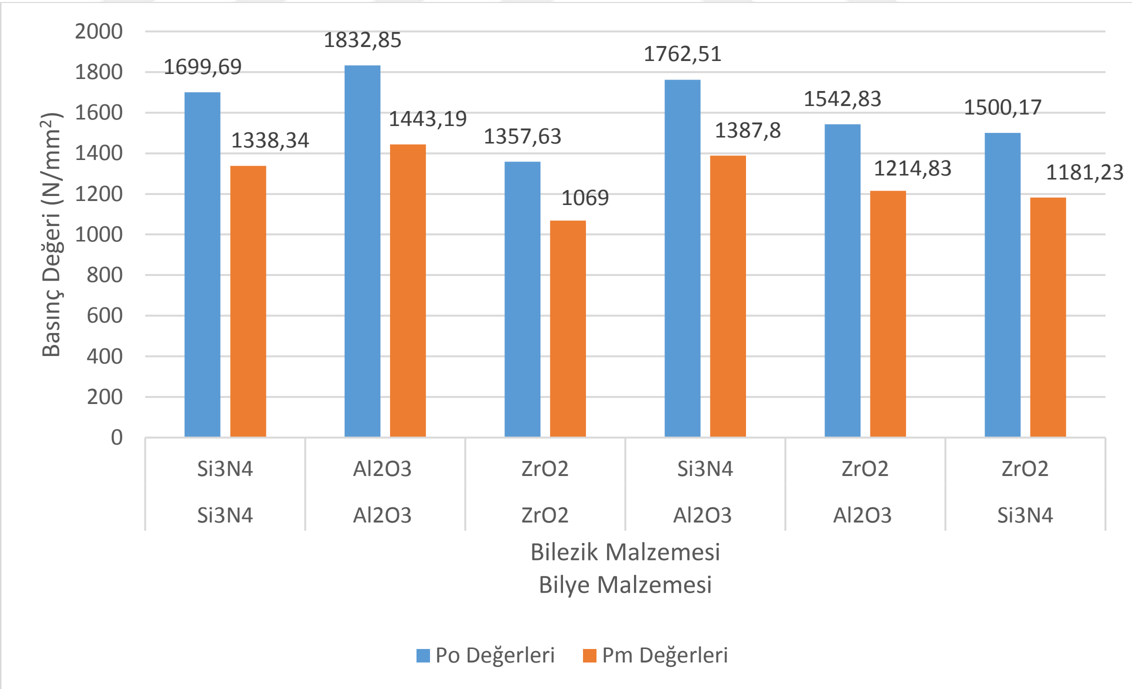


Şekil 4.36. Malzemelerin seramik-çelik seçilmesi durumunda makara ve bilezikte oluşan deformasyon değerlerinin değişim grafiği

Çizelge 4.29 ve Çizelge 4.30'da makara ve bilezik malzemelerinin seramik-seramik seçilmesi durumunda oluşan basınç ve deformasyon değerleri her bir malzeme çifti için ayrı ayrı gösterilmiştir. Şekil 4.37 ve Şekil 4.38'de her bir çift malzeme için basınç ve deformasyon değerlerinin değişim grafiği gösterilmiştir.

Çizelge 4.29. Malzemelerin seramik-seramik seçilmesi durumunda oluşan basınç değerleri

