



T.C.  
Uludağ Üniversitesi  
Fen Bilimleri Enstitüsü

**BİR KAYIPLI DİELEKTRİK YARI-UZAY  
ÜZERİNDE KONUŞLANMIŞ METALİK  
TEL IZGARA YAPILARINA İLİŞKİN  
IŞIMA VE SAÇILMA PROBLEMLERİ**

**Ömer ZOR**

**Doktora Tezi**

**BİR KAYIPLI DİELEKTRİK YARI-UZAY  
ÜZERİNDE KONUŞLANMIŞ METALİK  
TEL IZGARA YAPILARINA İLİŞKİN  
IŞIMA VE SAÇILMA PROBLEMLERİ**

**Ömer ZOR**



T.C.  
ULUDAĞ ÜNİVERSİTESİ  
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

BİR KAYIPLI DİELEKTRİK YARI-UZAY ÜZERİNDE KONUŞLANMIŞ  
METALİK TEL IZGARA YAPILARINA İLİŞKİN İŞİMA VE SAÇILMA  
PROBLEMLERİ

Ömer ZOR

Prof.Dr. Burak POLAT  
(Danışman)

DOKTORA TEZİ  
ELEKTRONİK MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI

BURSA-2012

**Her Hakkı Saklıdır**

## TEZ ONAYI

ÖMER ZOR tarafından hazırlanan “BİR KAYIPLI DİELEKTRİK YARI-UZAY ÜZERİNDE KONUŞLANMIŞ METALİK TEL IZGARA YAPILARINA İLİŞKİN İŞİMA ve SAÇILMA PROBLEMLERİ” adlı tez çalışması aşağıdaki jüri tarafından oy birliği ile Uludağ Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Elektronik Mühendisliği Anabilim Dalı’nda **DOKTORA TEZİ** olarak kabul edilmiştir.

**Danışman** : Prof.Dr. Burak POLAT

- |                                                                                                                                       |      |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
| <b>Başkan:</b> Prof.Dr. Burak POLAT<br>Trakya Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi,<br>Elektrik-Elektronik Mühendisliği Anabilim Dalı  | İmza |
| <b>Üye:</b> Prof.Dr. Ali OKTAY<br>Uludağ Üniversitesi, Mühendislik-Mimarlık<br>Fakültesi, Elektronik Mühendisliği Anabilim Dalı       | İmza |
| <b>Üye:</b> Prof.Dr. Ali ALKUMRU<br>Gebze Yüksek Teknoloji Enstitüsü, Mühendislik<br>Fakültesi, Elektronik Mühendisliği Anabilim Dalı | İmza |
| <b>Üye:</b> Prof.Dr. Güneş YILMAZ<br>Uludağ Üniversitesi, Mühendislik-Mimarlık<br>Fakültesi, Elektronik Mühendisliği Anabilim Dalı    | İmza |
| <b>Üye:</b> Doç.Dr. Serkan AKSOY<br>Gebze Yüksek Teknoloji Enstitüsü, Mühendislik<br>Fakültesi, Elektronik Mühendisliği Anabilim Dalı | İmza |

**Yukarıdaki sonucu onaylarım / ONAY**

**Prof. Dr. Kadri ARSLAN**  
**Enstitü Müdürü**  
... / ... / 2012

**U.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü, tez yazım kurallarına uygun olarak hazırladığım bu tez çalışmada;**

- tez içindeki bütün bilgi ve belgeleri akademik kurallar çerçevesinde elde ettiğimi,
- görsel, işitsel ve yazılı tüm bilgi ve sonuçları bilimsel ahlak kurallarına uygun olarak sunduğumu,
- başkalarının eserlerinden yararlanılması durumunda ilgili eserlere bilimsel normlara uygun olarak atıfta bulunduğumu,
- atıfta bulunduğum eserlerin tümünü kaynak olarak gösterdiğimi,
- kullanılan verilerde herhangi bir tahrifat yapmadığımı,
- ve bu tezin herhangi bir bölümünü bu üniversite veya başka bir üniversitede başka bir tez çalışması olarak sunmadığımı

**beyan ederim.**

13/07/2012

**Ömer ZOR**

## ÖZET

Doktora Tezi

### BİR KAYIPLI DİELEKTRİK YARI-UZAY ÜZERİNDE KONUŞLANMIŞ METALİK TEL IZGARA YAPILARINA İLİŞKİN IŞIMA VE SAÇILMA PROBLEMLERİ

**Ömer ZOR**

Uludağ Üniversitesi  
Fen Bilimleri Enstitüsü  
Elektronik Mühendisliği Anabilim Dalı

**Danışman:** Prof.Dr. Burak POLAT

Bu çalışmada Green fonksiyonu formülasyonu ve Moment yöntemi kullanılarak rezonans bölgesinde ve “yüksek kırıcılık yaklaşıklığı” altında düzlemsel veya küresel sınıra sahip kayıplı dielektrik yarı-uzay üzerinde konuşlanmış metalik ince tel ızgara yapılarına ilişkin saçılma problemleri incelenmiştir. Bu amaçla Moment yöntemindeki empedans matrisinin ve potansiyel sütününun hesabında, sırasıyla, R.W.P. King’in yüksek kırıcılık yaklaşıklığı altında her uzaklık için geçerli Green fonksiyonları ve düz ve küresel empedans yüzeyleri için K.A. Norton ve J.R. Wait tarafından sunulan asimptotik (uzak alan) Green fonksiyonları kullanılmıştır. Moment yöntemi formülasyonunda hem darbe hem de sinüzoidal baz fonksiyonları kullanılmıştır.

Geliştirilen MATLAB™ tabanlı yazılım NEC-2 formatlı veriyi okuyabilmektedir. Doğrulama amaçlı olarak düzlem dalga uyarımı altında belirli kanonik yapılar üzerinde elde edilen akım dağılımlarının sayısal değerleri NEC-2 ticari yazılımı ile elde edilen değerlerle karşılaştırılmıştır. Birçok düzlemsel veya küresel yer yüzeyi üzerindeki ince tel yapılarından saçılma problemi sunulmuştur. Sinüzoidal baz fonksiyonlarının kullanıldığı durumda elde edilen sonuçlarla NEC-2 ile elde edilen sonuçlar arasında iyi bir uyum gözlemlenmiştir. Bu formülasyonun temel avantajı herhangi bir senaryodaki fiziksel koşulların probleme Green fonksiyonları uygun şekilde değiştirilerek sokulabilmesidir.

**Anahtar Kelimeler:** Sommerfeld problemi, elektromanyetik saçılma, Moment yöntemi, ince teller.

**2012, xii + 124 sayfa.**

## ABSTRACT

Ph.D. Thesis

### RADIATION AND SCATTERING PROBLEMS OF METALLIC THIN WIRE MESH STRUCTURES OVER A LOSSY DIELECTRIC HALF-SPACE

**Ömer ZOR**

Uludag University  
Graduate School of Natural and Applied Sciences  
Department of Electronic Engineering

**Supervisor:** Prof.Dr. Burak POLAT

We investigate electromagnetic scattering from metallic thin wire structures located over planar and spherical lossy dielectric half-spaces by applying Green's function formulation and Method of Moments in the resonance region and under "high contrast approximation". For this purpose in the calculations of the impedance matrix and the potential column of the Moment system, we employ the Green functions of R.W.P. King valid for arbitrary range under high contrast approximation and the asymptotic (far field) Green functions for planar and spherical impedance surfaces delivered by K.A. Norton and J.R. Wait, respectively. Both pulse and sinusoidal basis functions are used in Method of Moments formulation.

The developed codes equally have the ability to read NEC-2 formatted input files. For a verification of the developed codes the current distributions obtained under plane wave illumination on the canonical structures are compared to the same results obtained by the commercial software NEC-2. Various illustrations for the scattered electrical field from thin wire structures located over planar and spherical half-spaces are presented. The numerical solutions obtained employing sinusoidal basis functions match good with those provided by the famous open software NEC-2. The main advantage of the formulations is their capability to evolve by proper substitutions of Green functions to take into account various terrain features in any scenario.

**Key words:** Sommerfeld problem, electromagnetic scattering, Method of Moments, thin wires.

**2012, xii + 124 pages.**

## TEŐEKKÖR

Çalıőmalarım boyunca sağladığı katkılardan ötürü tez danıőmanım Prof.Dr. Burak POLAT'a teşekkür ederim.

Bu tez çalıőmasına F-2007/37 no.lu proje ile destek sağlayan Uludağ Üniversitesi Bilimsel Araştırma Projeleri Birimi'ne (BAP) teşekkür ederim.

Aileme teşekkür ederim.

Ömer ZOR  
13/07/2012



## İÇİNDEKİLER

|                                                                                          | Sayfa |
|------------------------------------------------------------------------------------------|-------|
| ÖZET .....                                                                               | i     |
| ABSTRACT .....                                                                           | ii    |
| TEŞEKKÜR .....                                                                           | iii   |
| SİMGELER ve KISALTMALAR DİZİNİ .....                                                     | vi    |
| ŞEKİLLER DİZİNİ .....                                                                    | xi    |
| 1. GİRİŞ .....                                                                           | 1     |
| 2. KURAMSAL TEMELLER.....                                                                | 5     |
| 3. PROBLEMİN FORMÜLASYONU .....                                                          | 12    |
| 3.1. Boş Uzayda Tel Izgara Yapılarından Saçılma Problemi.....                            | 12    |
| 3.1.1. Bir ince tel elemanının ışına integrali .....                                     | 12    |
| 3.1.2. Bir ince tel elemanının ışına alanının yerel koordinatlardaki ifadesi .....       | 14    |
| 3.1.3. Saçılma probleminin formülasyonu .....                                            | 17    |
| 3.1.4. Doğrusal moment denklem sistemi .....                                             | 20    |
| 3.1.5. Potansiyel sütünü elemanlarının hesabı ve saçılan uzak alan ifadesi .....         | 23    |
| 3.2. Kayıplı Yarı-Uzay Üzerinde Konuşlanmış Tel Izgara Yapılarından Saçılma Problemi.... | 24    |
| 3.2.1. Doğrusal Moment denklem sistemi .....                                             | 26    |
| 3.2.2. Empedans matrisi elemanlarının hesabı .....                                       | 29    |
| 3.2.3. Potansiyel sütünü elemanlarının hesabı .....                                      | 34    |
| 3.2.4. Saçılan uzak alan ifadesi .....                                                   | 40    |
| 4. SAYISAL UYGULAMALAR.....                                                              | 41    |
| 5. SONUÇ .....                                                                           | 47    |
| KAYNAKLAR.....                                                                           | 49    |
| EKLER.....                                                                               | 56    |
| E1. Kayıplı Homojen Düz Yarı-Uzay Üzerinden Hertz Dipolünün Işınması .....               | 56    |
| E1.1. Sommerfeld Formülasyonu .....                                                      | 56    |
| E1.2. Norton'un Çözümleri.....                                                           | 63    |
| E1.2.1. Düşey elektrik dipol.....                                                        | 64    |
| E1.2.2. x-doğrultulu yatay elektrik dipol.....                                           | 65    |
| E1.2.3. y-doğrultulu yatay elektrik dipol.....                                           | 69    |
| E1.3. King'in Çözümleri .....                                                            | 70    |
| E1.3.1. Düşey elektrik dipol.....                                                        | 71    |

|          |                                                                           |     |
|----------|---------------------------------------------------------------------------|-----|
| E1.3.2.  | x-doğrultulu yatay elektrik dipol.....                                    | 76  |
| E1.3.3.  | y-doğrultulu yatay elektrik dipol.....                                    | 83  |
| E2.      | Kayıplı Homojen Küresel Yarı-Uzay Üzerinden Hertz Dipolünün Işınması..... | 84  |
| E2.1.    | Düşey Elektrik Dipol .....                                                | 85  |
| E2.2.    | Yatay elektrik dipol .....                                                | 97  |
| E2.2.1.  | x-doğrultulu yatay elektrik dipol.....                                    | 101 |
| E2.2.2.  | y-doğrultulu yatay elektrik dipol.....                                    | 114 |
| E3.      | Sinüzoidal Baz Fonksiyonları.....                                         | 116 |
| ÖZGEÇMİŞ | .....                                                                     | 124 |

## SİMGELER ve KISALTMALAR DİZİNİ

| Simgeler                  | Açıklama                                                                                                  |
|---------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $i$                       | Sanal birim                                                                                               |
| $\omega$                  | Açısal frekans [ $rad / sn$ ]                                                                             |
| $t$                       | Zaman değişkeni [ $sn$ ]                                                                                  |
| $\vec{E}$                 | Elektrik alan vektörü [ $V / m$ ]                                                                         |
| $\vec{B}$                 | Manyetik endüksiyon vektörü [ $Wb / m^2$ ]                                                                |
| $\vec{H}$                 | Manyetik alan vektörü [ $A / m$ ]                                                                         |
| $\vec{D}$                 | Elektrik deplasman vektörü [ $C / m^2$ ]                                                                  |
| $\vec{J}$                 | Hacimsel serbest akım yoğunluğu vektörü [ $A / m^2$ ]                                                     |
| $\rho$                    | Hacimsel serbest yük yoğunluğu [ $C / m^3$ ]                                                              |
| $\epsilon_0$              | Boş uzay dielektrik geçirgenlik sabiti [ $F / m$ ]                                                        |
| $\mu_0$                   | Boş uzay manyetik geçirgenlik sabiti [ $H / m$ ]                                                          |
| $f$                       | Frekans [ $1 / sn$ ]                                                                                      |
| $\vec{r}$                 | Kaynak bölgesi dışındaki gözlem noktasını gösteren vektör [ $m$ ]                                         |
| $k_1$                     | Boş uzay dalga sayısı [ $1 / m$ ]                                                                         |
| $\vec{\diamond}$          | Herhangi bir vektör alan                                                                                  |
| $\vec{A}$                 | Vektör potansiyeli [ $Wb / m$ ]                                                                           |
| $\nabla$                  | Laplasyen operatörü                                                                                       |
| $\phi$                    | Skaler potansiyel [ $V$ ]                                                                                 |
| $\vec{r}'$                | Kaynak bölgesi üzerindeki noktayı gösteren vektör [ $m$ ]                                                 |
| $\mathcal{V}'$            | Kaynak bölgesinin hacmi [ $m^3$ ]                                                                         |
| $P$                       | Gözlem noktası                                                                                            |
| $P'$                      | Kaynak noktası                                                                                            |
| $\vec{R}_1$               | Kaynak noktasından gözlem noktasına uzanım vektörü [ $m$ ]                                                |
| $g$                       | Boş uzay skaler Green fonksiyonu                                                                          |
| $L$                       | Bir diferansiyel dalga operatörü                                                                          |
| $\overline{\overline{G}}$ | Dyadik Green fonksiyonu                                                                                   |
| $E_b^a$                   | $a$ -doğrultulu dipolün $b$ -doğrultusunda oluşturduğu elektriksel alan [ $V / m$ ]                       |
| $\ell$                    | Bir ince tel bölütün boyu [ $m$ ]                                                                         |
| $a$                       | Bir ince tel bölütün yarıçapı [ $m$ ]                                                                     |
| $\lambda$                 | Dalga boyu [ $m$ ]                                                                                        |
| $I$                       | Bölüt üzerindeki akımın genlik katsayısı                                                                  |
| $\zeta$                   | Akımı tanımlayan baz fonksiyonu                                                                           |
| $j$                       | Bölüt numarası                                                                                            |
| $\vec{r}^j$               | Yerel koordinatlarda kaynak bölgesi ( $j$ . bölüt) dışında kalan gözlem noktasını gösteren vektör [ $m$ ] |

|                                  |                                                                                                      |
|----------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $\vec{r}^j$                      | Yerel koordinatlarda kaynak bölgesi ( $j$ . bölüt) üzerindeki noktayı gösteren vektör [ $m$ ]        |
| $\vec{r}_j$                      | $j$ . bölütün merkez noktasına uzanan konum vektörü [ $m$ ]                                          |
| $\vec{T}_j$                      | Euler matrisi                                                                                        |
| $\alpha_j, \beta_j$              | $j$ . bölütün Euler açıları [ <i>Derece</i> ]                                                        |
| $u$                              | Birim basamak fonksiyonu                                                                             |
| $\vec{f}_j$                      | $j$ . bölütün ışınma alan ifadesi [ $V / m$ ]                                                        |
| $I_j$                            | $j$ . bölüt üzerindeki $+z^j$ yönünde sabit akan akım [ $A$ ]                                        |
| $A_j, B_j, C_j$                  | Sinüzoidal baz fonksiyonunun katsayıları                                                             |
| $\vec{E}$                        | Toplam saçılan elektrik alan vektörü [ $V / m$ ]                                                     |
| $\vec{E}^{inc}$                  | Gelen elektrik alan vektörü [ $V / m$ ]                                                              |
| $\vec{r}_m$                      | $m$ . bölütün merkez noktasına uzanan konum vektörü [ $m$ ]                                          |
| $[Z]$                            | Empedans matrisi                                                                                     |
| $[I]$                            | Akım sütünü                                                                                          |
| $[V]$                            | Potansiyel sütünü                                                                                    |
| $p_j$                            | Hertz dipolünün momenti [ $Am$ ]                                                                     |
| $\epsilon_2$                     | Yeryüzünün dielektrik geçirgenliği [ $F / m$ ]                                                       |
| $\sigma_2$                       | Yeryüzünün iletkenliği [ $1 / ohm m$ ]                                                               |
| $k_2$                            | Yeryüzünün dalga sayısı [ $1 / m$ ]                                                                  |
| $N$                              | Yeryüzünün karmaşık kırıcılığı                                                                       |
| $\epsilon_r$                     | Yeryüzünün bağıl dielektrik sabiti                                                                   |
| $\vec{G}^d$                      | Dyadik Green fonksiyonunun doğrudan dalga bileşeni                                                   |
| $\vec{G}^i$                      | Dyadik Green fonksiyonunun görüntü dalga bileşeni                                                    |
| $\vec{G}^s$                      | Dyadik Green fonksiyonunun yüzey dalgası bileşeni                                                    |
| $\vec{g}_b^a$                    | $a$ ekseninde konuşlanmış birim momentli dipolün $b$ ekseninde oluşturduğu elektrik alan [ $V / m$ ] |
| $\vec{R}_2$                      | Kaynağın görüntü noktasından gözlem noktasına uzanım vektörü [ $m$ ]                                 |
| $F$                              | Norton zayıflama fonksiyonu                                                                          |
| $erfc$                           | Bütünleyici hata fonksiyonu                                                                          |
| $\vec{E}^{tot}$                  | Toplam elektrik alan vektörü [ $V / m$ ]                                                             |
| $(x_m^I, y_m^I, z_m^I)$          | $m$ . bölütün başlangıç noktası                                                                      |
| $(x_m^{II}, y_m^{II}, z_m^{II})$ | $m$ . bölütün bitiş noktası                                                                          |
| $Z_{mj}^d$                       | Empedans matrisinin elemanlarının doğrudan dalga bileşeni                                            |
| $Z_{mj}^i$                       | Empedans matrisinin elemanlarının görüntü dalgası bileşeni                                           |
| $Z_{mj}^s$                       | Empedans matrisinin elemanlarının yüzey dalgası bileşeni                                             |