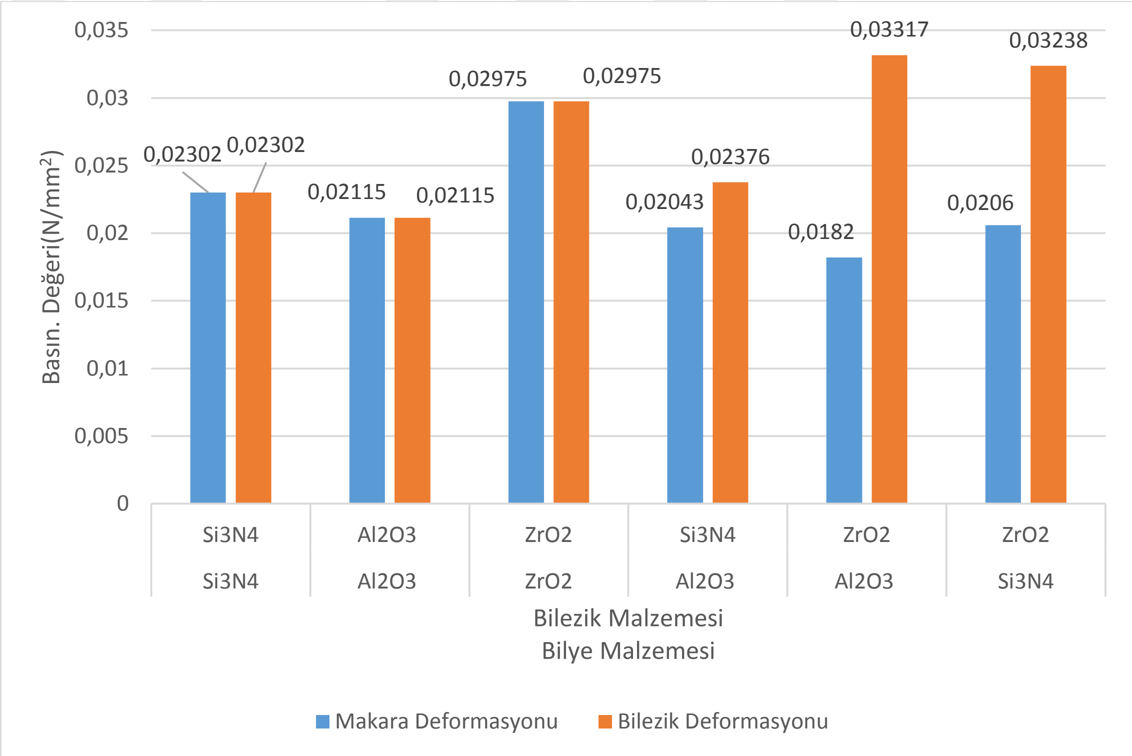
Kuvvet	Makara Malzemesi	Bilezik Malzemesi	Makara Yarıçapı	İç Yörünge Yarıçapı	Makara Uzunluğu	Po Değeri	Pm Değeri
N	Seramik	Seramik	mm	mm	mm	N/mm2	N/mm2
2000	Si_3N_4	Si_3N_4	5	14	10	1699,69	1338,34
2000	Al_2O_3	Al_2O_3	5	14	10	1832,85	1443,19
2000	ZrO_2	ZrO_2	5	14	10	1357,63	1069
2000	Al_2O_3	Si_3N_4	5	14	10	1762,51	1387,8
2000	Al_2O_3	ZrO_2	5	14	10	1542,83	1214,83
2000	Si_3N_4	ZrO_2	5	14	10	1500,17	1181,23



Şekil 4.37. Malzemelerin seramik-seramik seçilmesi durumunda basınç değerlerinin değişim grafiği

Çizelge 4.30. Malzemelerin seramik-seramik seçilmesi durumunda makara ve bilezikte oluşan deformasyon değerleri

Kuvvet	Makara Malzemesi	Bilezik Malzemesi	Makara Yarıçapı	İç Yörünge Yarıçapı	Makara Uzunluğu	Makara Deformasyonu	Bilezik Deformasyonu
N	**Seramik**	**Seramik**	**mm**	**mm**	**mm**	**mm**	**mm**
2000	Si_3N_4	Si_3N_4	5	14	10	0,02302	0,02302
2000	Al_2O_3	Al_2O_3	5	14	10	0,02115	0,02115
2000	ZrO_2	ZrO_2	5	14	10	0,02975	0,02975
2000	Al_2O_3	Si_3N_4	5	14	10	0,02043	0,02376
2000	Al_2O_3	ZrO_2	5	14	10	0,0182	0,03317
2000	Si_3N_4	ZrO_2	5	14	10	0,0206	0,03238



Şekil 4.38. Malzemelerin seramik-seramik seçilmesi durumunda makara ve bilezikte oluşan deformasyon değerlerinin değişim grafiği

5.TARTIŞMA ve SONUÇ

Kuvvet değişim grafiklerinden görüldüğü üzere hem sabit bilyeli rulmanlar hem de silindirik makaralı rulmanlar için kuvvet değeri arttıkça Hertz basınç değerleri ve deformasyon değerlerinin arttığı görülmüştür. Aynı kuvvet altında makaralı rulmanlardaki basınç ve deformasyon değerlerinin sabit bilyeli rulmanlara göre daha düşük çıktığı görülmüştür. Pandiyarajan ve ark.(2011) büyük çaplı rulmanlarda yaptıkları çalışmalarda 10 kN ve 80kN arasında kuvvet uygulayarak, kuvvetin artmasıyla temas gerilmelerinin arttığı sonucuna ulaşmışlardır.

Sabit bilyeli rulmanlarda yiv yarıçapı/ bilye çapı uygunluk oranının değişim grafikleri incelendiğinde bu oranın artmasıyla basınç ve deformasyon değerlerinin arttığı görülmüştür. 0.52 ve 0.53 değerleri arasında daha düşük bir artış gözlenmiştir. Kaynaklarda bu oranın optimum olarak 0.52 olması gerektiği belirtilmiştir.

Bilye çapı ve makara çapının artmasının basınç ve deformasyon değerlerinde azaltma ortaya çıkardığı görülmüştür. Bu değerlerin değiştirilmesi durumunda rulmanın da belli bir oranda geometrisinin değişebileceği göz ardı edilmemelidir.

Sabit bilyeli ve silindirik makaralı rulmanlarda iç yörünge çapının artması durumunda basınç ve deformasyon değerlerinde çok az bir azalma görülmüştür. Bilye ve makara çaplarının artırılması durumunda olan azalmanın iç yörünge çapının artması durumundakinden daha fazla olduğu görülmüştür. İç yörünge çapının değiştirilmesi iç bilezik ve dış bilezik çaplarını etkileyecektir.

Sadece sabit bilyeli rulmanlarda hesaplaması yapılan elastisite modülü aynı poisson oranı farklı olan iki malzemenin kullanılması durumunda basınç değerlerinde değişim gözlenmemiştir. Sadece bilyede ve bilezikte oluşan deformasyon değerleri malzemenin değişmesiyle yer değiştirmiştir.

Sadece silindirik makaralı rulmanlar için hesaplaması yapılan makara uzunluğunun değişimi durumunda basınç değerlerinde azalma görülmesine rağmen deformasyon değerlerinde artış görülmüştür. Makaralı rulmanlarda temas yüzeyinin kısa kenar uzunluğu(b) elastisite modülüne bağlıyken uzun kenar uzunluğu(a) makaranın uzunluğuna bağlıdır. Temas yüzeyinin kısa kenarının (b) çok az azalmasına rağmen uzun kenarının (a) daha büyük oranda artması bu sonucu ortaya çıkarmıştır.

Çelik-Çelik malzeme seçilmesi durumunda hem sabit bilyeli rulmanlarda hem de silindirik makaralı rulmanlarda en düşük basınç değerinin yuvarlanma elemanı için M50, bilezik için 1.4037 seçildiği durumda ortaya çıktığı görülmüştür. Her iki rulman çeşidi için yuvarlanma elemanındaki en düşük deformasyon 100Cr6-1.4037 malzeme çiftinde görülmüştür. Buradan malzemedeki elastisite modülünün basınç ve deformasyon üzerindeki etkisi görülebilmektedir.

Seramik-Çelik malzeme seçilmesi durumunda her iki rulman içinde en düşük basınç değeri, yuvarlanma elemanı için silikon nitrit(Si_3N_4), bilezik için 1.4037 yüksek alaşımlı çeliğin seçildiği durumda görülmüştür. Yuvarlanma elemanındaki en düşük değer ise Al_2O_3-M50 malzeme çiftinde görülmüştür.

Seramik-Seramik malzeme seçilmesi durumunda en düşük basınç değeri ZrO_2- ZrO_2 malzeme çiftinde görülürken, en düşük deformasyon değeri Si3N4- ZrO_2 malzeme çiftinde görülmüştür.

Deformasyon değerinin düşüklüğüne bakarak seramik-çelik malzeme çiftinin diğer malzeme çiftlerine oranla daha iyi sonuçlar ortaya çıkardığı görülmüştür. Bu durum sadece malzemenin elastisite modülü ve poisson oranı dikkate alınarak ortaya çıkmıştır. Rulman seçiminde kullanım şartları, maliyet durumu, aşınma direnci, ısıl ve elektriksel yalıtım gibi özellikler de dikkate alınmalıdır.

Makaralı rulmanlardaki basınç dağılımının sabit bilyeli rulmanlara göre daha iyi olduğu görülmüştür. Ayrıca makaralı rulmanlarda çizgisel temas yüzeyinin oluşması sabit bilyeli rulmanlara göre basınç değerlerinin daha düşük olmasını sağlamıştır.

KAYNAKLAR

Amasorrain, J.I., Sagartsazu, X., Damian, J. 2003. Load distribution in a four contact-point slewing bearing, *Mechanism and Machine Theory,* 38: 479-496.

Anonim 2017a. Technical Information.
http://www.wib-bearings.com/en/bearings/infotech/matiere.php
(Erişim Tarihi:12.01.2017)

Anonim 2017b. Bearing Materials.
http://www.nsk.com.br/upload/file/nsk_cat_e728g_10.pdf (Erişim Tarihi: 12.01.2017)

Antoine, J.F., Visa, C., Sauvey, C., Abba G. 2006. Approximate Analytical Model For Hertzian Elliptical Contact Problems", *Journal of Tribology,* 128: 660-664.