|                     |                                                                                                     |
|---------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $\hat{n}_i$         | Homojen düzlemsel dalganın ilerleme yönünü gösteren vektör                                          |
| $\hat{n}$           | Arakesit düzleminin normali                                                                         |
| $\hat{q}$           | Geliş düzleminin normali                                                                            |
| $\vec{E}_{TE}^i$    | Gelen düzlemsel dalganın TE polarizasyonlu elektrik alan bileşeni<br>[V / m]                        |
| $\vec{E}_{TM}^i$    | Gelen düzlemsel dalganın TM polarizasyonlu elektrik alan bileşeni [V / m]                           |
| $\vec{E}_{TE}^r$    | Arakesit düzleminden yansıyan dalganın TE polarizasyonlu elektrik alan bileşeni [V / m]             |
| $\vec{E}_{TM}^r$    | Arakesit düzleminden yansıyan dalganın TM polarizasyonlu elektrik alan bileşeni [V / m]             |
| $\Gamma_{TE}$       | TE polarizasyonlu dalga için Fresnel yansımaya katsayısı                                            |
| $\Gamma_{TM}$       | TM polarizasyonlu dalga için Fresnel yansımaya katsayısı                                            |
| $\psi$              | Dalganın geliş açısı [Derece]                                                                       |
| $p_M$               | Monopolün momenti [Am]                                                                              |
| $\Delta_0$          | Düz yer yüzeyinin normalize yüzey empedansı [ohm]                                                   |
| $R_v$               | Düşey Fresnel yansımaya katsayısı                                                                   |
| $R_h$               | Yatay Fresnel yansımaya katsayısı                                                                   |
| $\delta_0$          | Normalize yüzey admitansı [1 / ohm]                                                                 |
| $W_N$               | Yer parametresi                                                                                     |
| $q$                 | $W_N$ 'e karşı düşen yer parametresi                                                                |
| $t_s, \bar{t}_m$    | Stokes denklemlerinin ayrık karmaşık kökleri                                                        |
| $\rho_C$            | Kritik mesafe [m]                                                                                   |
| $b$                 | Birinci mertebeden troposferik kırınımlar hesaba katıldığı durumda yer yüzeyinin etkin yarıçapı [m] |
| $Z_0$               | Boş uzay dalga empedansı [ohm]                                                                      |
| $\Delta$            | Küresel yer yüzeyinin normalize yüzey empedansı [ohm]                                               |
| $A, q, q_1$         | Yer sabitleri                                                                                       |
| $h_1, h_2$          | Kaynak ve gözlem noktalarının yerden yükseklikleri                                                  |
| $A_i, B_i$          | Standart Airy fonksiyonları                                                                         |
| $\bar{\Delta}$      | Modifiye edilmiş normalize yüzey empedansı [ohm]                                                    |
| $\Delta_{add}$      | Yüzey empedansına eklenen terim [ohm]                                                               |
| $\mathcal{G}_a$     | Büzüşen bölge [m <sup>3</sup> ]                                                                     |
| $d$                 | Yükseklik [m]                                                                                       |
| $\alpha_0, \beta_0$ | Elevasyon ve azimut açıları [Derece]                                                                |
| $J_0$               | 0. mertebeden Bessel fonksiyonu                                                                     |
| $R$                 | Spektral yansımaya katsayısı                                                                        |
| $T$                 | Spektral iletim katsayısı                                                                           |

|                |                                                                                                     |
|----------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $w$            | Yer parametresi                                                                                     |
| $I_1 d\ell$    | Diferansiyel elektriksel akım elemanı [ $Am$ ]                                                      |
| $I_{s1}$       | Elektriksel akım kaynağı [ $A$ ]                                                                    |
| $I_{m1}$       | Manyetik akım kaynağı [ $V$ ]                                                                       |
| $C_2 + iS_2$   | Fresnel integrali                                                                                   |
| $Ih_e$         | Dipol momenti [ $Am$ ]                                                                              |
| $f_r$          | Düzlemsel dalğanın havadan dielektrik sınıra gelmesi durumundaki yansıma katsayısının genel ifadesi |
| $u$            | Alan fonksiyonu [ $Wb / m^2$ ]                                                                      |
| $a$            | Kürenin yarıçapı [ $m$ ]                                                                            |
| $b$            | Küre yüzeyindeki gözlem noktasının kürenin merkezine olan uzaklık [ $m$ ]                           |
| $W$            | Zayıflama fonksiyonu                                                                                |
| $v$            | Alan fonksiyonu [ $C / m^2$ ]                                                                       |
| $u_0$          | Küre üzerinde oluşan alan fonksiyonu [ $Wb / m^2$ ]                                                 |
| $v_0$          | Küre üzerinde oluşan alan fonksiyonu [ $C / m^2$ ]                                                  |
| $j_n$          | Birinci çeşit küresel Bessel fonksiyonu                                                             |
| $h_n^{(2)}$    | Üçüncü çeşit küresel Bessel fonksiyonu                                                              |
| $P_n$          | Legendre fonksiyonu                                                                                 |
| $A_n$          | $u$ 'ya karşı düşen yansıyan dalğanın genliği                                                       |
| $B_n$          | $v$ 'ye karşı düşen yansıyan dalğanın genliği                                                       |
| $s$            | Tel boyunca tanımlı mesafe parametresi [ $m$ ]                                                      |
| $\hat{s}$      | Tel eksenine teğet olan birim vektör                                                                |
| $s_j$          | $s$ 'nin $j$ . bölütün merkezinde aldığı değer                                                      |
| $q$            | Doğrusal yük yoğunluğu [ $C / m$ ]                                                                  |
| $\gamma$       | Euler sabiti                                                                                        |
| $Q$            | Düğüm olmadığı durumda toplam yük ile bağlantılı katsayı                                            |
| $J_1$          | 1. mertebeden Bessel fonksiyonu                                                                     |
| $\hat{n}_c$    | Telin ucundaki çap düzleminin normal vektörü                                                        |
| $Q_j^-, Q_j^+$ | Düğümelerde biriken yük değerleri [ $C$ ]                                                           |
| $\zeta_j^0(s)$ | $j$ . bölütün baz fonksiyonu                                                                        |
| $N^-$          | Telin başlangıcındaki düğüme bağlı tel sayısı                                                       |
| $N^+$          | Telin bitişindeki düğüme bağlı tel sayısı                                                           |
| $\zeta_n^-$    | $j$ . bölütün baz fonksiyonunun kuyruk kısmı                                                        |
| $\zeta_n^+$    | $j$ . bölütün baz fonksiyonunun uç kısmı                                                            |

| <b>Kısaltmalar</b> | <b>Açıklama</b>                 |
|--------------------|---------------------------------|
| YKY                | Yüksek Kırıcılık Yaklaşıklığı   |
| MoM                | Moment Yöntemi                  |
| DBF                | Darbe Baz Fonksiyonu            |
| SBF                | Sinüzoidal Baz Fonksiyonu       |
| 3B                 | Üç Boyutlu                      |
| EAİD               | Elektrik Alan İntegral Denklemi |
| 2B                 | İki Boyutlu                     |

## ŞEKİLLER DİZİNİ

|                                                                                                                                        | Sayfa |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------|
| <b>Şekil 2.1.</b> Kaynak ve gözlem noktalarının gösterilimi. ....                                                                      | 8     |
| <b>Şekil 3.1.</b> Orijinde $+z$ yönünde yerleştirilmiş bir bölüt. ....                                                                 | 12    |
| <b>Şekil 3.2.</b> Boş uzayda gelişigüzel konumlanmış bir bölüt. ....                                                                   | 14    |
| <b>Şekil 3.3.</b> $j$ . ve $m$ . ince tel bölüt ve ilgili konum vektörleri. ....                                                       | 20    |
| <b>Şekil 3.4.</b> Boş uzayda düzlemsel dalga ile aydınlatılmış cisim. ....                                                             | 23    |
| <b>Şekil 3.5.</b> $j$ . ince tel bölüt ve yerel koordinatları. ....                                                                    | 27    |
| <b>Şekil 3.6.</b> Düzlemsel dalga ile aydınlatılmış bir cisim. ....                                                                    | 35    |
| <b>Şekil 3.7.</b> Monopol ile aydınlatılan, düzlemsel yüzey üzerindeki bir cisim. ....                                                 | 36    |
| <b>Şekil. 3.8.</b> Monopol ile aydınlatılan, küresel yüzey üzerindeki bir cisim. ....                                                  | 38    |
| <b>Şekil 3.9.</b> Küresel yeryüzü ve global koordinat sistemi $Or\theta\phi$ ....                                                      | 38    |
| <b>Şekil 4.1.</b> Bir homojen düzlemsel dalga ile aydınlatılan düzlemsel deniz yüzeyindeki çapraz tel. ....                            | 41    |
| <b>Şekil 4.2.</b> 3 [MHz]'de yatay ve düşey kollardaki akımların genlik dağılımları ve bağlı hataları. ....                            | 42    |
| <b>Şekil 4.3.</b> 3 [MHz]'de yatay ve düşey kollardaki akımların faz dağılımları ve bağlı hataları. ....                               | 42    |
| <b>Şekil 4.4.</b> 15 [MHz]'de yatay ve düşey kollardaki akımların genlik dağılımları ve bağlı hataları. ....                           | 43    |
| <b>Şekil 4.5.</b> 15 [MHz]'de yatay ve düşey kollardaki akımların faz dağılımları ve bağlı hataları. ....                              | 43    |
| <b>Şekil 4.6.</b> Düzlemsel yüzeydeki bir monopol ile aydınlatılan bir tel ızgara plaka. ....                                          | 44    |
| <b>Şekil 4.7.</b> a)15 , b)30 , c)45 [MHz] frekanslarında plakadan toplam saçılan alanın elevasyon örüntüsü. ....                      | 44    |
| <b>Şekil 4.8.</b> a) 15 , b)30 , c)45 [MHz] frekanslarında plakadan toplam saçılan alanın azimut örüntüsü. ....                        | 45    |
| <b>Şekil 4.9.</b> 30 [MHz]'de plakadan toplam saçılan alanın elevasyon örüntüsü. ....                                                  | 45    |
| <b>Şekil 4.10.</b> 30 [MHz]'de plakadan toplam saçılan alanın azimut örüntüsü. ....                                                    | 46    |
| <b>Şekil 4.11.</b> Küresel yüzeydeki bir monopol ile aydınlatılan bir tel ızgara plaka. ....                                           | 46    |
| <b>Şekil 4.12.</b> Deniz yüzeyi boyunca 15 , 30 , 45 [MHz] frekanslarında hesaplanan bir tel ızgara plakadan saçılan toplam alan. .... | 46    |



|                                                                                                                      |     |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| <b>Şekil e.1.</b> Kartezyen koordinat sisteminin merkezine yerleştirilmiş $z$ -doğrultulu elektrik akım elemanı..... | 57  |
| <b>Şekil e.2.</b> $x-y$ düzleminden $d$ kadar yüksekteki $z$ -doğrultulu elektrik akım elemanı.<br>.....             | 57  |
| <b>Şekil e.3.</b> $z = -d$ 'nin altındaki yarı-uzaydaki integrasyon bölgesi.....                                     | 63  |
| <b>Şekil e.4.</b> Farklı iki koordinat sisteminde $x$ -doğrultulu ve $y$ -doğrultulu dipol.....                      | 69  |
| <b>Şekil e.5.</b> $z$ -doğrultulu düşey dipol. ....                                                                  | 71  |
| <b>Şekil e.6.</b> $x$ -doğrultulu yatay dipol. ....                                                                  | 76  |
| <b>Şekil e.7.</b> $\theta = 0^\circ$ ekseninde ve kürenin üzerindeki $z$ -doğrultulu akım elemanı.....               | 86  |
| <b>Şekil e.8.</b> $\theta = 0^\circ$ ekseninde ve kürenin üzerindeki $x$ -doğrultulu akım elemanı.....               | 101 |
| <b>Şekil e.9.</b> $j$ . tel ve uçlarındaki düğümlere bağlı olan teller. ....                                         | 119 |

## 1. GİRİŞ

Sommerfeld problemi, genel anlamıyla, özellikleri boşluğun özelliklerinden farklı olan bir düzlemsel yarı-uzay üzerinde ışıma yapan bir Hertz dipolünün ışıma alanlarının hesabıdır. Bir basit dielektrik yarı-uzay durumu için ilk olarak Sommerfeld tarafından 1909 yılında tanımlanmış ve analitik-asimptotik olarak çözülmüştür (Sommerfeld 1909). Elektromanyetizma mühendisliğinde bu kanonik problem kümesinin son derece yaygın uygulama alanları ortaya çıktıkça problemin değişik parametre uzayları için çeşitli tekniklerle çözümleri günümüze değin sürekli artan bir ilgi ile karşılanmıştır. Günümüze kadar gelen çözüm teknikleri genel hatlarıyla; fonksiyon-kuramsal, asimptotik, sayısal ve karma şeklinde sınıflandırılabilirler. Bu çalışmaların tümünün dökümünü yapabilmek imkânsız ancak geniş bir listesi (Samii ve ark. 1981) çalışmasında mevcuttur. Mevcut inceleme açısından sayısal çözüme elverişli olan çözümler ise ilk olarak 1982 yılında King tarafından bir fonksiyon-kuramsal teknikle ortaya konmuştur (King 1982). King'in çözümü, esas olarak bir düzlemsel sınırlı dielektrik yarı-uzayın karmaşık kırılma indisinin (kırıcılığının) mutlak karesel olarak "bir"den çok büyük olması koşulu altında her uzaklık değeri için geçerlidir. King'in bu alandaki çalışmalarının önemli bir kısmı toplu bir şekilde kaynak noktasının, polarizasyonunun ve yeryüzünün elektriksel özelliklerinin çeşitli kombinasyonları için (King ve ark. 1992)'de bir araya getirilmiştir. 1999 yılından günümüze gelen ve King'in öğrencilerinin önderliğinde başlatılmış birçok çalışmada (ör.bkz. Houdzoumis 1999, Liang ve Li 2007) King'in yaklaşımları ileri matematiksel tekniklerle geliştirilerek, özellikle tabakalı küresel yer yüzeyi durumu için, sayısal analize uygun analitik Green fonksiyonları geliştirilegelmiştir.

İnce tel tekniği, ilk olarak, 1966 yılında Richmond tarafından ortaya atılmış ve modelin geçerliliği çeşitli kanonik yapılar için ölçüm sonuçları ile karşılaştırmalar yapılarak sınanmıştır. Takip eden yıllarda ince tel tekniğinin geçerlilik sınırlarını iyice netleştirmek için çok çeşitli araştırmalar yapılmıştır. Bunlardan bir 1974 yılı çalışmasında (Lin ve ark. 1974) boşlukta bir metal plakanın ince tel modeli fizik optik referans çözüme dayanarak test edilmiştir. Bu çalışmayı hem kapalı hem de açık yüzeyler için günümüze değin yine boş uzayda çok sayıda araştırma takip etmiştir (Lee

ve ark. 1976, Paknys ve Raschkowan 1997, ...). Bu çalışmaların tümünün ortak bulgusu, ince tel tekniği ile hem açık hem de kapalı yüzeylerin uzak ışınım alanlarının (veya radar kesit alanlarının) uygun modelleme parametreleri altında başarı ile hesaplanabildiğini göstermesidir.

Moment yöntemi (MoM), matematiksel esasları çok geçmişe uzansa da, elektromanyetizma problemlerine uyarlanması yönünden 1967 yılında Harrington aracılığı ile geniş uygulama alanı kazanmış ve günümüze değin sürekli olarak kullanılmaktadır. Sarkar ve Harrington öncülüğünde 1970'ler boyunca, radar uygulamaları yönünden önemi nedeniyle, düzlemsel kayıplı dielektrik yeryüzü üzerinde konuşlanmış ince tel problemlerinin MoM ile incelenmesi yönündeki ilk adımlar atılmıştır (bkz. Sarkar ve Harrington 1980 ve oradaki kaynaklar). Ancak (King 1982) çalışmasının yayınlandığı tarih öncesine kadar doğrudan sayısal hesaba elverişli tam analitik Green fonksiyonlarının henüz türetilmemiş (ve ayrıca modern bilgisayarların da henüz doğmamış) olmaları nedeniyle sayısal çözümlerde Green fonksiyonlarının sadece geometrik optik bileşenleri göz önüne alınmış ("reflection coefficient method"), yüzey boyunca ilerleyen yüzey dalgası bileşenleri sağlıklı bir hata kestirimi yapılamadan ihmal edilmiştir. Bu boşluğu doldurmak üzere 1981 yılında Lawrence Livermore Laboratuvarı'nda, özellikle ince tel yapıları için elektrik alan integral denkleminde (EAİD) MoM'a dayalı olarak sinüzoidal baz fonksiyonlarını (SBF) kullanan ve Sommerfeld integralini ileri sayısal-asimptotik çözüm algoritmalarından yararlanarak çözen NEC-2 (Burke ve Poggio 1981) açık yazılımı geliştirilmiştir. Bu yazılım, başarısı özellikle düzlemsel yeryüzü halinde çok çeşitli senaryolar için defalarca doğrulanmış olması nedeniyle, literatürde bir referans olarak kabul edilir.

Bu tez kapsamında Green fonksiyonu formülasyonu ve MoM kullanılarak düzlemsel veya küresel sınıra sahip kayıplı dielektrik yarı-uzay üzerinde konuşlanmış metalik ince tel ızgara yapılarının, rezonans bölgesinde ve yüksek kırıcılık yaklaşıklığı (YKY) altında, saçılma problemleri incelenmiştir. Bu kapsamda belirtilen koşullarda MATLAB™ tabanlı kod geliştirilmiştir. Geliştirilen kodun NEC-2 formatlı giriş dosyalarını okuyabilmesi yanında saçılma probleminin gerçekleştiği ortamdaki doğal koşulları da Green fonksiyonlarını uygun şekilde değiştirerek karşılayabilme yeteneği

vardır. Geliştirilen bu kuramsal veriler ile yüksek frekans radar sistemlerinin tasarımına katkı sağlanmıştır.

2. kısımda kuramsal olarak elektromanyetizmanın temel denklemleri verilmiştir. Bu denklemlerden yola çıkarak fiziksel bir problemin çözümünün yapılabilmesi için gerekli olan ön koşullar üzerinde durulmuştur. Genel olarak ışınım alanlarını gösteren EAİD'ler elde edilmiştir. Problemi tanımlayan ortamının fiziksel koşulları göz önünde bulundurularak bu denklemlerin çözümü hakkında bazı ön görüşler belirtilmiştir.