Brüser, P. 1972. Untersuchungen über die elastohydrodynamische Schmierfilmdicke bei elliptischen Hertzschen Kontaktflächen, *Doktora Tezi,* Carolo-Wilhelmina Teknik Üniversitesi,

Denkena, B., Grove, T., Maiss, O. 2016. Influence of hard turned roller bearings surface on surface integrity after deep Rolling. *Procedia CIRP,* 45: 359-362.

Fernandes, P.J.L. 1997. Contact Fatigue in Rolling-Element Bearings, *Engineering Failure Analysis,* 4 (2): 155-160.

Göncz, P., Ulbin, M., Glodez, S. 2015. Computational assessment of the allowable static contact loading of a roller-slewing bearing's case-hardened raceway. *International Journal of Mechanical Sciences,* 94-95: 174-184.

Gün, O. 2010. Rulmanlı Yataklarda Hertz Basınçlarının Hesabı, *Yüksek Lisans Tezi,* Uludağ Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Makine Mühendisliği Anabilim Dalı, Bursa.

Hamrock, J., Anderson, W. 1983. Rolling-Element Bearings, NASA Reference Publication, Lewis Research Center ,USA,.

İleri, H. 1973. Makine Elemanları Hesabı(Birinci Cilt), İstanbul Teknik Üniversitesi Matbaası, Gümüşsuyu, s. 230-236.

Jamari, J., Schipper, D.J. 2006. Deformation due to contact between a rough surface and a smooth ball. *Wear,* 262: 138-145.

Kırımlı, E. 2003. Rulmanlı Yataklarda Hertz Basınçlarının Performans Üzerine Etkisi, *Yüksek Lisans Tezi,* Uludağ Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Makine Mühendisliği Anabilim Dalı, Bursa.

Lee, J., Pan J. 2016. Closed-form analytical solutions for calculation of loads and contact pressures for roller and ball bearings. *Tribology International,* 103: 187-196.

Long, J.M., Wang, G.F., Feng, X.Q., Yu, S.W. 2011. Two-dimensional Hertzian contact problem with surface tension. *International Journal of Solids and Structures,* 49: 1588-1594.

Nelias, D., Jacq, C., Lormand, G., Dudrange, G., Vincent, A. 2005. New Methodology to Evaluate the Rolling Contact Fatigue Performance of Bearing Steels With Surface Dents: Application to 32CrMoV13 Nitrided and M50 Steels, *Journal of Tribology,* 127: 611-622.

Pandiyarajan, R., Starvin, M.S., Ganesh, K.C. 2011. Contact Stress Distribution of Large Diameter Ball Bearing Using Hertzian Elliptical Contact Theory, *Procedia Engineering,* 38: 264-269.

Pattabhiraman, S., Levesque, G., Kim, N.H., Arakere, N.K. 2010. Uncertainty analysis for rolling contact fatigue failure probability of silicon nitride ball bearings. *International Journal of Solids and Structures,* 47: 2543-2553.

Pipaniya, S., Lodwal, A. 2014. Contact Stress Analysis of Deep Groove Ball Bearing 6210 Using Hertzian Contact Theory, *International Journal of Innovative Research in Engineering & Science*, 7: 8-16.

Rycerz, P., Olver, A., Kadiric, A. 2016. Propagation of surface initiated rolling contact fatigue cracks in bearing steel. *International Journal of Fatigue*, 97: 29-38.

Sciammarella, C.A., Chen, R.J.S., Gallo, P., Berto, F., Lamberti, L. 2016. Experimental evaluation of rolling contact fatigue in railroad wheels. *International Journal of Fatigue,* 91: 158-170.

Timoshenko, S., GOODIER, J.H. 1969. Elastisite Teorisi. Çevirenler: Kayan İ., Şuhubi E., Arı Kitabevi Matbaası, s.362-388.

Vieillard, C., Kadin Y., Morales-Espejel, G.E., Gabelli, A. 2016. An experimental and theoretical study of surface Rrolling contact fatigue damage progression in hybrid bearings with artificial dents. *Wear,*364-365: 211-223.

Warda, B., Chudzik, A. 2016. Effect of ring misalignment on the fatigue life of the radial cylindrical roller bearing. *International Journal of Mechanical Sciences,* 111-112: 1-11

Ye, Z., Wang, L., Gu, L., Zhang, C. 2013. Effects of tilted misalignment on loading characteristics of cylindrical roller bearings. *Mechanism and Machine Theory,* 69: 153-167.

Zhang, X.C., Xu, B.S., Wang, H.D., Wu, Y.X., Jiang, Y. 2005. Hertzian contact response of single-layer, functionally graded and sandwich coatings. *Materials and Design,* 28: 47-54.

EKLER

EK 1 Matlab Programında Yazılan Kodlar

EK 1:Matlab Programında Yazılan Kodlar

Sabit Bilyalı Rulman için:

```
function varargout = tez161225(varargin)
gui_Singleton = 1;
gui_State = struct('gui_Name',       mfilename, ...
                   'gui_Singleton',  gui_Singleton, ...
                   'gui_OpeningFcn', @tez161225_OpeningFcn, ...
                   'gui_OutputFcn',  @tez161225_OutputFcn, ...
                   'gui_LayoutFcn',  [] , ...
                   'gui_Callback',   []);
if nargin && ischar(varargin{1})
gui_State.gui_Callback = str2func(varargin{1});
end

if nargout
[varargout{1:nargout}] = gui_mainfcn(gui_State, varargin{:});
else
gui_mainfcn(gui_State, varargin{:});
end
function tez161225_OpeningFcn(hObject, eventdata, handles, varargin)
handles.output = hObject;

guidata(hObject, handles);
function varargout = tez161225_OutputFcn(hObject, eventdata, handles)
varargout{1} = handles.output;

function edit1_Callback(hObject, eventdata, handles)
function edit1_CreateFcn(hObject, eventdata, handles)
if ispc && isequal(get(hObject,'BackgroundColor'),
get(0,'defaultUicontrolBackgroundColor'))
set(hObject,'BackgroundColor','white');

end

function edit3_Callback(hObject, eventdata, handles)
function edit3_CreateFcn(hObject, eventdata, handles)
if ispc && isequal(get(hObject,'BackgroundColor'),
get(0,'defaultUicontrolBackgroundColor'))
set(hObject,'BackgroundColor','white');

 end

function edit4_Callback(hObject, eventdata, handles)
function edit4_CreateFcn(hObject, eventdata, handles)
if ispc && isequal(get(hObject,'BackgroundColor'),
get(0,'defaultUicontrolBackgroundColor'))
```

```
set(hObject,'BackgroundColor','white');

 end

function edit6_Callback(hObject, eventdata, handles)
function edit6_CreateFcn(hObject, eventdata, handles)
if ispc && isequal(get(hObject,'BackgroundColor'),
get(0,'defaultUicontrolBackgroundColor'))
set(hObject,'BackgroundColor','white');

end

function edit8_Callback(hObject, eventdata, handles)
function edit8_CreateFcn(hObject, eventdata, handles)
if ispc && isequal(get(hObject,'BackgroundColor'),
get(0,'defaultUicontrolBackgroundColor'))
set(hObject,'BackgroundColor','white');

 end

function edit2_Callback(hObject, eventdata, handles)
function edit2_CreateFcn(hObject, eventdata, handles)
if ispc && isequal(get(hObject,'BackgroundColor'),
get(0,'defaultUicontrolBackgroundColor'))
set(hObject,'BackgroundColor','white');

 end

function edit5_Callback(hObject, eventdata, handles)
function edit5_CreateFcn(hObject, eventdata, handles)
if ispc && isequal(get(hObject,'BackgroundColor'),
get(0,'defaultUicontrolBackgroundColor'))
    set(hObject,'BackgroundColor','white');

end

function edit7_Callback(hObject, eventdata, handles)

function edit7_CreateFcn(hObject, eventdata, handles)
if ispc && isequal(get(hObject,'BackgroundColor'),
get(0,'defaultUicontrolBackgroundColor'))
    set(hObject,'BackgroundColor','white');
end

 function pushbutton2_Callback(hObject, eventdata, handles)

 F=str2num(get(handles.edit1,'string'));
R1=str2num(get(handles.edit2,'string'));
```

```
R2=str2num(get(handles.edit3,'string'));
R3=R1;
R4=str2num(get(handles.edit4,'string'));
E1=str2num(get(handles.edit5,'string'));
E2=str2num(get(handles.edit6,'string'));
V1=str2num(get(handles.edit7,'string'));