3. kısımda yine Ek kısmında elde edilen Green fonksiyonlarının, Green fonksiyonu formülasyonunda yerine yazılarak ve MoM kullanılarak rezonans bölgesinde, boş uzayda ve yarı-uzayda tel ızgara yapılarından saçılma problemi çözülmüştür. YKY altında düzlemsel ve küresel sınıra sahip kayıplı dielektrik yarı-uzay üzerinde konuşlanmış metalik ince tel ızgara yapılarına ilişkin saçılma problemleri incelenmiştir. Bu amaçla MoM'daki empedans matrisinin hesabında, literatürde ilk defa olarak, R.W.P. King'in YKY altında her uzaklık için geçerli Green fonksiyonları kullanılmıştır. MoM formülasyonunda hem darbe baz fonksiyonları (DBF) hem de SBF kullanılmıştır. SBF'yi oluşturan sinüzoidal fonksiyonlardan ötürü SBF'nin kullanıldığı formülasyondaki ifade DBF'nin kullanıldığına nazaran analitik çözüme daha çok yaklaşmıştır.

4. kısımda uygun fiziksel yapılar seçilerek saçılma problemlerinin uygulamaları yapılmıştır. Yapılan çalışmalarda ince tel yaklaşıklığı ve YKY göz önünde bulundurulmuş ve saçıcı cismin boyutları rezonans bölgesinde ( $ka \cong 1$ ) seçilmiştir. Geliştirilen yazılımı doğrulama amaçlı olarak çeşitli senaryolar oluşturularak belirli kanonik yapılar üzerinde elde edilen akım dağılımlarının sayısal değerleri, NEC-2 algoritmalarını bir arayüzle birleştirmiş olan SNEC™ (SuperNec) ticari yazılımı ile elde edilen değerlerle karşılaştırılmıştır. Hesaplamalarda kullanılan cisimler SNEC™'ten alınan veriler ile modellenmiştir. SBF'lerin DBF'lere nazaran dalga formuna daha fazla benzemesinden ötürü bunlar ile elde edilen sonuçların daha güvenilir olduğu söylenebilir. SNEC™ ile yapılan kıyaslamalarında ise SNEC™'te de SBF'lerin

kullanılmasından ötürü SBF'lerin hata oranları DBF'lere nazaran çok daha düşük çıkmıştır.

Geliştirilen yazılımın veriyi SNEC™ için formatlanmış giriş dosyalarından okuyabilme özelliği bulunmaktadır. Bu yazılımı NEC-2 tabanlı SNEC™ gibi ticari veya NEC-4 gibi sivil kullanıma kapalı yazılımlardan daha değerli kılan temel nitelik; onların düzlemsel sınırlı yer yüzeyi halinde karma (sayısal-asimptotik) algoritmalarla oluşturdukları yeteneklerin ince tel problemlerinde ilk kez uygulanan King'in her uzaklık için geçerli Green fonksiyonları ile en yalın şekilde tekrar edilebilmekle kalmaması ve yine standart NEC-2 algoritmalarına dayalı yazılımların aksine, mevcut ürünün tam analitik tabanlı olması nedeniyle uygun Green fonksiyonları kullanılarak saçılma probleminin senaryosunun (oşinografik parametreleri, yer şekillerini, yer katmanlarını, malzeme kaplanmış saçıcıları vs. içine alacak şekilde) sürekli geliştirilebilir olmasıdır.

Problemin sunuşunda bütünlük açısından birçok kuramsal ara işlem Ekler kısmında verilmiştir.

## 2. KURAMSAL TEMELLER

Zamana bağıllık  $e^{-i\omega t}$  şeklinde kabul edildiğinde monokromatik hale ilişkin kompleks Maxwell denklemleri

$$\text{rot}\vec{E}(\vec{r}) - i\omega\vec{B}(\vec{r}) = 0 \quad (2.1)$$

$$\text{rot}\vec{H}(\vec{r}) + i\omega\vec{D}(\vec{r}) = \vec{J}(\vec{r}) \quad (2.2)$$

$$\text{div}\vec{D}(\vec{r}) = \rho(\vec{r}) \quad (2.3)$$

$$\text{div}\vec{B}(\vec{r}) = 0 \quad (2.4)$$

şeklinde ifade edilir. Bu denklemler deneysel sonuçlar ile sabitlenmiştir. Burada  $\vec{E}(\vec{r})$  kompleks elektrik alan vektörü,  $\vec{H}(\vec{r})$  kompleks manyetik alan vektörü,  $\vec{D}(\vec{r}) = \epsilon_0\vec{E}(\vec{r})$  boş uzay koşullarında kompleks elektrik deplasman vektörü,  $\vec{B}(\vec{r}) = \mu_0\vec{H}(\vec{r})$  kompleks manyetik endüksiyon vektörü,  $(\epsilon_0, \mu_0)$  sırasıyla boş uzay dielektrik ve manyetik geçirgenlik sabitleri,  $\omega = 2\pi f$  açısal frekans,  $\vec{r}$  gözlem noktasını gösteren vektör olarak tanımlıdır. Ayrıca  $\vec{J}(\vec{r})$  hacimsel elektrik serbest akım yoğunluğu vektörünün kompleks ifadesi,  $\rho(\vec{r})$  de hacimsel elektrik serbest yük yoğunluğuna ilişkin kompleks büyüklük olarak tanımlıdır. Ayrıca akımın ve yükün korunumunu açıklayan süreklilik denklemleri de

$$\text{div}\vec{J}(\vec{r}) - i\omega\rho(\vec{r}) = 0 \quad (2.5)$$

bağıntısı ile tanımlıdır. Ortamdaki  $\vec{J}(\vec{r})$  ve  $\rho(\vec{r})$  kaynaklarının ışıdığı elektrik alan ifadesini elektrik alan vektör dalgası denklemleri

$$\text{rot}\text{rot}\vec{E}(\vec{r}) - k_1^2\vec{E}(\vec{r}) = i\omega\mu_0\vec{J}(\vec{r}) \quad (2.6)$$

tanımlar. Ancak birçok problemin çözümünde işlem kolaylığı açısından vektör potansiyelleri kullanılır.

Bunun için ilk olarak,  $\vec{\phi}$  herhangi bir vektör alan olmak üzere  $div\,rot\vec{\phi}=0$  sıfır özdeşliği göz önünde bulundurularak (2.4) denkleminde

$$\vec{B}(\vec{r}) = rot\vec{A}(\vec{r}) \quad (2.7)$$

dolayısıyla da

$$\vec{H}(\vec{r}) = \frac{1}{\mu_0} rot\vec{A}(\vec{r}) \quad (2.8)$$

olacak şekilde bir  $\vec{A}(\vec{r})$  vektör potansiyeli tanımlanabilir. Buna göre (2.8), (2.2)'de yerine yazılırsa,  $\vec{D}(\vec{r}) = \epsilon_0\vec{E}(\vec{r})$  bağıntısı da dikkate alınarak

$$rot\,rot\vec{A}(\vec{r}) = -i\omega\epsilon_0\mu_0\vec{E}(\vec{r}) + \mu_0\vec{J}(\vec{r}) \quad (2.9)$$

elde edilir.  $rot\,rot\vec{\phi}(\vec{r}) = grad\,div\vec{\phi}(\vec{r}) - lap\vec{\phi}(\vec{r})$  özdeşliği (2.9) ifadesinde göz önüne alınırsa

$$grad\,div\vec{A}(\vec{r}) - lap\vec{A}(\vec{r}) = -i\omega\epsilon_0\mu_0\vec{E}(\vec{r}) + \mu_0\vec{J}(\vec{r}) \quad (2.10)$$

elde edilir. (2.1) denkleminde gözükten  $\vec{B}(\vec{r})$  yerine bunun (2.7) ile verilen ifadesi konacak olursa

$$rot\vec{E}(\vec{r}) - i\omega rot\vec{A}(\vec{r}) = \vec{0} \Rightarrow rot(\vec{E}(\vec{r}) - i\omega\vec{A}(\vec{r})) = \vec{0} \quad (2.11)$$

bağıntısı ortaya çıkar.  $rot\,grad\phi(\vec{r}) = \vec{0}$  özdeşliği (2.11)'de dikkate alınacak olursa  $\vec{E}(\vec{r})$  için

$$\vec{E}(\vec{r}) = i\omega\vec{A}(\vec{r}) - grad\phi(\vec{r}) \quad (2.12)$$

bağıntısı elde edilir. Burada  $\phi(\vec{r})$  skaler potansiyel fonksiyonudur. Böylece  $\vec{E}(\vec{r})$  potansiyeller cinsinden ifade edilmiş olur.  $\vec{E}(\vec{r})$ 'nin (2.12)'deki ifadesi (2.10)'da yerine konup bazı düzenlemeler yapılırsa

$$\text{lap}\vec{A}(\vec{r}) + k_1^2 \vec{A}(\vec{r}) = \text{grad} \left( \text{div}\vec{A}(\vec{r}) - i\omega\mu_0\varepsilon_0\phi(\vec{r}) \right) - \mu_0\vec{J}(\vec{r}) \quad (2.13)$$

bağıntısı kolayca elde edilir.

$$\text{div}\vec{A}(\vec{r}) - i\omega\mu_0\varepsilon_0\phi(\vec{r}) = 0 \quad (2.14)$$

ile verilen Lorenz koşulu dikkate alınacak olursa (2.13) ifadesi için

$$\text{lap}\vec{A}(\vec{r}) + k_1^2 \vec{A}(\vec{r}) = -\mu_0\vec{J}(\vec{r}) \quad (2.15)$$

bağıntısı elde edilir. Burada  $k_1 = \omega(\mu_0\varepsilon_0)^{1/2}$  boş uzaya ilişkin dalga sayısıdır.

(2.14) Lorenz koşulundan basitçe görülebileceği üzere

$$\phi(\vec{r}) = \frac{1}{i\omega\mu_0\varepsilon_0} \text{div}\vec{A}(\vec{r}) \quad (2.16)$$

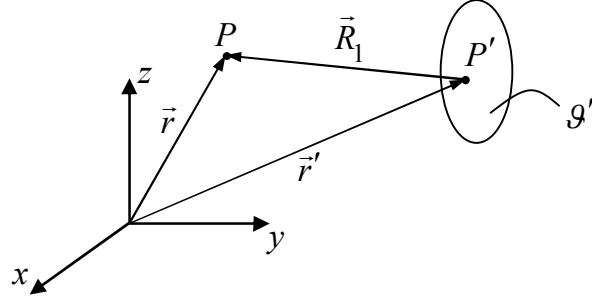
yazılır. Bu son ifade (2.11)'de yerine yazılıp bazı basit düzenlemeler yapılacak olursa

$$\vec{E}(\vec{r}) = i\omega \left( \vec{A}(\vec{r}) + \frac{1}{k_1^2} \text{grad} \text{div}\vec{A}(\vec{r}) \right) \quad (2.17)$$

elektrik alan sadece vektör potansiyel ile ifade edilmiş olur.

Vektör potansiyelinin elde edilmesi ile gerek elektrik gerek se de manyetik alan belirlenmiş olur. Vektör potansiyelinin Lorenz koşulu altındaki fiziksel varlığı Blondel (1914) tarafından yapılan deney ile ispatlanmıştır.





**Şekil 2.1.** Kaynak ve gözlem noktalarının gösterilmesi.

(2.15) denkleminin çözümü

$$\vec{A}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{\mathcal{G}} \frac{e^{ikR_1}}{R_1} \vec{J}(\vec{r}') d\mathcal{G}' \quad (2.18)$$

olarak verilebilir. Burada

$$R_1 = |\vec{r} - \vec{r}'| = \left[ (x - x')^2 + (y - y')^2 + (z - z')^2 \right]^{1/2} \quad (2.19)$$

olarak tanımlıdır.

(2.18), (2.17)'de yerine konarak

$$\vec{E}(\vec{r}) = i\omega\mu_0 \iiint_{\mathcal{G}} \left[ \vec{J}(\vec{r}') f_1(R_1) + \vec{R}_1 (\vec{J}(\vec{r}') \cdot \vec{R}_1) f_2(R_1) \right] g(R_1) d\mathcal{G}' \quad (2.20)$$

EAİD elde edilir. Burada  $f_1$  ve  $f_2$  fonksiyonlarının açık ifadeleri aşağıda verilmiştir.

$$f_1(R_1) = \frac{1}{R_1^2} \left( -\frac{1}{k_1^2} + \frac{iR_1}{k_1} + R_1^2 \right) \quad (2.21)$$

$$f_2(R_1) = \frac{1}{R_1^4} \left( \frac{3}{k_1^2} - \frac{3iR_1}{k_1} - R_1^2 \right) \quad (2.22)$$

Ayrıca  $g(R_1)$  boş uzay skaler Green fonksiyonu

$$g(R_1) = \frac{e^{ik_1 R_1}}{4\pi R_1} \quad (2.23)$$

olarak tanımlıdır.

Buna göre (2.20) denklemindeki kaynak boş uzayda orijinde konuşlanmış  $x, y$  ve  $z$  doğrultulu birim momentli Hertz dipolleri olduğu durumda ışınım alanları aşağıdaki gibi elde edilir.

$$E_x^x = \frac{i\omega\mu_0}{4\pi k_1^2} \left[ \frac{k_1^2}{r} + \frac{ik_1}{r^2} - \frac{1}{r^3} - \frac{x^2}{r^2} \left( \frac{k_1^2}{r} + \frac{3ik_1}{r^2} - \frac{3}{r^3} \right) \right] e^{ik_1 r} \quad (2.24)$$

$$E_y^x = -\frac{i\omega\mu_0}{4\pi k_1^2} \frac{xy}{r} \left( \frac{k_1^2}{r^2} + \frac{3ik_1}{r^3} - \frac{3}{r^4} \right) e^{ik_1 r} \quad (2.25)$$

$$E_z^x = -\frac{i\omega\mu_0}{4\pi k_1^2} \frac{xz}{r} \left( \frac{k_1^2}{r^2} + \frac{3ik_1}{r^3} - \frac{3}{r^4} \right) e^{ik_1 r} \quad (2.26)$$

$$E_x^y = -\frac{i\omega}{k_1^2} \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{xy}{r} \left( \frac{k_1^2}{r^2} + \frac{3ik_1}{r^3} - \frac{3}{r^4} \right) e^{ik_1 r} \quad (2.27)$$

$$E_y^y = \frac{i\omega}{k_1^2} \frac{\mu_0}{4\pi} \left[ \frac{k_1^2}{r} + \frac{ik_1}{r^2} - \frac{1}{r^3} - \frac{y^2}{r^2} \left( \frac{k_1^2}{r} + \frac{3ik_1}{r^2} - \frac{3}{r^3} \right) \right] e^{ik_1 r} \quad (2.28)$$

$$E_z^y = -\frac{i\omega}{k_1^2} \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{zy}{r} \left( \frac{k_1^2}{r^2} + \frac{3ik_1}{r^3} - \frac{3}{r^4} \right) e^{ik_1 r} \quad (2.29)$$

$$E_x^z = -\frac{i\omega}{k_1^2} \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{xz}{r} \left( \frac{k_1^2}{r^2} + \frac{3ik_1}{r^3} - \frac{3}{r^4} \right) e^{ik_1 r} \quad (2.30)$$

$$E_y^z = -\frac{i\omega}{k_1^2} \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{yz}{r} \left( \frac{k_1^2}{r^2} + \frac{3ik_1}{r^3} - \frac{3}{r^4} \right) e^{ik_1 r} \quad (2.31)$$

$$E_z^z = \frac{i\omega}{k_1^2} \frac{\mu_0}{4\pi} \left[ \frac{k_1^2}{r} + \frac{ik_1}{r^2} - \frac{1}{r^3} - \frac{z^2}{r^2} \left( \frac{k_1^2}{r} + \frac{3ik_1}{r^2} - \frac{3}{r^3} \right) \right] e^{ik_1 r} \quad (2.32)$$

Bu alan ifadelerinde kaynak doğrultusu alt indis, ışınım alanının ilgili bileşeni de üst indis ile belirtilmiştir. Burada  $r = |\vec{r}|$  olarak tanımlıdır.

Boş uzay Green fonksiyonları belirlendikten sonra  $L$  bir diferansiyel dalga operatörü olmak üzere

$$L\vec{E}(\vec{r}) = \vec{J}(\vec{r}) \quad (2.33)$$

şeklindeki denklemlerin genel çözümüne bakılacaktır. Genel olarak,  $\vec{J}$  hacimsel akım yoğunluğu vektörünün *sadece* kendi ile aynı doğrultulu alanları ışımadığı göz önünde bulundurularak hesap yapılmalıdır. Bunun için bu denklemin çözümünde tensörel ifadeler kullanılır.

(2.33)'ün Kartezyen koordinatlardaki çözümü

$$E_x(\vec{r}) = i\omega\mu_0 \int_{\mathcal{G}} \left( G_{xx}(\vec{r}, \vec{r}') J_x(\vec{r}') + G_{xy}(\vec{r}, \vec{r}') J_y(\vec{r}') + G_{xz}(\vec{r}, \vec{r}') J_z(\vec{r}') \right) d\mathcal{G}' \quad (2.34)$$

$$\vec{E}_y(\vec{r}) = i\omega\mu_0 \int_{\mathcal{G}} \left( G_{yx}(\vec{r}, \vec{r}') J_x(\vec{r}') + G_{yy}(\vec{r}, \vec{r}') J_y(\vec{r}') + G_{yz}(\vec{r}, \vec{r}') J_z(\vec{r}') \right) d\mathcal{G}' \quad (2.35)$$

$$\vec{E}_z(\vec{r}) = i\omega\mu_0 \int_{\mathcal{G}} \left( G_{zx}(\vec{r}, \vec{r}') J_x(\vec{r}') + G_{zy}(\vec{r}, \vec{r}') J_y(\vec{r}') + G_{zz}(\vec{r}, \vec{r}') J_z(\vec{r}') \right) d\mathcal{G}' \quad (2.36)$$

şeklinde ifade edilebilir (Balanis 1989). Bu ifadeler daha sade şekilde yazılabilir.

$$\vec{E}(\vec{r}) = \int_{\mathcal{G}} \left( \vec{G}_x(\vec{r}, \vec{r}') J_x(\vec{r}') + \vec{G}_y(\vec{r}, \vec{r}') J_y(\vec{r}') + \vec{G}_z(\vec{r}, \vec{r}') J_z(\vec{r}') \right) d\mathcal{G}' \quad (2.37)$$

Burada

$$\vec{G}_x(\vec{r}, \vec{r}') = \hat{x}G_{xx}(\vec{r}, \vec{r}') + \hat{y}G_{yx}(\vec{r}, \vec{r}') + \hat{z}G_{zx}(\vec{r}, \vec{r}') \quad (2.38)$$

$$\vec{G}_y(\vec{r}, \vec{r}') = \hat{x}G_{xy}(\vec{r}, \vec{r}') + \hat{y}G_{yy}(\vec{r}, \vec{r}') + \hat{z}G_{zy}(\vec{r}, \vec{r}') \quad (2.39)$$

$$\vec{G}_z(\vec{r}, \vec{r}') = \hat{x}G_{xz}(\vec{r}, \vec{r}') + \hat{y}G_{yz}(\vec{r}, \vec{r}') + \hat{z}G_{zz}(\vec{r}, \vec{r}') \quad (2.40)$$

olarak tanımlıdır.