V2=str2num(get(handles.edit8,'string'));

axes(handles.axes1);
cla;

AB=(1/R1)+(1/R2)+(1/R3)+(1/R4);
ACI=((1/R2)-(1/R4))/(AB);
if ACI==0
m=1;
n=1;


elseif ACI<0.4
m=1.175;
n=0.8845;


elseif ACI==0.4
m=1.35;
n=0.769;


elseif ACI<0.5
m=1.415;
n=0.7435;


elseif ACI==0.5
m=1.48;
n=0.718;


elseif ACI<0.6
m=1.57;
n=0.691;


elseif ACI==0.6
m=1.66;
n=0.664;
```

```
elseif ACI<0.7
m=1.785;
n=0.636;

elseif ACI==0.7
m=1.91;
n=0.608;

elseif ACI<0.75
m=1.99;
n=0.5925;

elseif ACI==0.75
m=2.07;
n=0.577;

elseif ACI<0.8
m=2.1825;
n=0.561;

elseif ACI==0.8
m=2.295;
n=0.545;

elseif ACI<0.85
m=2.4325;
n=0.5225;

elseif ACI==0.85
m=2.57;
n=0.5;

elseif ACI<0.9
m=2.815;
n=0.481;

elseif ACI==0.9
```

```
m=3.06;
n=0.462;


elseif ACI<0.95
m=3.50;
n=0.432;


elseif ACI==0.95
m=4.14;
n=0.395;


elseif ACI<1
m=5.22;
n=0.352;


end

k1=(1-(V1^2))/E1;
k2=(1-(V2^2))/E2;
a=1.4*m*(F/((2/(k1+k2))*AB))^(1/3);
b=1.4*n*(F/((2/(k1+k2))*AB))^(1/3)
set(handles.text17,'String', a);
set(handles.text18,'String', b);

%t=a/4.5;
%m=b/4.5;

t=a/5;
m=b/5;
xmin=-1.5*b;
xmax=1.4*b;
ymin=-1.5*a;
ymax=1.2*a;
P0=(3*F)/(2*pi*a*b)
Pm=2*P0/3;
set(handles.text11,'String', Pm);
set(handles.text13,'String', P0);

%Hertz Basınçlarının Hesabı
x=xmin;
y=ymin;
M=((xmax-xmin)/m)+1
N=((ymax-ymin)/t)+1
for i=1:N
```

```
for j=1:M
kk(i,j)=(1-((x/b)^(2))-((y/a)^2));
if kk(i,j)<=0
kk(i,j)=0;
end
P(i,j)=P0*(kk(i,j))^(1/2)
X(i,j)=x;
Y(i,j)=y;
x=x+m;
fark1=abs(abs(x)-abs(xmax));
if fark1<0.00001
x=xmax;
end
if x>xmax
x=xmin;
y=y+t;
end
fark2=abs(abs(y)-abs(ymax));
if fark2<0.00001
y=ymax;
end
if y>ymax
break
end
end
end
for i=1:N
for j=1:M
Xko(1,j)=X(i,j);
Yko(i,1)=Y(i,j);
end
end

%Hertz Deformasyonlarının Hesabı

f=t/m;
for i=1:N
for j=1:M
WX(i,j)=X(i,j);
WY(i,j)=Y(i,j);
end
end
for k=1:N
for l=1:M
W1(k,l)=0;
W2(k,l)=0;
WTOP(k,l)=0;
end
```

```
end
for k=1:N
for l=1:M
 for i=1:N
for j=1:M
kok(i,j)=(((WX(k,l)-X(i,j))^2)+((WY(k,l)-Y(i,j))^2));
if kok(i,j)==0
w1(i,j)=k1*2*m*(((1+f^2)^(1/2))*log(((1+f^2)^(1/2)))/(((1+f^2)^(1/2))-1));
w2(i,j)=k2*2*m*(((1+f^2)^(1/2))*log(((1+f^2)^(1/2)))/(((1+f^2)^(1/2))-1));
wtop(i,j)=w1(i,j)+w2(i,j);
end
if kok(i,j)>0
w1(i,j)=k1*((P(i,j)*m*t))/(kok(i,j))^(1/2);
w2(i,j)=k2*((P(i,j)*m*t))/(kok(i,j))^(1/2);
wtop(i,j)=w1(i,j)+w2(i,j);
end
W1(k,l)=W1(k,l)+w1(i,j);
W2(k,l)=W2(k,l)+w2(i,j);
WTOP(k,l)=W1(k,l)+W2(k,l)
end
end
end
end

set(handles.text21,'String',max(W1(:)));
set(handles.text22,'String',max(W2(:)));

axes(handles.axes1);
rotate3d;
grid on;
plot(P);
grafik1=size(P);
mesh(1:1:grafik1(2),1:1:grafik1(1),P);
axis([1 grafik1(2) 1 grafik1(1) 0 max(max(P))]);
xlabel(' b yarıçaplı Eksen');
ylabel(' a yarıçaplı Eksen');
zlabel('P, Etki Eden Basınç,N');
title('Hertz Basıncı');

axes(handles.axes2);
rotate3d;
grid on;
plot(W1);
grafik2=size(W1);
mesh(1:1:grafik2(2),1:1:grafik2(1),W1);
axis([1 grafik2(2) 1 grafik2(1) 0 max(max(W1))])
xlabel('b yarıçaplı eksen');
ylabel(' a yarıçaplı eksen');
```

```
zlabel('W1, Bilyadaki Def.,mm');
title('Hertz Deformasyonu');

axes(handles.axes3);
plot(W2);
grid on;
axis([0, 20, 0, 20]);
grafik3=size(W2);
mesh(1:1:grafik3(2),1:1:grafik3(1),W2);
axis([1 grafik3(2) 1 grafik3(1) 0 max(max(W2))])
xlabel('b yarıçaplı eksen');
ylabel(' a yarıçaplı eksen');
zlabel('W2, Bilezikteki Def.,mm');
title('Hertz Deformasyonu');
```

Silindirik Makaralı Rulman için:

```
function varargout = makara(varargin)
gui_Singleton = 1;
gui_State = struct('gui_Name',       mfilename, ...
                   'gui_Singleton',  gui_Singleton, ...
                   'gui_OpeningFcn', @makara_OpeningFcn, ...
                   'gui_OutputFcn',  @makara_OutputFcn, ...
                   'gui_LayoutFcn',  [] , ...
                   'gui_Callback',   []);
if nargin && ischar(varargin{1})
gui_State.gui_Callback = str2func(varargin{1});
end

if nargout
[varargout{1:nargout}] = gui_mainfcn(gui_State, varargin{:});
else
gui_mainfcn(gui_State, varargin{:});
end
.
function makara_OpeningFcn(hObject, eventdata, handles, varargin)
handles.output = hObject;

guidata(hObject, handles);
function varargout = makara_OutputFcn(hObject, eventdata, handles)
varargout{1} = handles.output;
function edit1_Callback(hObject, eventdata, handles)
function edit1_CreateFcn(hObject, eventdata, handles)
if ispc && isequal(get(hObject,'BackgroundColor'),
get(0,'defaultUicontrolBackgroundColor'))
set(hObject,'BackgroundColor','white');
end
```

```
function edit3_Callback(hObject, eventdata, handles)
function edit3_CreateFcn(hObject, eventdata, handles)
if ispc && isequal(get(hObject,'BackgroundColor'),
get(0,'defaultUicontrolBackgroundColor'))
set(hObject,'BackgroundColor','white');
end

function edit5_Callback(hObject, eventdata, handles)
function edit5_CreateFcn(hObject, eventdata, handles)
if ispc && isequal(get(hObject,'BackgroundColor'),
get(0,'defaultUicontrolBackgroundColor'))
set(hObject,'BackgroundColor','white');
end

function edit7_Callback(hObject, eventdata, handles)
function edit7_CreateFcn(hObject, eventdata, handles)
if ispc && isequal(get(hObject,'BackgroundColor'),
get(0,'defaultUicontrolBackgroundColor'))
set(hObject,'BackgroundColor','white');
end

function edit2_Callback(hObject, eventdata, handles)
function edit2_CreateFcn(hObject, eventdata, handles)

if ispc && isequal(get(hObject,'BackgroundColor'),
get(0,'defaultUicontrolBackgroundColor'))
set(hObject,'BackgroundColor','white');
end

function edit4_Callback(hObject, eventdata, handles)
function edit4_CreateFcn(hObject, eventdata, handles)
if ispc && isequal(get(hObject,'BackgroundColor'),
get(0,'defaultUicontrolBackgroundColor'))
set(hObject,'BackgroundColor','white');
end

function edit6_Callback(hObject, eventdata, handles)
function edit6_CreateFcn(hObject, eventdata, handles)
if ispc && isequal(get(hObject,'BackgroundColor'),
get(0,'defaultUicontrolBackgroundColor'))
set(hObject,'BackgroundColor','white');
end
function edit8_Callback(hObject, eventdata, handles)
function edit8_CreateFcn(hObject, eventdata, handles)

if ispc && isequal(get(hObject,'BackgroundColor'),
get(0,'defaultUicontrolBackgroundColor'))
```

```
set(hObject,'BackgroundColor','white');
end

function pushbutton1_Callback(hObject, eventdata, handles)

F=str2num(get(handles.edit1,'string'));
R1=str2num(get(handles.edit2,'string'));
R2=str2num(get(handles.edit3,'string'));
R3=Inf;
R4=Inf;