Dyadik Green fonksiyonu kullanılarak bu çözüm

$$\vec{E}(\vec{r}) = i\omega\mu_0 \int_{\mathcal{G}'} \vec{\bar{G}}(\vec{r}, \vec{r}') \cdot \vec{J}(\vec{r}') d\mathcal{G}' \quad (2.41)$$

şeklinde konvolüsyon integrali ile ifade edilebilir. Burada

$$\vec{\bar{G}}(\vec{r}, \vec{r}') = \hat{x}\vec{\bar{G}}_x(\vec{r}, \vec{r}') + \hat{y}\vec{\bar{G}}_y(\vec{r}, \vec{r}') + \hat{z}\vec{\bar{G}}_z(\vec{r}, \vec{r}') \quad (2.42)$$

şeklinde verilen  $\vec{\bar{G}}(\vec{r}, \vec{r}')$  dyadik Green fonksiyonu;  $\vec{\bar{G}}_x(\vec{r}, \vec{r}')$ ,  $\vec{\bar{G}}_y(\vec{r}, \vec{r}')$ ,  $\vec{\bar{G}}_z(\vec{r}, \vec{r}')$  vektörleriyle tanımlanır. Bunlar (2.33)'teki kısmî türevli diferansiyel denkleminin homojen formunu sağlarlar.

$$L\vec{\bar{G}}_x(\vec{r}, \vec{r}') = 0 \quad (2.43)$$

$$L\vec{\bar{G}}_y(\vec{r}, \vec{r}') = 0 \quad (2.44)$$

$$L\vec{\bar{G}}_z(\vec{r}, \vec{r}') = 0 \quad (2.45)$$

Bu denklemler uygun sınır koşullarında çözümlür. Bu homojen denklemlerin çözümü bulunursa dyadik Green fonksiyonu da (2.42) denkleminde bulunur (Balanis 1989).

Kaynak yarı-uzay üzerinde konuşlanmış Hertz dipolü iken E1 ve E2'de uygun sınır koşulları ile elde edilen ışın alan ifadeleri verilmektedir.

Bir sonraki kısımda, Eklerde elde edilen dyadik Green fonksiyonlarının (2.41) denkleminde yerlerine yazılmasıyla ve mükemmel iletken tel yüzeylerindeki sınır koşullarının uygulanmasıyla integral denklem oluşturulacak ve bu denklem MoM formülasyonu ile ayrık denklem sistemine dönüştürülecektir.

Problemde, saçıcının düz veya küresel yeryüzü üzerinde bulunduğu durumlar için ışın alanları ayrı ayrı incelenecektir. Bu durumlarda oluşturulan ayrık denklem sistemleri analitik yöntemler kullanılarak en sade şekilde dönüştürülüp sayısal olarak çözülecektir.

### 3. PROBLEMİN FORMÜLASYONU

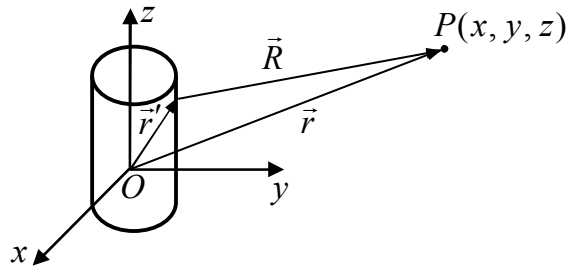
Bu kısımda, ortamın fiziksel özelliklerine göre hesaplanan dipollerin ışınım alanlarından sınır koşulları yardımıyla elde edilen bağıntılar MoM formülasyonu ile doğrusal denklem sistemine dönüştürülecek ve bu denklem sisteminin sayısal olarak çözümü yapılarak saçılan alan ifadeleri elde edilecektir.

#### 3.1. Boş Uzayda Tel Izgara Yapılarından Saçılma Problemi

Bünye sabitleri ile dalga sayıları; sırasıyla;  $(\epsilon_0, \mu_0)$ ,  $k_1$  olan boş uzayda saçılma problemi incelenecektir. Düzlemsel dalgalar ile aydınlatılan boş uzaydaki tel ızgara yapılarından saçılma problemi rezonans bölgesinde çözülecektir. Ayrıca saçıcı cismin mükemmel iletken olduğu farz edilecektir.

##### 3.1.1. Bir ince tel elemanın ışınım integrali

Kartezyen koordinat sisteminde orijinde yerleştirilmiş ve  $+z$ -yönünde konumlandırılmış  $\ell$  uzunluğunda ve  $a$  yarıçapında elektriksel olarak küçük ( $\ell \ll \lambda$ ) ve ince ( $a \ll \lambda$ ) bir iletken tel bölüt ele alınsın. Söz konusu ince tel bölüt Şekil 3.1'de görülmektedir.



Şekil 3.1. Orijinde  $+z$  yönünde yerleştirilmiş bir bölüt.

İnce tel tekniği gereği herhangi bir metal yüzeyin ince tellerle modellenebildiği ayrıca MoM gereği de bu ince tel elemanlarının bölüt adı verilen küçük parçalardan oluştuğu ve bu parçaların üzerinden sadece tel doğrultusunda ve (bu problem dâhilinde) sabit

genlikli akımların aktığı varsayılır. İnce tel yaklaşıklığı (Richmond 1966),  $\ell$  boyunda ve  $a$  yarıçaplı bir silindirik ince mükemmel iletken tüp şeklinde tanımlanan bir bölütün

- i. boyunun, bölütün içinde bulunduğu ortamdaki dalga boyundan çok küçük ( $\ell \ll \lambda$ )
- ii. yarıçapının, bölütün boyundan çok küçük ( $a \ll \ell$ )

özelliklerini sağlaması halinde geçerlidir.

Buna göre, söz konusu bölüt üzerinde akımın  $z$  eksenini boyunca  $+z$  -yönünde aktığı kabul edilsin. Bu durumda iletken tel bölüt üzerindeki akım yoğunluğunun ifadesi

$$\vec{J}(\vec{r}) = \hat{z} J_z(\vec{r}) = \hat{z} I \zeta(\vec{r}) \quad (3.1)$$

eşitliği ile verilebilir. Bu ifadede  $I$  tel eksenini boyunca  $+z$  -yönünde sabit bir değeri,  $\zeta(\vec{r})$  ise akımı tanımlayan baz fonksiyonunu göstermektedir.

2. kısımda elde edilen EAİD'den faydalanarak söz konusu bölüt üzerindeki akım dağılımının neden olduğu elektrik alan ifadeleri aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$E_x^z(\vec{r}) = i\omega\mu_0 \iiint_{\mathcal{G}} (x-x')(z-z') J_z(\vec{r}') f_2(R_1) g(R_1) d\mathcal{G}' \quad (3.2)$$

$$E_y^z(\vec{r}) = i\omega\mu_0 \iiint_{\mathcal{G}} (y-y')(z-z') J_z(\vec{r}') f_2(R_1) g(R_1) d\mathcal{G}' \quad (3.3)$$

$$E_z^z(\vec{r}) = i\omega\mu_0 \iiint_{\mathcal{G}} \left[ f_1(R_1) + (z-z')^2 f_2(R_1) \right] J_z(\vec{r}') g(R_1) d\mathcal{G}' \quad (3.4)$$

$R_1$  kaynak ve gözlem noktası arasındaki vektörün genliği (2.19)'da,  $f_1(R_1)$  ve  $f_2(R_1)$  de sırasıyla (2.21) ve (2.22)'de tanımlanmıştır. Bu (2.19)'daki  $R_1$  tanımı

$$x = \rho \cos \phi, \quad y = \rho \sin \phi \quad (3.5)$$

$$x' = a \cos \phi', \quad y' = a \sin \phi' \quad (3.6)$$

dönüşümleriyle silindirik koordinatlar sisteminde ifade edilirse

$$R_1(\vec{r}, \vec{r}') = \left[ (\rho \cos \phi - a \cos \phi')^2 + (\rho \sin \phi - a \sin \phi')^2 + (z - z')^2 \right]^{1/2} \quad (3.7)$$

ve parantez kareleri açıldıktan sonra ifade

$$R_1(\vec{r}, \vec{r}') = \left[ \rho^2 + a^2 - 2a\rho \cos(\phi - \phi') + (z - z')^2 \right]^{1/2} \quad (3.8)$$

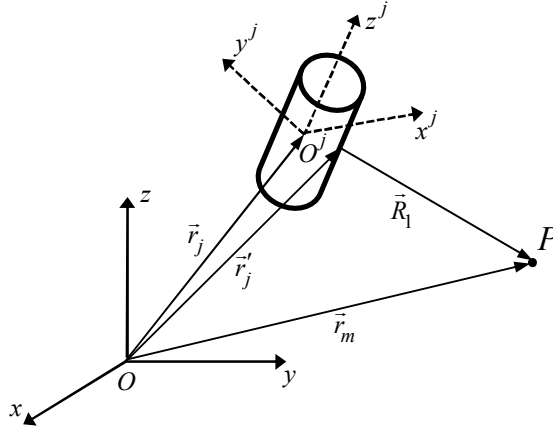
şeklini alır. İnce tel yaklaşıklığı altında (3.8) ifadesi

$$R_1(\vec{r}, \vec{r}') \cong \left[ \rho^2 + a^2 + (z - z')^2 \right]^{1/2} \quad (3.9)$$

şeklini alır.

### 3.1.2. Bir ince tel elemanın ışınma alanının yerel koordinatlardaki ifadesi

Boş uzayda  $Oxyz$  referans koordinat sistemine göre herhangi bir noktada ve herhangi bir yönde konumlandırılmış  $\ell$  uzunluğunda,  $a$  yarıçapında elektriksel olarak küçük ( $\ell \ll \lambda$ ) ve ince ( $a \ll \lambda$ ) iletken bir tel bölüt Şekil 3.2'de görülmektedir.



**Şekil 3.2.** Boş uzayda gelişigüzel konumlanmış bir bölüt.

Söz konusu bölütün bir  $P$  gözlem noktasında oluşturduğu elektrik alan hesabı için bölütün yer aldığı kabul edilen yerel koordinatlarda  $(x^j, y^j, z^j)$  işlem yapılır. Sonuçta gözlem noktasında hesaplanan elektromanyetik alanın elektrik alan bileşenleri kaynak

bölütün konumlandığı yerel koordinatlar cinsinden elde edilir. Bu alan bileşenleri daha sonra Euler dönüşümleri ile referans koordinatlarla ifade edilebilir.

Bölütün eksenini boyunca aktığı kabul edilen hacimsel akım yoğunluğunun yerel koordinatlardaki ifadesi

$$\vec{J}(\vec{r}^j) = \hat{z}^j J_z(\vec{r}^j) = \hat{z}^j I \zeta(\vec{r}^j) \quad (3.10)$$

eşitliği ile verilebilir.

(3.2)-(3.4) elektrik alan ifadeleri yerel koordinatlarda

$$E_{x^j}^{z^j}(\vec{r}^j) = i\omega\mu_0 \iiint_{\mathcal{G}^j} (x^j - x^{j'}) (z^j - z^{j'}) J_z(\vec{r}^{j'}) f_2(R_1) g(R_1) d\mathcal{G}^{j'} \quad (3.11)$$

$$E_{y^j}^{z^j}(\vec{r}^j) = i\omega\mu_0 \iiint_{\mathcal{G}^j} (y^j - y^{j'}) (z^j - z^{j'}) J_z(\vec{r}^{j'}) f_2(R_1) g(R_1) d\mathcal{G}^{j'} \quad (3.12)$$

$$E_{z^j}^{z^j}(\vec{r}^j) = i\omega\mu_0 \iiint_{\mathcal{G}^j} \left[ f_1(R_1) + (z^j - z^{j'})^2 f_2(R_1) \right] J_z(\vec{r}^{j'}) g(R_1) d\mathcal{G}^{j'} \quad (3.13)$$

şeklinde ifade edilir. Burada

$$\vec{r}^j = x^j \hat{x}^j + y^j \hat{y}^j + z^j \hat{z}^j \quad (3.14)$$

yerel koordinat sisteminde gözlem vektörü ve

$$\vec{r}^{j'} = x^{j'} \hat{x}^j + y^{j'} \hat{y}^j + z^{j'} \hat{z}^j \quad (3.15)$$

yerel koordinat sisteminde kaynak vektörüdür. Buna göre

$$R_1(\vec{r}^j, \vec{r}^{j'}) \cong \left[ (\rho^j)^2 + (z^j - z^{j'})^2 + a^2 \right]^{1/2}, \quad (\rho^j)^2 = (x^j)^2 + (y^j)^2 \quad (3.16)$$

yerel koordinatlarda, kaynak noktasından gözlem noktasına olan vektördür.



Problemin ele alınışı bakımından öncelikle referans koordinat sisteminin merkezi bölütün merkezine ötelenmiştir. Referans koordinat sistemine göre  $(x, y, z)$  ile verilen bir noktaya ötelenmiş koordinat sisteminde  $(\bar{x}_j, \bar{y}_j, \bar{z}_j)$  noktası karşılık gelmektedir. Bölütün merkezinin koordinatları  $\vec{r}_j = (x_j, y_j, z_j)$ , bölütün başlangıç ve bitiş noktalarının aritmetik ortalaması yani  $x_j = (x_j^I + x_j^{II})/2$ ,  $y_j = (y_j^I + y_j^{II})/2$ ,  $z_j = (z_j^I + z_j^{II})/2$  olarak tanımlanırsa ( $I$  ve  $II$  üst indisleri, sırasıyla, bölütün başlangıç ve bitiş noktalarını belirtmektedir), koordinat sisteminin ötelenmesi durumunda bölütün merkezinin koordinatları  $\bar{x}_j = x - x_j$ ,  $\bar{y}_j = y - y_j$ ,  $\bar{z}_j = z - z_j$  biçiminde yazılabilir. Eğer koordinat sistemi bir de döndürülürse yeni koordinat sisteminde bu noktaya  $(x^j, y^j, z^j)$  noktası karşı düşer. Bu nokta Euler dönüşümleri yardımıyla

$$\vec{r}^j = \bar{\bar{T}}_j \cdot (\vec{r} - \vec{r}_j), \quad (3.17)$$

$$\bar{\bar{T}}_j = \begin{bmatrix} \cos \alpha_j \cos \beta_j & \sin \alpha_j \cos \beta_j & -\sin \beta_j \\ -\sin \alpha_j & \cos \alpha_j & 0 \\ \cos \alpha_j \sin \beta_j & \sin \alpha_j \sin \beta_j & \cos \beta_j \end{bmatrix} \quad (3.18)$$

şeklinde tanımlanır. Burada bölütün döndürülmesiyle oluşan açılarının sinüs ve kosinüsleri, referans koordinatlardaki başlangıç ve bitiş noktalarına bağlı olarak

$$\sin \alpha_j = (y_j^{II} - y_j^I) / \sqrt{(x_j^{II} - x_j^I)^2 + (y_j^{II} - y_j^I)^2} \quad (3.19)$$

$$\cos \alpha_j = (x_j^{II} - x_j^I) / \sqrt{(x_j^{II} - x_j^I)^2 + (y_j^{II} - y_j^I)^2} \quad (3.20)$$

$$\sin \beta_j = \sqrt{(x_j^{II} - x_j^I)^2 + (y_j^{II} - y_j^I)^2} / \ell \quad (3.21)$$

$$\cos \beta_j = (z_j^{II} - z_j^I) / \ell \quad (3.22)$$

şeklinde yazılabilir.

### 3.1.3. Saçılma probleminin formülasyonu

Moment denklemi oluşturulurken iki farklı baz fonksiyonu kullanılacaktır. Bunlar DBF ve SBF'lerdir. Akım sinüzoidal yapıda olduğundan fiziksel duruma en iyi karşı düşen SBF'lerdir.

#### I. Darbe baz fonksiyonu

$j$ . bölütün ekseni boyunca aktığı kabul edilen hacimsel akım yoğunluğunun yerel silindirik koordinatlardaki ifadesi

$$\vec{J}_j(\vec{r}^j) = \hat{z}^j I_j \frac{\delta(\rho^j - a)}{2\pi a} \left[ u\left(z^j + \frac{\ell}{2}\right) - u\left(z^j - \frac{\ell}{2}\right) \right] \quad (3.23)$$

eşitliği ile verilebilir. Bu ifadede  $I_j$  tel ekseni boyunca  $+z^j$  yönünde sabit akan akımı,  $\delta(\rho^j - a)$  iki boyutlu (2B) Dirac distribüsyonunu ve  $u$  da birim basamak fonksiyonunu göstermektedir.

Kısım 2'de verilen yol ile elde edilen ışınma alan ifadeleri yerel koordinatlarda

$$\vec{f}_j(\vec{r}^j) = \hat{x}^j f_{x^j}^{z^j}(\vec{r}^j) + \hat{y}^j f_{y^j}^{z^j}(\vec{r}^j) + \hat{z}^j f_{z^j}^{z^j}(\vec{r}^j) \quad (3.24)$$

şeklinde yazılabilir. Bu alan ifadesinin bileşenleri

$$f_{x^j}^{z^j}(\vec{r}^j) = i\omega\mu_0 \int_{-\ell/2}^{\ell/2} x^j (z^j - z^{j'}) f_2(R_1) g(R_1) dz^{j'} \quad (3.25)$$

$$f_{y^j}^{z^j}(\vec{r}^j) = i\omega\mu_0 \int_{-\ell/2}^{\ell/2} y^j (z^j - z^{j'}) f_2(R_1) g(R_1) dz^{j'} \quad (3.26)$$

$$f_{z^j}^{z^j}(\vec{r}^j) = i\omega\mu_0 \int_{-\ell/2}^{\ell/2} \left[ f_1(R_1) + (z^j - z^{j'})^2 f_2(R_1) \right] g(R_1) dz^{j'} \quad (3.27)$$

olarak elde edilir. Burada;  $f_1(R_1)$ ,  $f_2(R_1)$  sırasıyla (2.21) ve (2.22)'de verilmiştir. Bu integraller ancak analitik asimptotik yaklaşımlar kullanılarak hesaplanabilmektedir. Bunlar farklı bir şekilde aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

$$f_{x^j}^{z^j}(\vec{r}^j) = \frac{i\omega\mu_0 x^j}{4\pi} \left( -\chi^j(2) - \frac{3i}{k} \chi^j(3) + \frac{3}{k^2} \chi^j(4) \right) \quad (3.28)$$

$$f_{y^j}^{z^j}(\vec{r}^j) = \frac{i\omega\mu_0 y^j}{4\pi} \left( -\chi^j(2) - \frac{3i}{k} \chi^j(3) + \frac{3}{k^2} \chi^j(4) \right) \quad (3.29)$$

$$f_{z^j}^{z^j}(\vec{r}^j) = \frac{i\omega\mu_0}{2\pi} \left\{ \frac{-1}{k} \zeta^j(2) + \left[ \frac{1}{k^2} + \frac{a^2 + (\rho^j)^2}{2} \right] \zeta^j(3) \right. \\ \left. + \left\{ \frac{3i[(\rho^j)^2 + a^2]}{2} \right\} \zeta^j(4) - \left\{ \frac{3[(\rho^j)^2 + a^2]}{2k^2} \right\} \zeta^j(5) \right\} \quad (3.30)$$

Burada

$$\chi^j(\alpha) = \int_{R_1^j}^{R_2^j} \frac{e^{ikR_1}}{R_1^\alpha} dR_1, \quad \alpha = 2, 3, 4 \text{ için}$$

$$R_1^j = \left[ (\rho^j)^2 + a^2 + (z + \ell/2)^2 \right]^{1/2}$$

$$R_2^j = \left[ (\rho^j)^2 + a^2 + (z - \ell/2)^2 \right]^{1/2}$$

$$\zeta^j(\alpha) = \int_{-\ell/2}^{\ell/2} \frac{e^{ikR_1}}{R_1^\alpha} dz^{j'}, \quad \alpha = 2, 3, 4, 5$$

şeklinde tanımlıdır.

## II. Sinüzoidal baz fonksiyonu

$j$ . ince tel bölütünden  $\vec{I}_j$  çizgisel akımının geçtiği farz ediliyor. Bu çizgisel akım  $j$ . bölütün uçlarına bağlı tüm bölütlerde düzgün süreklidir. Bu akım ifadesinin katsayıları ızgara yapının düğüm ve uç koşulları göz önünde bulundurularak hesaplanmıştır.

$j$ . bölüt üzerindeki toplam akımın formu

$$\vec{I}_j(z^j) = \hat{z}^j I_j \zeta_j(z^j) = \hat{z}^j I_j (A_j + B_j \sin(k_1 z^j) + C_j \cos(k_1 z^j)), \quad |z^j| < \ell/2 \quad (3.31)$$

şeklindedir.  $\vec{f}_j(\vec{r}^j, \vec{r}^{j'})$  (3.31)'deki çizgisel akımın ışıdığı alan ve

$$\vec{f}_j(\vec{r}^j) = \hat{x}^j f_{x^j}^{z^j} + \hat{y}^j f_{y^j}^{z^j} + \hat{z}^j f_{z^j}^{z^j} \quad (3.32)$$

olmak üzere bu bileşenlerin açık ifadeleri aşağıda verilmiştir.

$$f_{x^j}^{z^j} = \frac{i x^j e^{ik_1 R_1}}{4\pi\omega\epsilon_0 R_1} \left\{ \frac{k_1(z^j - z^{j'})}{(\rho^j)^2} (B_j \cos(k_1 z^{j'}) - C_j \sin(k_1 z^{j'})) \right. \\ \left. + \frac{1}{(\rho^j)^2} \left[ 1 - \frac{(z^j - z^{j'})^2 (1 - ik_1 R_1)}{R_1^2} \right] (B_j \sin(k_1 z^{j'}) + C_j \cos(k_1 z^{j'})) \right. \\ \left. + \frac{A_j (1 - ik_1 R_1)}{R_1^2} \right\}_{-\ell/2}^{\ell/2} \quad (3.33)$$

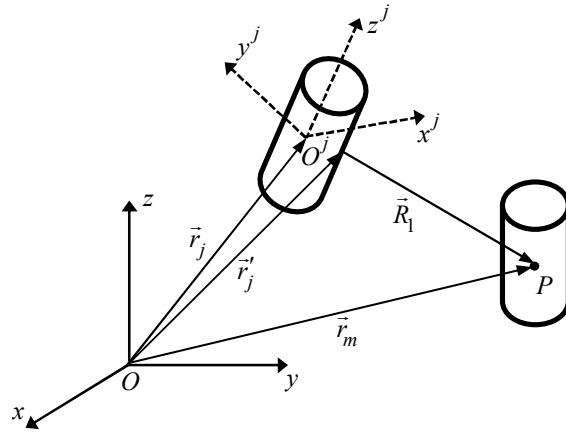
$$f_{y^j}^{z^j} = \frac{i y^j e^{ik_1 R_1}}{4\pi\omega\epsilon_0 R_1} \left\{ \frac{k_1(z^j - z^{j'})}{(\rho^j)^2} (B_j \cos(k_1 z^{j'}) - C_j \sin(k_1 z^{j'})) \right. \\ \left. + \frac{1}{(\rho^j)^2} \left[ 1 - \frac{(z^j - z^{j'})^2 (1 - ik_1 R_1)}{R_1^2} \right] (B_j \sin(k_1 z^{j'}) + C_j \cos(k_1 z^{j'})) \right. \\ \left. + \frac{A_j (1 - ik_1 R_1)}{R_1^2} \right\}_{-\ell/2}^{\ell/2} \quad (3.34)$$

$$f_{z^j}^{z^j} = \frac{-i}{4\pi\omega\epsilon_0} \left\{ \left[ k_1 \frac{e^{ik_1 R_1}}{R_1} (B_j \cos(k_1 z^{j'}) - C_j \sin(k_1 z^{j'})) \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{(z^j - z^{j'}) (1 - ik_1 R_1) e^{ik_1 R_1}}{R_1^3} (B_j \sin(k_1 z^{j'}) + C_j \cos(k_1 z^{j'})) \right]_{-\ell/2}^{\ell/2} \right. \\ \left. - A_j \left\{ \left[ \frac{(z^j - z^{j'}) (1 - ik_1 R_1) e^{ik_1 R_1}}{R_1^3} \right]_{-\ell/2}^{\ell/2} + k_1^2 \int_{-\ell/2}^{\ell/2} \frac{e^{ik_1 R_1}}{R_1} dz^{j'} \right\} \right\} \quad (3.35)$$

Buradaki  $R_1$ 'in ince tel yaklaşıklığı altındaki ifadesi (3.9)'da verilmiştir.

### 3.1.4. Doğrusal moment denklem sistemi

Bu çalışmada, incelenecek cisimler ince tellerle modellenecek ve her bir ince tel MoM gereği uygun aralıklarda bölütlere ayrıştırılacaktır. Boş uzayda referans  $Oxyz$  koordinatlarına göre herhangi bir konumda bulunan bir bölüt ve bundan belirli bir mesafede gelişigüzel konuşlanmış diğer bir bölüt daha düşünölsün. Bu durum Şekil 3.3'te görölmektedir. Söz konusu bölütlerin sayıları değişik konumlar için arttırılabilir. Buna göre bu çalışma kapsamında genelleme için üzerinde belirli bir akım yoğunluğu olduğu kabul edilen bölüt kaynak bölüt olarak isimlendirilecek ve kısaca  $j$ . bölüt olarak anılacaktır. Benzer şekilde üzerindeki akım yoğunluğu hesaplanacak olan ve  $P(x^m, y^m, z^m)$  gözlem noktasında olduğu kabul edilen bölüt ise hedef bölüt olarak isimlendirilecek ve kısaca  $m$ . bölüt olarak anılacaktır.



Şekil 3.3.  $j$ . ve  $m$ . ince tel bölüt ve ilgili konum vektörleri.

Her bölütün üzerindeki toplam teğet elektriksel alan sıfırdır şeklindeki sınır koşulunun MoM'un yapısı gereği yaklaşık olarak bölütlerin  $\vec{r}_m$  merkez noktalarında sağlandığı kabul edildiğinde herhangi  $m$ . bölüt için aşağıdaki moment denklem sistemi elde edilir.

$$\hat{\ell}^m \cdot \vec{E}(\vec{r}^m) = -\hat{\ell}^m \cdot \vec{E}^{inc}(\vec{r}^m), \quad m = 1, \dots, M \quad (3.36)$$

Burada  $\vec{E}^{inc}(\vec{r}^m)$  gelen elektrik alanının  $\vec{r} = \vec{r}^m$  noktasındaki ifadesidir.  $\vec{r}^m$  vektörü

$$\vec{r}^m = \vec{T}_j \cdot (\vec{r}_m - \vec{r}_j) \quad (3.37)$$

olarak tanımlıdır. Burada  $\vec{r}_m = (x_m, y_m, z_m)$   $m$ . bölütün merkezini gösteren vektördür.

$m$ . bölüt için akım yönünde seçilen  $(x_m^I, y_m^I, z_m^I)$  başlangıç ve  $(x_m^{II}, y_m^{II}, z_m^{II})$  bitiş koordinatlarından faydalanarak

$$\ell = \left[ (x_m^{II} - x_m^I)^2 + (y_m^{II} - y_m^I)^2 + (z_m^{II} - z_m^I)^2 \right]^{1/2}, \quad \forall m$$

sabit bölüt boyu olmak üzere,  $m$ . bölütün birim teğet vektörü  $\hat{\ell}_m$   $Oxyz$  referans sisteminde aşağıdaki şekilde yazılır.

$$\hat{\ell}_m = \ell_{mx} \hat{x} + \ell_{my} \hat{y} + \ell_{mz} \hat{z} = \left[ (x_m^{II} - x_m^I) \hat{x} + (y_m^{II} - y_m^I) \hat{y} + (z_m^{II} - z_m^I) \hat{z} \right] / \ell$$

$m$ . bölütün teğet vektörü  $\hat{\ell}_m$ 'nin yerel koordinatlardaki karşılığı

$$\hat{\ell}^m = \ell^{mx} \hat{x}^j + \ell^{my} \hat{y}^j + \ell^{mz} \hat{z}^j = \overline{\overline{T}}_j \cdot \hat{\ell}_m \quad (3.38)$$

şeklinde ifade edilebilir.

Elektrik alan ifadesi yerel koordinatlarda

$$\vec{E}_j(\vec{r}^m) = \hat{x}^j E_{jx}(\vec{r}^m) + \hat{y}^j E_{jy}(\vec{r}^m) + \hat{z}^j E_{jz}(\vec{r}^m) \quad (3.39)$$

olmak üzere toplam saçılan elektrik alan

$$\vec{E}(\vec{r}^m) = \sum_{j=1}^M \left[ \hat{x}^j E_{jx}(\vec{r}^m) + \hat{y}^j E_{jy}(\vec{r}^m) + \hat{z}^j E_{jz}(\vec{r}^m) \right] \quad (3.40)$$

şeklinde tanımlanabilir.

$\vec{E}(\vec{r}^m)$  toplam saçılan alanının toplam  $M$  adet bölütün katkısıyla oluştuğu dikkate alındığında moment denklemi

$$\sum_{n=1}^M Z_{mn} I_n = V_m, \quad m = 1, \dots, M \quad (3.41)$$

şeklini alır. Burada

$$Z_{mj} = \hat{\ell}^m \cdot \vec{f}_j(\vec{r}^m) = \hat{\ell}^m \cdot \left( \hat{x}^j f_{x^j}^{z^j}(\vec{r}^m) + \hat{y}^j f_{y^j}^{z^j}(\vec{r}^m) + \hat{z}^j f_{z^j}^{z^j}(\vec{r}^m) \right) \quad (3.42)$$

veya

$$Z_{mj} = \ell^{mx} f_{x^j}^{z^j}(\vec{r}^m) + \ell^{my} f_{y^j}^{z^j}(\vec{r}^m) + \ell^{mz} f_{z^j}^{z^j}(\vec{r}^m) \quad (3.43)$$

şeklinde tanımlanır.

İncelenen yapıyı oluşturan tel kafes, elektriksel olarak küçük ve ince iletken tel bölütlerin birleşimiyle oluşturulur. Tel bölütlerinin birleştiği noktalara *düğüm noktaları* denir. Düğüm noktalarında *bir düğüme giren akımların toplamı, düğümden çıkan akımların toplamına eşittir* biçiminde ifade edilebilecek Kirchhoff Akımlar Yasası sağlanmalıdır. Bununla beraber kuramsal olarak kafes yapıyı oluşturan ince bir telin herhangi bir düğüme girmeyen (açık) uçlarında akımlar sıfıra gitmelidir. Dolayısıyla, tel kafes yapılarının analizlerinde bu iki sınır koşulunun sağlanmasına dikkat edilmelidir.

DBF’de bu iki sınır koşulunun sağlanması amacıyla empedans matrisine tel kafes yapıyı oluşturan düğüm sayısı kadar satır eklenir. DBF’ler tercih edildiğinde her düğüm noktası için bu ek satırların ilgili elemanlarına o düğüme bağlı ve seçilen akımın yönü düğüme doğru olan bölütler için “+1”, seçilen akımın yönü düğümden dışarıya doğru olan bölütler için “-1” ve geriye kalanların tümü için “0” değerleri atanır.  $P$  tane ek satırın eklenmesiyle karesel yapısı bozulan matrisin tersi genelleştirilmiş anlamda alınmaktadır.

$$[I]_{M \times 1} = \left( [Z]_{M \times (M+P)}^* \cdot [Z]_{(M+P) \times M} \right)^{-1} \cdot \left( [Z]_{M \times (M+P)}^* \cdot [V]_{(M+P) \times 1} \right) \quad (3.44)$$

Burada “\*” işareti genelleştirilmiş matrisin Hermitian transpozisini göstermektedir. Literatürde düğüm koşullarının değişik modelleri (Crow ve Shumpert 1972, Bretones ve ark. 1991,...) raporlarında mevcuttur.

SBF’de ise bu koşullar baz fonksiyonları tanımlanırken uygulanır ve buna göre baz fonksiyonlarının katsayıları belirlenir. Böylece düğüm ve uç koşulları empedans matrisine herhangi bir ek sağlamaz.

### 3.1.5. Potansiyel sütünü elemanlarının hesabı ve saçılan uzak alan ifadesi

Potansiyel sütününun elemanları gelen alana bağlı olarak

$$V_m = -\hat{\ell}_m \cdot \vec{E}^{inc}(\vec{r}_m) \quad (3.45)$$

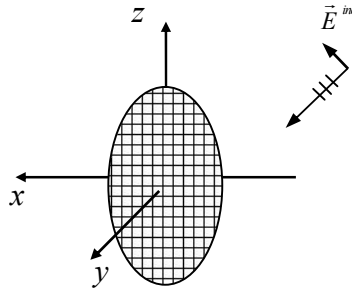
şeklinde yazılabilir. Boş uzayda gelen alan aşağıdaki gibi  $\hat{n}_i$  yönünde ilerleyen bir homojen düzlemsel dalga kabul edildiğinde

$$\vec{E}^{inc}(\vec{r}_m) = \hat{e}_i e^{ik_1 \hat{n}_i \cdot \vec{r}_m} = \hat{e}_i e^{ik_1(x_m \cos \alpha_m + y_m \cos \beta_m + z_m \cos \gamma_m)} \quad (3.46)$$

ve (3.45)’de yerine yazıldığında potansiyel sütünü elemanları

$$V_m = -\hat{e}_i \cdot \hat{\ell}_m e^{ik_1(x_m \cos \alpha_m + y_m \cos \beta_m + z_m \cos \gamma_m)} \quad (3.47)$$

şeklinde ifade edilir.



Şekil 3.4. Boş uzayda düzlemsel dalga ile aydınlatılmış cisim.



Uzak alan hesabı için bir  $j$ . bölütün ışınma alanı yerine aynı  $\hat{\ell}_j$  yönlü,  $p_j = I_j \ell_j$  dipol momentli ve bölütün merkezinde konuşlandığı farz edilen bir Hertz dipolünün ışınma alanı kullanılabilir. Böylelikle saçıcı cisimden ışınan toplam elektrik alan kapalı olarak

$$\vec{E}(\vec{r}) = i\omega\mu_0 \sum_{j=1}^M p_j \overline{\overline{G}}(\vec{r}, \vec{r}_j) \cdot \hat{\ell}_j \quad (3.48)$$

şeklinde ifade edilebilir. Buradaki  $\overline{\overline{G}}(\vec{r}, \vec{r}_j)$  ifadeleri 2. kısımda verilmiştir.

### 3.2. Kayıplı Yarı-Uzay Üzerinde Konuşlanmış Tel Izgara Yapılarından Saçılma Problemi

I ( $z > 0$ ) boş uzay ve II ( $z < 0$ ) bölgesi basit kayıplı dielektrik ortam olup bünye sabiti ile dalga sayısı  $(\varepsilon_2, \mu_0, \sigma_2)$ ,  $k_2 = \omega\sqrt{\mu_0(\varepsilon_2 + i\sigma_2/\omega)}$  ile verilsin. Yer yüzeyinin (kompleks) kırıcılığı ise  $N = k_2 / k_1 = \sqrt{\varepsilon_r + i\sigma_r/(\omega\varepsilon_0)}$  ile tanımlıdır. Burada  $\varepsilon_r = \varepsilon_2/\varepsilon_0$  II bölgesinin bağıl dielektrik sabitidir. YKY,  $|N|^2 \gg 1$  veya (buna denk kabul edilerek)  $|N| \geq 3$  şeklinde tanımlıdır. Analitik olarak  $|N|$ 'nin bir basit ortamda alacağı en küçük değer  $\sqrt{\varepsilon_r}$  ile sınırlıdır. Buna göre  $\varepsilon_r \geq 9$  koşulu sağlandıkça YKY, ortamın iletkenlik değerinden ve çalışma frekansından bağımsız olarak her zaman sağlanır.