E1=str2num(get(handles.edit4,'string'));
E2=str2num(get(handles.edit5,'string'));
V1=str2num(get(handles.edit6,'string'));
V2=str2num(get(handles.edit7,'string'));
l=str2num(get(handles.edit8,'string'));

AB=((1/R1)+(1/R2)+(1/R3)+(1/R4));
k1=(1-(V1^2))/E1;
k2=(1-(V2^2))/E2;
a=l/2;
b=((4*F*(k1+k2))/(AB*l*pi))^(1/2)
t=a/4.5;
m=b/4.5;
xmin=-1.5*b;
xmax=1.4*b;
ymin=-1.5*a;
ymax=1.2*a;
P0=(2*F)/(pi*b*l)
Pm=P0/1.27;

set(handles.text16,'String', a);
set(handles.text17,'String', b);
set(handles.text18,'String', Pm);
set(handles.text19,'String', P0);

%Hertz Basınçlarının Hesabı
x=xmin;
y=ymin;
M=((xmax-xmin)/m)+1
N=((ymax-ymin)/t)+1
for i=1:N
for j=1:M
kk(i,j)=(1-((x/b)^(2)));
if kk(i,j)<=0
kk(i,j)=0;
end
P(i,j)=P0*(kk(i,j))^(1/2)
X(i,j)=x;
```

```
Y(i,j)=y;
x=x+m;
fark1=abs(abs(x)-abs(xmax));
if fark1<0.00001
x=xmax;
end
if x>xmax
x=xmin;
y=y+t;
end
fark2=abs(abs(y)-abs(ymax));
if fark2<0.00001
y=ymax;
end
if y>ymax
break
end
end
end
for i=1:N
for j=1:M
Xko(1,j)=X(i,j);
Yko(i,1)=Y(i,j);
end
end
%Hertz Deformasyonlarının Hesabı
f=t/m;
for i=1:N
for j=1:M
WX(i,j)=X(i,j);
WY(i,j)=Y(i,j);
end
end
for k=1:N
for l=1:M
W1(k,l)=0;
W2(k,l)=0;
WTOP(k,l)=0;
end
end
for k=1:N
for l=1:M
for i=1:N
for j=1:M
kok(i,j)=(((WX(k,l)-X(i,j))^2)+((WY(k,l)-Y(i,j))^2));
if kok(i,j)==0
w1(i,j)=k1*2*m*(((1+f^2)^(1/2))*log(((1+f^2)^(1/2)))/(((1+f^2)^(1/2))-1));
w2(i,j)=k2*2*m*(((1+f^2)^(1/2))*log(((1+f^2)^(1/2)))/(((1+f^2)^(1/2))-1));
```

```
wtop(i,j)=w1(i,j)+w2(i,j);
end
if kok(i,j)>0
w1(i,j)=k1*((P(i,j)*m*t))/(kok(i,j))^(1/2);
w2(i,j)=k2*((P(i,j)*m*t))/(kok(i,j))^(1/2);
wtop(i,j)=w1(i,j)+w2(i,j);
end
W1(k,l)=W1(k,l)+w1(i,j);
W2(k,l)=W2(k,l)+w2(i,j);
WTOP(k,l)=W1(k,l)+W2(k,l);
end
end
end
end

set(handles.text20,'String',max(W1(:)));
set(handles.text21,'String',max(W2(:)));

axes(handles.axes1);
rotate3d;
grid on;
plot(P)
ciz=size(P);
mesh(1:1:ciz(2),1:1:ciz(1),P);
axis([1 ciz(2) 1 ciz(1) 0 max(max(P))]);
xlabel('b yarıçaplı Eksen');
ylabel('a yarıçaplı Eksen');
zlabel('P, Basınç,N');
title('Hertz Basıncı');

axes(handles.axes2);
rotate3d;
grid on;
plot(W1);
graf=size(W1);
mesh(1:1:graf(2),1:1:graf(1),W1);
axis([1 graf(2) 1 graf(1) 0 max(max(W1))])
xlabel('b yarıçaplı Eksen');
ylabel('a yarıçaplı Eksen');
zlabel('W1, Makaradaki Def.,mm');
title('Hertz Deformasyonu');

axes(handles.axes3);
rotate3d;
grid on;
plot(W2);
graf=size(W2);
mesh(1:1:graf(2),1:1:graf(1),W2);
```

```
axis([1 graf(2) 1 graf(1) 0 max(max(W2))])
xlabel('b yarıçaplı Eksen');
ylabel('a yarıçaplı Eksen');
zlabel('W2, Bilezikteki Def.,mm');
title('Hertz Deformasyonu');
```

ÖZGEÇMİŞ

Adı Soyadı	: Hasan ÖZAYDIN
Doğum Yeri ve Tarihi	: Bursa, 1990.
Yabancı Dili	: İngilizce

Eğitim Durumu (Kurum ve Yıl)

Lise	: Bursa Gazi Anadolu Lisesi (2004-2008)
Lisans	: Uludağ Üniversitesi Makine Mühendisliği Bölümü (2008- 2012)
Yüksek Lisans	: Uludağ Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Makine Mühendisliği Bölümü (2013- Devam ediyor)

Çalıştığı Kurum/Kurumlar ve Yıl	: Bplas A.Ş. (2015-Devam ediyor)
İletişim (e-posta)	: hasanozaydin90@gmail.com