Birim momentli bir dipolün orijine göre  $\vec{r}' = (x', y', z')$ ,  $z' > 0$  noktasında konuşlandığı varsayıldığında King formülasyonuna göre YKY altında ışıdığı elektriksel alan (Green fonksiyonu); “doğrudan” ( $d$ ), “görüntü” ( $i$ ) ve “yüzey dalgası” ( $s$ ) bileşenlerinden oluşur ve genel ifadesi

$$\begin{aligned} \overline{\overline{G}}(\vec{r}, \vec{r}') &= \overline{\overline{G}}^d(\vec{r}, \vec{r}') + \overline{\overline{G}}^i(\vec{r}, \vec{r}') + \overline{\overline{G}}^s(\vec{r}, \vec{r}'), \\ \overline{\overline{G}}^{(d,i,s)} &= \hat{x}\hat{x}g_x^{x(d,i,s)} + \hat{y}\hat{x}g_y^{x(d,i,s)} + \hat{z}\hat{x}g_z^{x(d,i,s)} \\ &\quad + \hat{x}\hat{y}g_x^{y(d,i,s)} + \hat{y}\hat{y}g_y^{y(d,i,s)} + \hat{z}\hat{y}g_z^{y(d,i,s)} \\ &\quad + \hat{x}\hat{z}g_x^{z(d,i,s)} + \hat{y}\hat{z}g_y^{z(d,i,s)} + \hat{z}\hat{z}g_z^{z(d,i,s)} \end{aligned} \quad (3.49)$$

şeklinde verilir. Burada  $g_b^{a(d,i,s)}$ ,  $a$  eksenî yönünde konuşlanmış birim momentli dipolün  $b$  eksenî yönünde oluşturduğu elektrik alanın; sırasıyla; “doğrudan”, “görüntü” ve “yüzey dalgası” bileşenlerini temsil etmektedir. Bu halde  $R_1$  (2.19)’da verilmiş olup

$$R_2 = \left[ (x-x')^2 + (y-y')^2 + (z+z')^2 \right]^{1/2}$$

$$P = \left[ (x-x')^2 + (y-y')^2 \right]^{1/2}, \quad U = \frac{k_1 R_2}{2N^2} \left[ \frac{R_2 + N(z+z')}{P} \right]^2$$

$$\xi_1 = 1 - \frac{1}{ik_1 R_1} - \frac{1}{k_1^2 R_1^2}, \quad \xi_2 = 1 - \frac{3}{ik_1 R_1} - \frac{3}{k_1^2 R_1^2}, \quad \eta_1 = 1 - \frac{1}{ik_1 R_2} - \frac{1}{k_1^2 R_2^2}$$

$$\eta_2 = 1 - \frac{3}{ik_1 R_2} - \frac{3}{k_1^2 R_2^2}, \quad \eta_3 = 1 - \frac{1}{ik_1 R_2}, \quad \Xi = \left( \frac{\pi}{k_1 R_2} \right)^{1/2} e^{-iU} F(U)$$

olarak tanımlanıyor. Ayrıca  $erfc$  bütünleyici hata fonksiyonunu içeren Norton zayıflama fonksiyonu

$$F(U) = 1 + i(\pi U)^{1/2} e^{-U} erfc(-iU^{1/2})$$

olmak üzere Green tensörünün toplam 9 bileşeninin açık ifadeleri, (King ve ark. 1992) kaynağındaki bulguların E1 kısmında amaca uygun şekilde yeniden düzenlenmesiyle,  $z, z' > 0$  için aşağıda sunulmuştur.

$$g_x^x = \frac{e^{ik_1 R_1}}{4\pi R_1} \left[ \xi_1 - \frac{(x-x')^2}{R_1^2} \xi_2 \right] - \frac{e^{ik_1 R_2}}{4\pi R_2} \left[ \eta_1 - \frac{(x-x')^2}{R_2^2} \eta_2 \right]$$

$$+ \frac{e^{ik_1 R_2}}{2\pi R_2} \frac{1}{N} \left\{ \frac{z+z'}{R_2} \eta_3 - \frac{\eta_1}{N} + \frac{(y-y')^2}{R_2^2} \frac{\eta_2}{N} - \frac{\Xi}{N^2} \frac{R_2}{P^3} \left[ ik_1 R_2 (x-x')^2 + \frac{R_2^2}{P^2} (y-y')^2 \right] \right\}$$

$$g_y^x = -\frac{(x-x')(y-y')}{R_1^2} \frac{e^{ik_1 R_1}}{4\pi R_1} \xi_2 + \frac{(x-x')(y-y')}{R_2^2} \frac{e^{ik_1 R_2}}{4\pi R_2} \eta_2$$

$$- \frac{(x-x')(y-y')}{R_2^2} \frac{e^{ik_1 R_2}}{2\pi R_2} \frac{\Xi}{N^2} \left[ \eta_2 + \frac{1}{N} \frac{R_2^3}{P^3} \left( ik_1 R_2 - \frac{R_2^2}{P^2} \right) \right]$$

$$\mathbf{g}_z^x = -\frac{(x-x')(z-z')}{R_1^2} \frac{e^{ik_1 R_1}}{4\pi R_1} \xi_2 + \frac{(x-x')(z+z')}{R_2^2} \frac{e^{ik_1 R_2}}{4\pi R_2} \eta_2$$

$$-\frac{x-x'}{R_2} \frac{e^{ik_1 R_2}}{2\pi R_2} \frac{1}{N} \left( \eta_3 + \frac{\Xi}{N} ik_1 R_2 \frac{R_2}{P} \right)$$

$$\mathbf{g}_x^y = \mathbf{g}_y^x$$

$$\mathbf{g}_y^y = \frac{e^{ik_1 R_1}}{4\pi R_1} \left[ \xi_1 - \frac{(y-y')^2}{R_1^2} \xi_2 \right] - \frac{e^{ik_1 R_2}}{4\pi R_2} \left[ \eta_1 - \frac{(y-y')^2}{R_2^2} \eta_2 \right]$$

$$+ \frac{e^{ik_1 R_2}}{2\pi R_2} \frac{1}{N} \left\{ \frac{z+z'}{R_2} \eta_3 - \frac{\eta_1}{N} + \frac{\eta_2}{N} \frac{(x-x')^2}{R_2^2} - \frac{\Xi}{N^2} \frac{R_2}{P^3} \left[ ik_1 R_2 (y-y')^2 + \frac{R_2^2}{P^2} (x-x')^2 \right] \right\}$$

$$\mathbf{g}_z^y = -\frac{(y-y')(z-z')}{R_1^2} \frac{e^{ik_1 R_1}}{4\pi R_1} \xi_2 + \frac{(y-y')(z+z')}{R_2^2} \frac{e^{ik_1 R_2}}{4\pi R_2} \eta_2$$

$$-\frac{y-y'}{R_2} \frac{e^{ik_1 R_2}}{2\pi R_2} \frac{1}{N} \left( \eta_3 + \frac{\Xi}{N} ik_1 R_2 \frac{R_2}{P} \right)$$

$$\mathbf{g}_x^z = -\frac{(x-x')(z-z')}{R_1^2} \frac{e^{ik_1 R_1}}{4\pi R_1} \xi_2 - \frac{(x-x')(z+z')}{R_2^2} \frac{e^{ik_1 R_2}}{4\pi R_2} \eta_2$$

$$+ \frac{x-x'}{R_2} \frac{e^{ik_1 R_2}}{2\pi R_2} \frac{1}{N} \left( \eta_3 + \frac{\Xi}{N} ik_1 R_2 \frac{R_2}{P} \right)$$

$$\mathbf{g}_y^z = -\frac{(y-y')(z-z')}{R_1^2} \frac{e^{ik_1 R_1}}{4\pi R_1} \xi_2 - \frac{(y-y')(z+z')}{R_2^2} \frac{e^{ik_1 R_2}}{4\pi R_2} \eta_2$$

$$+ \frac{y-y'}{R_2} \frac{e^{ik_1 R_2}}{2\pi R_2} \frac{1}{N} \left( \eta_3 + \frac{\Xi}{N} ik_1 R_2 \frac{R_2}{P} \right)$$

$$\mathbf{g}_z^z = \frac{e^{ik_1 R_1}}{4\pi R_1} \left[ \xi_1 - \frac{(z-z')^2}{R_1^2} \xi_2 \right] + \frac{e^{ik_1 R_2}}{4\pi R_2} \left[ \eta_1 - \frac{(z+z')^2}{R_2^2} \eta_2 \right] + \frac{\Xi}{N} ik_1 P \frac{e^{ik_1 R_2}}{2\pi R_2}$$

Bu ifadelerde  $|N| \rightarrow \infty$  mükemmel iletken limit durumunda yüzey dalgası bileşenleri yok olmaktadır.

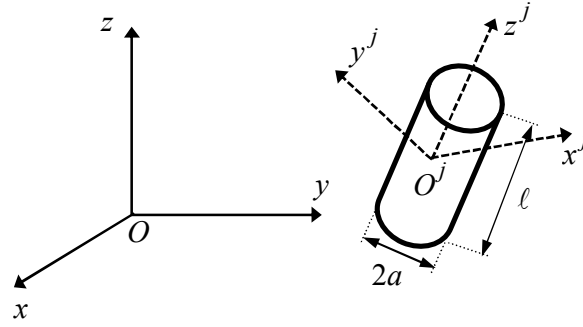
### 3.2.1. Doğrusal Moment denklem sistemi

İnce tel yaklaşığına göre, örneğin  $j$ . bölütün üzerindeki hacimsel akım yoğunluğu yerel  $O^j x^j y^j z^j$  Kartezyen koordinat sistemine ilişkin (bkz. Şekil 3.5)  $(\rho^j, \phi^j, z^j)$

silindirik koordinatlarda  $z^j$  eksenini boyunca  $+z^j$ -yönünde aktığı kabul edilsin. Bu durumda iletken tel bölüt üzerindeki akım yoğunluğunun ifadesi

$$\vec{J}_f(\vec{r}^j) = \hat{z}^j J_z(\vec{r}^j) = \hat{z}^j I_j \zeta(\vec{r}^j) \quad (3.50)$$

eşitliği ile verilebilir. Bu ifadede  $I_j$  tel eksenini boyunca  $+z^j$ -yönünde sabit bir değeri,  $\zeta(\vec{r}^j)$  ise akımı tanımlayan baz fonksiyonunu göstermektedir.



**Şekil 3.5.**  $j$ . ince tel bölüt ve yerel koordinatları.

$j$ . bölütün uzayda herhangi bir noktada ışıdığı fazör elektrik alanının genel yapısı, notasyonu Şekil 3.3'ten takip edilebileceği üzere, 3B uzayın bütünü üzerinden alınan

$$\vec{E}_j(\vec{r}) = i\omega\mu_0 \int \vec{G}(\vec{r}, \vec{r}^{j'}) \cdot \vec{J}_j(\vec{r}^{j'}) d\mathcal{V}^{j'} = I_j \vec{f}_j(\vec{r}) \quad (3.51)$$

konvolüsyon integrali ile verilir.  $M$  tane bölütten oluşan bir sistemin yarattığı toplam (saçılan) elektrik alan ise, süperpozisyon ilkesi gereği,

$$\vec{E}(\vec{r}) = \sum_{j=1}^M \vec{E}_j(\vec{r}) = \sum_{j=1}^M I_j \vec{f}_j(\vec{r}) \quad (3.52)$$

serisi ile verilir. Buna göre uzayda herhangi bir noktada toplam elektrik alan

$$\vec{E}^{tot}(\vec{r}) = \vec{E}^{inc}(\vec{r}) + \vec{E}(\vec{r}) \quad (3.53)$$

şeklinde yazılır. İlgili sınır koşulu ise, iyi bilindiği üzere, (*mükemmel iletken*) *ince bölüt yüzeyleri üzerinde toplam elektrik alanın teğet bileşeni sıfırdır* şeklindedir. Bölüt yüzeyleri üzerindeki bu değişken noktalar MoM gereği eş nokta (*collocation*) yaklaşıklığı ile bölütlerin merkez noktaları olarak seçildiğinde, (3.50) hacimsel akım yoğunluğu ifadesi (3.51) ve (3.52) içersine yerleştirilerek ilgili sınır koşulu uygulandığında

$$\sum_{j=1}^M Z_{mj} I_j = V_m \quad , \quad m = 1, 2, \dots, M \quad (3.54)$$

doğrusal Moment denklem sistemine ulaşılır.

DBF'nin sınır koşullarını sağlaması amacıyla empedans matrisine toplam düğüm sayısı kadar satır eklenir. DBF'ler tercih edildiğinde her düğüm noktası için bu ek satırların ilgili elemanlarına o düğüme bağlı ve seçilen akımın yönü düğüme doğru olan bölütler için "+1", seçilen akımın yönü düğümden dışarıya doğru olan bölütler için "-1" ve geriye kalanların tümü için "0" değerleri atanır.  $P$  tane ek satırın eklenmesiyle karesel yapısı bozulan matrisin tersi genelleştirilmiş anlamda (3.44) ifadesinde gösterilen şekilde alınmaktadır.

SBF'de ise bu koşullar baz fonksiyonları tanımlanırken uygulanır ve buna göre baz fonksiyonlarının katsayıları belirlenir. Böylece düğüm ve uç koşulları için empedans matrisine herhangi bir ek satır eklenmez.

Potansiyel sütününun elemanları ise gelen alana bağlı olarak

$$V_m = -\vec{E}^{inc}(\vec{r}_m) \cdot \hat{\ell}_m \quad (3.55)$$

şeklinde yazılabilir.

### 3.2.2. Empedans matrisi elemanlarının hesabı

Her bir baz fonksiyonunun tanımladığı akım ifadesi MoM formülasyonunda yerine konularak farklı denklem sistemleri elde edilir.

Bunun için iki farklı baz fonksiyonu kullanılacaktır. Bunlar DBF'ler ve SBF'lerdir. Farklı baz fonksiyonları farklı empedans matrisleri oluşturur. Bu empedans matrisleri analitik olarak en sade hale getirilecektir.

#### I. Darbe baz fonksiyonu

$j$ . bölütün ekseni boyunca aktığı kabul edilen hacimsel akım yoğunluğunun yerel silindirik koordinatlardaki ifadesi (3.23)'te verilmiştir. Bu ifade (3.51) denkleminde yerine konursa empedans matrisinin elemanlarının formu

$$Z_{mj} = i\omega\mu_0 \int_{-\ell/2}^{\ell/2} \int_0^{2\pi} \hat{\ell}_m \cdot \overline{G}(\vec{r}_m, \vec{r}^{j'}) \cdot \hat{z}^j \Big|_{\rho^{j'}=a} \frac{d\phi^{j'}}{2\pi} dz^{j'} \quad (3.56)$$

bölütler üzerinden (yanal) yüzey integrallerine dönüşür. Bu integraller ince tel yaklaşıklığı altında tek kata düşürülerek sayısal olarak kolayca hesaplanabilir hale gelecektir.

(3.49) Green tensörü (3.56) integraline yerleştirildiğinde empedans matrisinin elemanlarının

$$Z_{mj}^{(d,i,s)} = i\omega\mu_0 \int_{-\ell/2}^{\ell/2} \int_0^{2\pi} \hat{\ell}_m \cdot \overline{G}^{(d,i,s)}(\vec{r}_m, \vec{r}^{j'}) \cdot \hat{z}^j \Big|_{\rho^{j'}=a} \frac{d\phi^{j'}}{2\pi} dz^{j'} \quad (3.57)$$

olmak üzere

$$Z_{mj} = Z_{mj}^d + Z_{mj}^i + Z_{mj}^s \quad (3.58)$$

şeklinde yazılabileceği görülür.  $Z_{mj}^d$  (ve  $Z_{mj}^i$ ) değerleri boş uzay koşullarına karşı düştüklerinden hesaplamalarında gözlem noktalarını da  $j$ . bölütün (ve görüntüsünün) yerel koordinatlarında ifade ederek integrasyonu gerçekleştirmek takip edilebilecek en sade yoldur. Buna göre  $Z_{mj}^d$  hesabında;  $j$ . bölütün merkez noktasından  $m$ . bölütün merkez noktasına uzanan konum vektörünün yerel ve dış koordinatlardaki ifadeleri,  $\vec{r}^m = (x^m, y^m, z^m)$  ve  $\vec{r}_m - \vec{r}_j = (x_m - x_j, y_m - y_j, z_m - z_j)$  birbirlerine (3.18)'deki  $\overline{\overline{T}}_j$  Euler dönüşüm matrisi aracılığı ile

$$\vec{r}^m = \overline{\overline{T}}_j \cdot (\vec{r}_m - \vec{r}_j) \quad \text{veya} \quad \vec{r}_m - \vec{r}_j = \overline{\overline{T}}_j^{TR} \cdot \vec{r}^m$$

bağıntısı ile bağlıdır. Euler dönüşüm matrisinin diklik özelliği gereği tersi, transpozisine eşittir:  $\overline{\overline{T}}_j^{-1} = \overline{\overline{T}}_j^{TR}$ . Euler dönüşümleri altında

$$R_1(\vec{r}^m, \vec{r}^{j'}) \cong \left[ (x^m)^2 + (y^m)^2 + (z^m)^2 + a^2 - 2z^m z^{j'} + (z^{j'})^2 \right]^{1/2}$$

ve  $\hat{z}^j$  yönlü dipolün Green fonksiyonları da

$$\begin{aligned} g_{x^j}^{z^j d}(\vec{r}^m, \vec{r}^{j'}) &= -\frac{(x^m - x^{j'})(z^m - z^{j'})}{R_1^2} \frac{e^{ik_1 R_1}}{4\pi R_1} \xi_2 \\ g_{y^j}^{z^j d}(\vec{r}^m, \vec{r}^{j'}) &= -\frac{(y^m - y^{j'})(z^m - z^{j'})}{R_1^2} \frac{e^{ik_1 R_1}}{4\pi R_1} \xi_2 \\ g_{z^j}^{z^j d}(\vec{r}^m, \vec{r}^{j'}) &= \frac{e^{ik_1 R_1}}{4\pi R_1} \left[ \xi_1 - \frac{(z^m - z^{j'})^2}{R_1^2} \xi_2 \right] \end{aligned}$$

şekillerini alırlar.  $x^{j'} = a \cos \phi^{j'}$  ve  $y^{j'} = a \sin \phi^{j'}$  kutupsal dönüşümü uygulanarak (3.57) yüzey integrali  $\phi^{j'}$  değişkenine göre tam çevrim integrale edildiğinde

$$\begin{aligned} t_{x^j}^{z^j d}(\vec{r}^m, \vec{r}^{j'}) &= -\frac{x^m (z^m - z^{j'})}{R_1^2} \frac{e^{ik_1 R_1}}{4\pi R_1} \xi_2 \\ t_{y^j}^{z^j d}(\vec{r}^m, \vec{r}^{j'}) &= -\frac{y^m (z^m - z^{j'})}{R_1^2} \frac{e^{ik_1 R_1}}{4\pi R_1} \xi_2 \end{aligned}$$

olmak üzere

$$Z_{mj}^d = i\omega\mu_0 \int_{-\ell/2}^{\ell/2} \left[ \ell^{mx} t_{x^j}^{z^j d}(\vec{r}^m, \vec{r}^{j'}) + \ell^{my} t_{y^j}^{z^j d}(\vec{r}^m, \vec{r}^{j'}) + \ell^{mz} g_{z^j}^{z^j d}(\vec{r}^m, \vec{r}^{j'}) \right] dz^{j'} \quad (3.59)$$

son şeklini alır. (3.59) integrali sayısal olarak kolaylıkla hesaplanmaktadır.  $Z_{mj}^i$  teriminin hesabında da benzer yol izlenir.

$Z_{mj}^s$  elemanlarının hesabında ise  $-Z_{mj}^{d,i}$  elemanlarının hesabında takip edilen kaynak ve gözlem noktalarını yerel koordinatlarda ifade etme yönteminin aksine– kaynak noktalarını yerel, gözlem noktalarını da  $Oxyz$  dış koordinatlarında ifade etmek takip edilebilecek en sade yoldur. Bu amaçla (3.57) integralinde kaynak üzerindeki herhangi bir noktayı temsil eden konum vektörünün dış ve yerel koordinatlardaki karşılıkları olan  $\vec{r}'_j = (x'_j, y'_j, z'_j)$  ve  $\vec{r}^{j'} = (x^{j'}, y^{j'}, z^{j'})$  arasındaki

$$\vec{r}^{j'} = \overline{\overline{T}}_j (\vec{r}'_j - \vec{r}_j) \quad \text{veya} \quad \vec{r}'_j - \vec{r}_j = \overline{\overline{T}}_j^{TR} \cdot \vec{r}^{j'}$$

bağıntısı (bkz. Şekil 3.3) 3.2 kısmında verilen Green fonksiyonları içersine  $\vec{r} = \vec{r}_m$ ,  $\vec{r}' = \vec{r}'_j$  için yerleştirilmelidir.

Bu durumda ince tel yaklaşıklığı altında

$$R_1(\vec{r}_m, \vec{r}^{j'}) \cong \left\{ (x_m - x_j)^2 + (y_m - y_j)^2 + (z_m - z_j)^2 + a^2 + (z^{j'})^2 - 2z^{j'} \left[ (x_m - x_j) \cos \alpha_j \sin \beta_j + (y_m - y_j) \sin \alpha_j \sin \beta_j + (z_m - z_j) \cos \beta_j \right] \right\}^{1/2}$$

$$R_2(\vec{r}_m, \vec{r}^{j'}) \cong \left\{ (x_m - x_j)^2 + (y_m - y_j)^2 + (z_m + z_j)^2 + a^2 + (z^{j'})^2 - 2z^{j'} \left[ (x_m - x_j) \cos \alpha_j \sin \beta_j + (y_m - y_j) \sin \alpha_j \sin \beta_j - (z_m + z_j) \cos \beta_j \right] \right\}^{1/2}$$

$$P \cong \left\{ (x_m - x_j)^2 + (y_m - y_j)^2 - 2z^{j'} \sin \beta_j \cdot \left[ (x_m - x_j) \cos \alpha_j + (y_m - y_j) \sin \alpha_j \right] + (z^{j'})^2 \sin^2 \beta_j \right\}^{1/2}$$

$$U \cong \frac{k_1 R_2}{2N^2} \left( \frac{R_2 + NI_z}{P} \right)^2, \quad I_z \cong z_m + z'_j = z_m + z_j + z^{j'} \cos \beta_j$$

şekillerini alır. Green fonksiyonlarının integrasyonunda



$$I_x = \int_0^{2\pi} (x_m - x'_j) \frac{d\phi^{j'}}{2\pi} = x_m - x_j - z^{j'} \cos \alpha_j \sin \beta_j$$

$$I_{xx} = \int_0^{2\pi} (x_m - x'_j)^2 \frac{d\phi^{j'}}{2\pi} = (x_m - x_j - z^{j'} \cos \alpha_j \sin \beta_j)^2 + \frac{a^2}{2} (\cos^2 \alpha_j \cos^2 \beta_j + \sin^2 \alpha_j)$$

$$I_{xy} = \int_0^{2\pi} (x_m - x'_j)(y_m - y'_j) \frac{d\phi^{j'}}{2\pi} = (x_m - x_j - z^{j'} \cos \alpha_j \sin \beta_j) \cdot (y_m - y_j - z^{j'} \sin \alpha_j \sin \beta_j) - \frac{a^2}{2} \sin \alpha_j \cos \alpha_j \sin^2 \beta_j$$

$$I_y = \int_0^{2\pi} (y_m - y'_j) \frac{d\phi^{j'}}{2\pi} = y_m - y_j - z^{j'} \sin \alpha_j \sin \beta_j$$

$$I_{yy} = \int_0^{2\pi} (y_m - y'_j)^2 \frac{d\phi^{j'}}{2\pi} = (y_m - y_j - z^{j'} \sin \alpha_j \sin \beta_j)^2 + \frac{a^2}{2} (\sin^2 \alpha_j \cos^2 \beta_j + \cos^2 \alpha_j)$$

$$t_x^{xs} = \int_0^{2\pi} g_x^{xs} \frac{d\phi^{j'}}{2\pi} = \frac{e^{ik_1 R_2}}{2\pi R_2} \frac{1}{N} \left[ \frac{I_z}{R_2} \eta_3 - \frac{\eta_1}{N} + \frac{I_{yy}}{R_2^2} \frac{\eta_2}{N} - \frac{\Xi}{N^2} \frac{R_2}{P^3} \left( ik_1 R_2 I_{xx} + \frac{R_2^2}{P^2} I_{yy} \right) \right]$$

$$t_y^{xs} = \int_0^{2\pi} g_y^{xs} \frac{d\phi^{j'}}{2\pi} = -\frac{I_{xy}}{R_2^2} \frac{e^{ik_1 R_2}}{2\pi R_2} \frac{1}{N^2} \left[ \eta_2 + \frac{\Xi}{N} \frac{R_2^3}{P^3} \left( ik_1 R_2 - \frac{R_2^2}{P^2} \right) \right]$$

$$t_z^{xs} = \int_0^{2\pi} g_z^{xs} \frac{d\phi^{j'}}{2\pi} = -\frac{I_x}{R_2} \frac{e^{ik_1 R_2}}{2\pi R_2} \frac{1}{N} \left( \eta_3 + \frac{\Xi}{N} ik_1 R_2 \frac{R_2}{P} \right)$$

$$t_x^{ys} = t_y^{xs}$$

$$t_y^{ys} = \int_0^{2\pi} g_y^{ys} \frac{d\phi^{j'}}{2\pi} = \frac{e^{ik_1 R_2}}{2\pi R_2} \frac{1}{N} \left[ \frac{I_z}{R_2} \eta_3 - \frac{\eta_1}{N} + \frac{\eta_2}{N} \frac{I_{xx}}{R_2^2} - \frac{\Xi}{N^2} \frac{R_2}{P^3} \left( ik_1 R_2 I_{yy} + \frac{R_2^2}{P^2} I_{xx} \right) \right]$$

$$t_x^{zs} = \int_0^{2\pi} g_x^{zs} \frac{d\phi^{j'}}{2\pi} = \frac{I_x}{R_2} \frac{e^{ik_1 R_2}}{2\pi R_2} \frac{1}{N} \left( \eta_3 + \frac{\Xi}{N} ik_1 R_2 \frac{R_2}{P} \right)$$

$$t_y^{zs} = \int_0^{2\pi} g_y^{zs} \frac{d\phi^{j'}}{2\pi} = \frac{I_y}{R_2} \frac{e^{ik_1 R_2}}{2\pi R_2} \frac{1}{N} \left( \eta_3 + \frac{\Xi}{N} ik_1 R_2 \frac{R_2}{P} \right)$$

$$t_z^{zs} = \int_0^{2\pi} g_z^{zs} \frac{d\phi^{j'}}{2\pi} = \frac{\Xi}{N} ik_1 P \frac{e^{ik_1 R_2}}{2\pi R_2}$$

ara değişkenleri ve hesaplamaları yardımıyla sonuç ifade

$$Z_{mj}^s = i\omega\mu_0 \int_{-\ell/2}^{\ell/2} \begin{bmatrix} \ell_{mx} t_x^{xs} z_{jx} + \ell_{mx} t_x^{ys} z_{jy} + \ell_{mx} t_x^{zs} z_{jz} \\ + \ell_{my} t_y^{xs} z_{jx} + \ell_{my} t_y^{ys} z_{jy} + \ell_{my} t_y^{zs} z_{jz} \\ + \ell_{mz} t_z^{xs} z_{jx} + \ell_{mz} t_z^{ys} z_{jy} + \ell_{mz} t_z^{zs} z_{jz} \end{bmatrix} dz^{j'} \quad (3.60)$$

şeklinde bölüt boyunca tek katlı bir integrale indirgenmiş olur. Burada  $\hat{z}_j = z_{jx}\hat{x} + z_{jy}\hat{y} + z_{jz}\hat{z} = \overset{=TR}{T}_j \cdot \hat{z}^j$ ,  $\hat{z}^j$  vektörünün dış koordinatlardaki karşılığıdır. (3.59) ifadesi gibi (3.60)'da sayısal olarak kolaylıkla hesaplanabilmektedir.

## II. Sinüzoidal baz fonksiyonu

(3.49) Green tensörü (3.51) integraline yerleştirildiğinde empedans matrisinin elemanlarının

$$Z_{mj}^{(d,i,s)} = i\omega\mu_0 \int \hat{\ell}_m \cdot \overset{=}{G}^{(d,i,s)}(\vec{r}_m, \vec{r}^{j'}) \cdot \hat{z}^j d\mathcal{V}' \quad (3.61)$$

yine üç bileşenden oluştuğu gözükür.  $j$ . bölüt üzerindeki toplam akımın formu (3.31)'de verilmiştir. Bu ifade (3.61) denkleminde yerine konursa ve yukarıdaki benzer işlemler yapılırsa

$$Z_{mj}^d = \hat{\ell}_m \cdot \left( \hat{x}^j f_{x^j}^d + \hat{y}^j f_{y^j}^d + \hat{z}^j f_{z^j}^d \right)$$

ve

$$f_{x^j}^d = \frac{i x^m e^{ikR_1}}{4\pi\omega\epsilon_0 R_1} \left\{ \frac{k_1(z^m - z^{j'})}{(\rho^m)^2} \left( B_j \cos(k_1 z^{j'}) - C_j \sin(k_1 z^{j'}) \right) \right. \\ \left. + \frac{1}{(\rho^m)^2} \left[ 1 - \frac{(z^m - z^{j'})^2 (1 - ik_1 R_1)}{R_1^2} \right] \left( B_j \sin(k_1 z^{j'}) + C_j \cos(k_1 z^{j'}) \right) + \frac{A_j (1 - ik_1 R_1)}{R_1^2} \right\}_{z^{j'} = -\ell/2}^{\ell/2}$$

$$f_{y^j}^d = \frac{i y^m e^{ikR_1}}{4\pi\omega\epsilon_0 R_1} \left\{ \frac{k_1(z^m - z^{j'})}{(\rho^m)^2} \left( B_j \cos(k_1 z^{j'}) - C_j \sin(k_1 z^{j'}) \right) \right. \\ \left. + \frac{1}{(\rho^m)^2} \left[ 1 - \frac{(z^m - z^{j'})^2 (1 - ik_1 R_1)}{R_1^2} \right] \left( B_j \sin(k_1 z^{j'}) + C_j \cos(k_1 z^{j'}) \right) + \frac{A_j (1 - ik_1 R_1)}{R_1^2} \right\}_{z^{j'} = -\ell/2}^{\ell/2}$$

$$f_{z^j}^d = \frac{-i}{4\pi\omega\epsilon_0} \left\{ \left[ k_1 \frac{e^{ikR_1}}{R_1} \left( B_j \cos(k_1 z^{j'}) - C_j \sin(k_1 z^{j'}) \right) - \frac{(z^m - z^{j'})(1 - ik_1 R_1) e^{ikR_1}}{R_1^3} \left( B_j \sin(k_1 z^{j'}) + C_j \cos(k_1 z^{j'}) \right) \right]_{z^{j'} = -\ell/2}^{\ell/2} - A_j \left\{ \left[ \frac{(z^m - z^{j'})(1 - ik_1 R_1) e^{ikR_1}}{R_1^3} \right]_{z^{j'} = -\ell/2}^{\ell/2} + k_1^2 \int_{-\ell/2}^{\ell/2} \frac{e^{ikR_1}}{R_1} dz^{j'} \right\} \right\}$$

olarak elde edilir.  $Z_{mj}^i$ 'nin hesabında da  $Z_{mj}^d$  hesabında kullanılan aynı yol izlenir.

Yüzey dalgası bileşeni ise ince tel yaklaşıklığı ile aşağıdaki çizgisel integral formuna dönüşür.

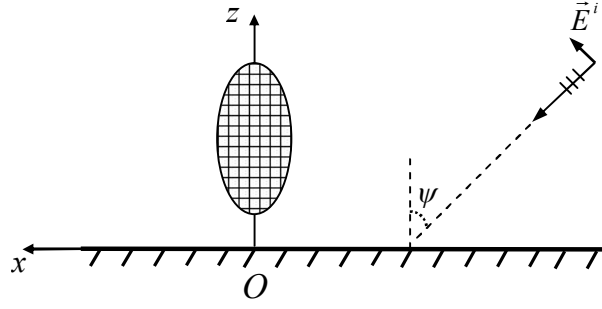
$$Z_{mj}^s = i\omega\mu_0 \int_{-\ell/2}^{\ell/2} \left[ \begin{array}{l} \ell_{mx} t_x^{xs} z_{jx} + \ell_{mx} t_x^{ys} z_{jy} + \ell_{mx} t_x^{zs} z_{jz} \\ + \ell_{my} t_y^{xs} z_{jx} + \ell_{my} t_y^{ys} z_{jy} + \ell_{my} t_y^{zs} z_{jz} \\ + \ell_{mz} t_z^{xs} z_{jx} + \ell_{mz} t_z^{ys} z_{jy} + \ell_{mz} t_z^{zs} z_{jz} \end{array} \right] \zeta_j(z^{j'}) dz^{j'}$$

Bu bileşenin hesabı sayısal yollar ile yapılır.

### 3.2.3. Potansiyel sütünü elemanlarının hesabı

MoM'da verici (kaynak) etmenini ve yayılım ortamının fiziksel ve geometrik özelliklerini içersinde barındıran (3.55) potansiyel sütün elemanlarını belirlemek için gelen elektrik alanın analitik ifadesi elde edilecektir. Bu kısımda sayısal inceleme için yayılım ortamları ve gelen alan ifadesi bakımından üç farklı senaryo incelenecektir. Bu üç senaryo; homojen düzlemsel dalga-düz empedans yer yüzeyi, bir monopol anten-düz empedans yer yüzeyi ve bir monopol anten-küresel empedans yer yüzeyi şeklindedir. Bu üç senaryoda da empedans matrisi oluşturulurken düz yer yüzeyi için ve yakın alanda geçerli Green fonksiyonları (Örn. King'in Green fonksiyonları) kullanılmalıdır. Bunun nedeni, bu koşullarda saçıcı cismin altındaki fiziksel koşulların hepsinde aynı ve düz yer yüzeyi olarak kabul edilmesidir. Işınan alanlarında ise alıcının konumuna göre Green fonksiyonları seçilebilir.

**Senaryo I. Homojen düzlemsel dalga ve düz empdeans yer yüzeyi**



**Şekil 3.6.** Düzlemsel dalga ile aydınlatılmış bir cisim.

Boş uzayda herhangi  $\hat{n}_i$  yönünde ilerleyen bir homojen düzlemsel dalganın genel ifadesi

$$\vec{E}^i = \hat{e}_i E_0 e^{ik_1 \hat{n}_i \cdot \vec{r}} \quad (3.62)$$

ile verilsin. Arakesit düzleminin normali  $\hat{n} \equiv \hat{z}$  olmak üzere dalganın geliş düzlemi,  $\hat{n}_i$  ve  $\hat{n}$  vektörleri tarafından gerilir. Geliş düzleminin normali  $\hat{q} = \hat{n} \times \hat{n}_i$  ile tanımlı olsun. Buna göre (3.62) elektrik alanının doğrultu vektörü,  $\hat{q}$  vektörüne teğet ve dik bileşenleri cinsinden  $\hat{e}_i = \hat{q}(\hat{q} \cdot \hat{e}_i) - \hat{q} \times (\hat{q} \times \hat{e}_i)$  olarak yazılabilir. (3.62) alanı TE ve TM polarizasyonlu bileşenleri cinsinden  $\vec{E}^i = \vec{E}_{TE}^i + \vec{E}_{TM}^i$  şeklinde yazılabilir. Burada

$$\vec{E}_{TE}^i = -\hat{q} \times (\hat{q} \times \hat{e}_i) E_0 e^{ik_1 \hat{n}_i \cdot \vec{r}} = (\hat{q} \times \hat{e}_i) \times \hat{q} E_0 e^{ik_1 \hat{n}_i \cdot \vec{r}}, \quad \vec{E}_{TM}^i = \hat{q}(\hat{q} \cdot \hat{e}_i) E_0 e^{ik_1 \hat{n}_i \cdot \vec{r}}$$

şeklinde tanımlıdır. Arakesit düzleminde yansıyan dalganın TE ve TM polarizasyonlu bileşenleri ise

$$\vec{E}_{TE}^r = (\hat{q} \times \hat{e}_i) \times \hat{q} \Gamma_{TE} E_0 e^{ik_1 \hat{n}_i \cdot \vec{r}}, \quad \vec{E}_{TM}^r = \hat{q}(\hat{q} \cdot \hat{e}_i) \Gamma_{TM} E_0 e^{ik_1 \hat{n}_i \cdot \vec{r}}$$

şeklinde yazılabilir. Buna göre toplam gelen alan

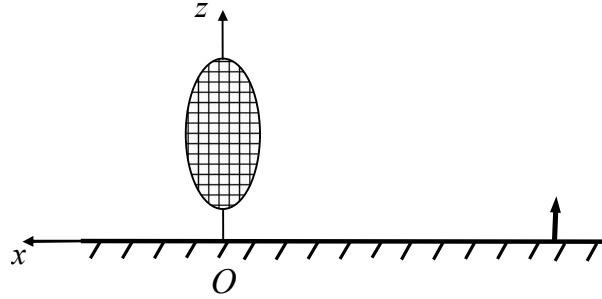
$$\vec{E}^{inc} = \vec{E}_{TE}^i + \vec{E}_{TE}^r + \vec{E}_{TM}^i + \vec{E}_{TM}^r \quad (3.63)$$

olarak tanımlanır. (3.63) ifadesindeki düşey ve yatay polarizasyonlu homojen düzlemsel dalgalar için tanımlanan Fresnel yansıma katsayıları

$$\Gamma_{TE} = \frac{N \cos \psi - (N - \sin^2 \psi)^{1/2}}{N \cos \psi + (N - \sin^2 \psi)^{1/2}}, \quad \Gamma_{TM} = \frac{\cos \psi - (N - \sin^2 \psi)^{1/2}}{\cos \psi + (N - \sin^2 \psi)^{1/2}}$$

şeklindedir.  $\psi$  dalganın  $\hat{n}$  ile  $\hat{n}_i$  vektörleri arasında kalan ve  $[0, \pi/2)$  aralığında tanımlı olan geliş açısıdır.

### **Senaryo II. Bir monopol anten ve düz empedans yer yüzeyi**



**Şekil 3.7.** Monopol ile aydınlatılan, düzlemsel yüzey üzerindeki bir cisim.

(3.51) ifadesinden faydalanarak  $\vec{r} = \vec{r}'$  noktasındaki,  $\hat{\ell}_M$  doğrultusundaki  $p_M$  momentli monopol antenin gelen uzak alan ifadesi

$$\vec{E}^{inc}(\vec{r}) = i\omega\mu_0 p_M \overline{\overline{G}}(\vec{r}, \vec{r}') \cdot \hat{\ell}_M \quad (3.64)$$

şeklinde ifade edilir. Green tensörünün elemanlarını Norton (1937) tarafından sunulan E1'de verilen YKY ve çok eğik (*grazing*) dalga geliş durumundaki Green fonksiyonları oluşturur. Bu Green fonksiyonları; farklı yüzey empedanslı fiziksel ortamların, Green fonksiyonlarındaki yüzey empedansının değiştirilmesiyle, probleme kolayca sokulmasına olanak sağlamaktadır.

Bu elemanlar aşağıda verilmiştir.

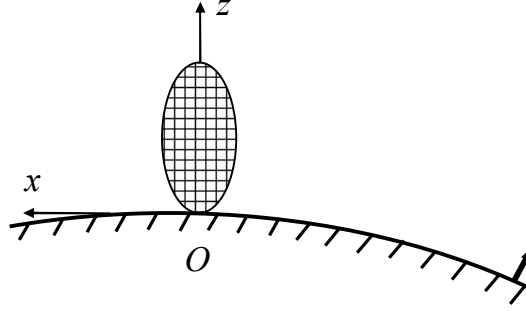
$$\begin{aligned}
g_x^x &= \frac{e^{ik_1 R_1}}{4\pi R_1} \left[ 1 - \frac{(x-x')^2}{R_1^2} \right] + \frac{e^{ik_1 R_2}}{4\pi R_2} \left[ R_h \frac{(y-y')^2}{P^2} - R_v (x-x')^2 \left( \frac{1}{P^2} - \frac{1}{R_2^2} \right) \right] \\
&\quad + \frac{e^{ik_1 R_2}}{4\pi R_2} \left[ \frac{(y-y')^2}{P^2} (1-R_h) F(q) - \frac{(x-x')^2}{P^2} \Delta_0^2 (1-R_v) F(W_N) \right] \\
g_y^x &= -\frac{(x-x')(y-y')}{R_1^2} \frac{e^{ik_1 R_1}}{4\pi R_1} - (x-x')(y-y') \frac{e^{ik_1 R_2}}{4\pi R_2} \left[ \frac{R_h}{P^2} + R_v \left( \frac{1}{P^2} - \frac{1}{R_2^2} \right) \right] \\
&\quad - \frac{(x-x')(y-y')}{P^2} \frac{e^{ik_1 R_2}}{4\pi R_2} \left[ (1-R_h) F(q) + \Delta_0^2 (1-R_v) F(W_N) \right] \\
g_z^x &= -\frac{(x-x')(z-z')}{R_1^2} \frac{e^{ik_1 R_1}}{4\pi R_1} + \frac{(x-x')(z+z')}{R_2^2} R_v \frac{e^{ik_1 R_2}}{4\pi R_2} - \frac{x-x'}{R_2} \Delta_0 (1-R_v) F(W_N) \frac{e^{ik_1 R_2}}{4\pi R_2} \\
g_x^y &= g_y^x \\
g_y^y &= \frac{e^{ik_1 R_1}}{4\pi R_1} \left[ 1 - \frac{(y-y')^2}{R_1^2} \right] + \frac{e^{ik_1 R_2}}{4\pi R_2} \left[ R_h \frac{(x-x')^2}{P^2} - R_v (y-y')^2 \left( \frac{1}{P^2} - \frac{1}{R_2^2} \right) \right] \\
&\quad + \frac{e^{ik_1 R_2}}{4\pi R_2} \left[ \frac{(x-x')^2}{P^2} (1-R_h) F(q) - \frac{(y-y')^2}{P^2} \Delta_0^2 (1-R_v) F(W_N) \right] \\
g_z^y &= -\frac{(y-y')(z-z')}{R_1^2} \frac{e^{ik_1 R_1}}{4\pi R_1} + \frac{(y-y')(z+z')}{R_2^2} R_v \frac{e^{ik_1 R_2}}{4\pi R_2} - \frac{y-y'}{R_2} \Delta_0 (1-R_v) F(W_N) \frac{e^{ik_1 R_2}}{4\pi R_2} \\
g_x^z &= -\frac{(x-x')(z-z')}{R_1^2} \frac{e^{ik_1 R_1}}{4\pi R_1} - \frac{(x-x')(z+z')}{R_2^2} R_v \frac{e^{ik_1 R_2}}{4\pi R_2} + \frac{x-x'}{R_2} \Delta_0 (1-R_v) F(W_N) \frac{e^{ik_1 R_2}}{4\pi R_2} \\
g_y^z &= -\frac{(y-y')(z-z')}{R_1^2} \frac{e^{ik_1 R_1}}{4\pi R_1} - \frac{(y-y')(z+z')}{R_2^2} R_v \frac{e^{ik_1 R_2}}{4\pi R_2} + \frac{y-y'}{R_2} \Delta_0 (1-R_v) F(W_N) \frac{e^{ik_1 R_2}}{4\pi R_2} \\
g_z^z &= \frac{P^2}{R_1^2} \frac{e^{ik_1 R_1}}{4\pi R_1} + \frac{P^2}{R_2^2} R_v \frac{e^{ik_1 R_2}}{4\pi R_2} + \frac{P^2}{R_2^2} (1-R_v) F(W_N) \frac{e^{ik_1 R_2}}{4\pi R_2}
\end{aligned}$$

Norton'un formülasyonunda yeryüzü bir skaler empedans sınır koşulu (bkz. Maclean 1993, kıs.1.15) ile modellenmiştir. Bu koşulu sağlayan normalize empedans  $\Delta_0 = (1/N)[1 - (1/N^2)(P/R_2)]^{1/2}$  'dir. Bu ifadelerdeki düşey ve yatay Fresnel yansımaya katsayıları ve yer parametreleri aşağıdaki gibi verilmiştir.

$$R_v = \frac{z+z'-R_2\Delta_0}{z+z'+R_2\Delta_0}, \quad R_h = \frac{z+z'-R_2\delta_0}{z+z'+R_2\delta_0}, \quad W_N = \frac{ik_1R_2}{2} \left( \frac{z+z'+R_2\Delta_0}{P} \right)$$

$$\delta_0 = N^2\Delta_0, \quad q = \frac{ik_1R_2}{2} \left( \frac{z+z'+R_2\delta_0}{P} \right)$$

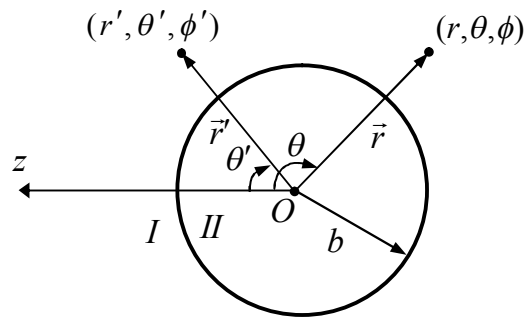
**Senaryo III. Bir monopol anten ve küresel empedans yer yüzeyi**



**Şekil 3.8.** Monopol ile aydınlatılan, küresel yüzey üzerindeki bir cisim.

Van der Pol-Bremmer kuramı (Van Der Pol 1935, Bremmer 1949) temel alınarak geliştirilen Wait (bkz. Wait 1956, 1964) tarafından sunulan Green fonksiyonları seti kullanıldığı durumda da (3.64) ifadesi küresel empedans yüzeyinde ışılan alanları ifade eder.

Saçıcının olmadığı durumda dış Kartezyen koordinat sisteminin  $z$ ,  $x$  ve  $y$  eksenleri orijini Şekil 3.9'da gösterildiği gibi merkez nokta olan yeryüzünün küresel koordinatlarının sırasıyla  $r$ ,  $\theta$ ,  $\phi$  eğrilerine karşı düşürülebilir.



**Şekil 3.9.** Küresel yeryüzü ve global koordinat sistemi  $Or\theta\phi$ .

Böylece Green fonksiyonunun Kartezyen tensör bileşenleri  $0$ 'de hesaplanan ve  $\theta' = 0$  için olan ifadeleri aşağıda verilmiştir.

$$g_x^x = e^{i\pi/4} \cos \phi \frac{(\pi A\theta)^{1/2}}{A^2} \frac{e^{ik_1 b\theta}}{2\pi b\theta} \sum_{s=1}^{\infty} \frac{e^{iA\theta t_s} w'(t_s - y_1) w'(t_s - y_2)}{(t_s - q^2) w^2(t_s)}$$

$$g_y^x = -e^{i\pi/4} \sin \phi (\pi A\theta)^{1/2} \frac{e^{ik_1 b\theta}}{2\pi b\theta} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{e^{iA\theta \bar{t}_m} w(\bar{t}_m - y_1) w(\bar{t}_m - y_2)}{(\bar{t}_m - q_1^2) w^2(\bar{t}_m)}$$

$$g_z^x = ie^{i\pi/4} \cos \phi \frac{(\pi A\theta)^{1/2}}{A} \frac{e^{ik_1 b\theta}}{2\pi b\theta} \sum_{s=1}^{\infty} \frac{e^{iA\theta t_s} w'(t_s - y_1) w(t_s - y_2)}{(t_s - q^2) w^2(t_s)}$$

$$g_x^y = e^{i\pi/4} \sin \phi \frac{(\pi A\theta)^{1/2}}{A^2} \frac{e^{ik_1 b\theta}}{2\pi b\theta} \sum_{s=1}^{\infty} \frac{e^{iA\theta t_s} w'(t_s - y_1) w'(t_s - y_2)}{(t_s - q^2) w^2(t_s)}$$

$$g_y^y = e^{i\pi/4} \cos \phi (\pi A\theta)^{1/2} \frac{e^{ik_1 b\theta}}{2\pi b\theta} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{e^{iA\theta \bar{t}_m} w(\bar{t}_m - y_1) w(\bar{t}_m - y_2)}{(\bar{t}_m - q_1^2) w^2(\bar{t}_m)}$$

$$g_z^y = ie^{i\pi/4} \sin \phi \frac{(\pi A\theta)^{1/2}}{A} \frac{e^{ik_1 b\theta}}{2\pi b\theta} \sum_{s=1}^{\infty} \frac{e^{iA\theta t_s} w'(t_s - y_1) w(t_s - y_2)}{(t_s - q^2) w^2(t_s)}$$

$$g_x^z = -ie^{i\pi/4} \frac{(\pi A\theta)^{1/2}}{A} \frac{e^{ik_1 b\theta}}{2\pi b\theta} \sum_{s=1}^{\infty} \frac{e^{iA\theta t_s} w(t_s - y_1) w'(t_s - y_2)}{(t_s - q^2) w^2(t_s)}$$

$$g_y^z = 0$$

$$g_z^z = e^{i\pi/4} (\pi A\theta)^{1/2} \frac{e^{ik_1 b\theta}}{2\pi b\theta} \sum_{s=1}^{\infty} \frac{e^{iA\theta t_s} w(t_s - y_1) w(t_s - y_2)}{(t_s - q^2) w^2(t_s)}$$

Burada  $b = (4/3) \times 6378$  [km] birinci mertebeden troposferik kırınımlar hesaba katıldığı durumdaki yeryüzünün etkin yarıçapıdır.  $Z_0$  boş uzay dalga empedansı,  $\Delta = (1/N)[1 - (1/N^2)]^{1/2}$  boş uzay dalga empedansı ile normalize yüzey empedansı,  $A = (k_1 b/2)^{1/3}$ ,  $h_1 = r' - b$  ve  $h_2 = r - b$  kaynak ve gözlem noktalarının yerden yükseklikleridir. Ayrıca  $y_1 = k_1 h_1 / A$ ,  $y_2 = k_1 h_2 / A$  ve  $A_i(t)$ ,  $B_i(t)$  standart Airy fonksiyonları göstermek üzere  $w(t) = \sqrt{\pi} [B_i(t) + iA_i(t)]$  olarak tanımlıdır. Bu alan fonksiyonları YKY'ye uygun olarak  $h_{1,2} \ll b$  kabulü ve  $|\Delta|^2 \ll 1$  Rayleigh hipotezi altında türetilmiştir.

$t_s$  ve  $\bar{t}_m$  sırasıyla  $w'(t) - qw(t) = 0$  ve  $w'(t) - q_1 w(t) = 0$  Stokes denklemlerinin ayrık karmaşık köklerine karşı düşer. Burada  $q = iA\Delta$  ve  $q_1 = N^2 q$  yer sabitleridir. Bunlar, genlikleri indis sayısı ile artan ve karmaşık düzlemin ilk bölgesinde yer alan yer dalgası



modunun öz değerleridir. Bunların belirlenmesi için (Galejs 1972, syf.340-343)'deki algoritma kullanılmıştır.

Yer yüzeyinin eğriliğinin gözardı edilemediği en küçük mesafeye kritik mesafe denir ve bu V.A. Houdzoumis (1994) tarafından  $\rho_C = b(k_1 b/2)^{-1/3}$  olarak hesaplanmıştır.

Furutsu'nun (1963-1982) ve Polat'ın (2004) yaptığı çalışmalardaki gibi yayılımın önünde arazi koşulları, kara-deniz geçişleri veya engeller (ada) olduğunda veyahut tabakalı yeryüzü durumunda (3.51) ve (3.55)'de Green fonksiyonlarının uygun bir seti kullanılır.

Herhangi bir deniz spektrumunda açıklanan ortalama rüzgar hızı, dalga boyu ve dalga doğrultusu gibi oşinografik parametreler de (bkz. (Ochi 1998), (Kinsman, 1965, syf. 386-403, Philips 1966 syf.109-139, Pierson ve Moskowitz 1964, Berizzi ve Dalle Mese 2001) normalize yüzey empedansını  $\bar{\Delta} = \Delta + \Delta_{add}$  şeklinde modifiye ederek hesaba katılabilir. Burada  $\Delta_{add}$  ek terimi ilk defa analitik olarak perturbasyon tekniğini ve Rayleigh hipotezini kullanarak deniz spektrumunu içeren 2B (spektral) integral olarak D.A. Barrick (1971) tarafından hesaplanmıştır.

#### 3.2.4. Saçılan uzak alan ifadesi

Uzak alan hesabında bir  $j$ . bölütün ışınma alanı yerine aynı  $\hat{\ell}_j$  yönlü,  $p_j = I_j \ell_j$  momentli ve bölütün merkez noktasında konuşlandığı farz edilen bir Hertz dipolünün ışınma alanı kullanılabilir. Böylelikle saçıcı cismin ışıdığı toplam elektrik alan kapalı olarak

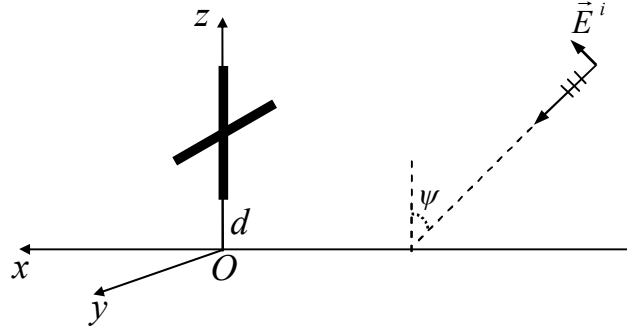
$$\vec{E}(\vec{r}) = i\omega\mu_0 \sum_{j=1}^M p_j \vec{G}(\vec{r}, \vec{r}_j) \cdot \hat{\ell}_j \quad (3.65)$$

şeklinde ifade edilebilir. Burada dyadik Green fonksiyonu olarak düz yeryüzü için Norton'un (1937) sunduğu ifadeler kullanılmıştır. Çünkü bir fiziksel koşul probleme bu Green fonksiyonlarının yüzey empedansı terimi değiştirilerek kolaylıkla katılabilir. Küresel yeryüzü için ise yine aynı nedenden Wait'in (1964) sunduğu ifadeler kullanılır.

#### 4. SAYISAL UYGULAMALAR

Bu kısımda, analitik hesaplamaların ve geliştirilen yazılımların doğruluklarını ticari SNEC™ yazılımı ile elde edilen sonuçlarla karşılaştırarak test etmek üzere yüksek frekans bandı içerisinde kalacak şekilde bazı sayısal sonuçlar sunulmuştur. Önceki bölümde bahsedilen üç senaryo için 3–45 [MHz] frekans aralığında ve yer yüzeyinin elektriksel sabitleri okyanus suyununki ile aynı kabul edildiği ( $\epsilon_r = 80$ ,  $\sigma_2 = 4$  [S/m]) durumda sayısal sonuçlar elde edilmiştir. Tüm uygulamalarda MoM'un etkinliği açısından saçıcı cisimlerin boyutları rezonans bölgesinde çalışılacak şekilde ayarlanmıştır. Hesaplamalar DBF ve/veya SBF için yapılmış bağıl hatalarda ise SBF'lerden elde edilen sonuçlar kullanılmıştır.

İlk olarak, Şekil 4.1 ile verilen deniz yüzeyindeki çapraz tel yapıdan  $Oxz$  düzleminde  $\psi = 45^\circ$  açılı gelen birim genlikli düzlemsel dalganın saçılma senaryosu incelenmiştir.



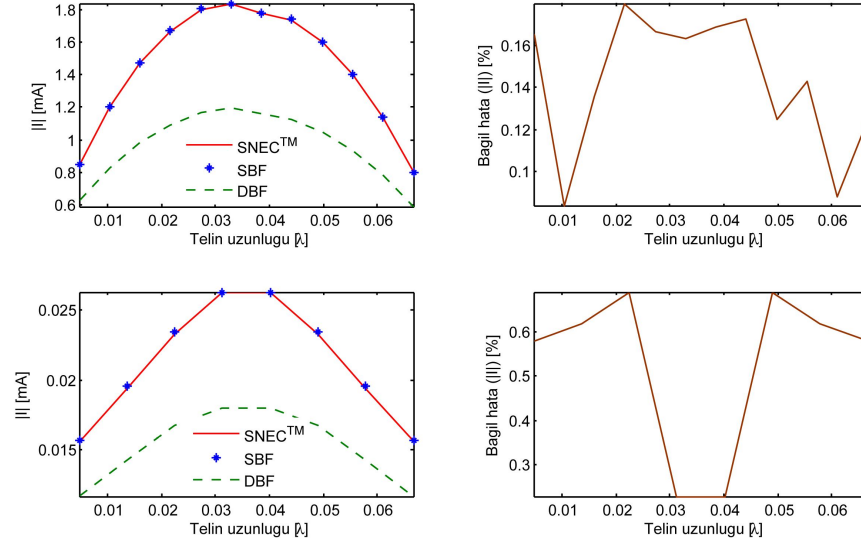
**Şekil 4.1.** Bir homojen düzlemsel dalga ile aydınlatılan düzlemsel deniz yüzeyindeki çapraz tel.

Çarpının alt ucunun yerden yüksekliği  $d = 8$  [m] iken her bir kolunun uzunluğu eşit ve 3.33 [m]'dir. Yatay kolların  $y$ -ekseni boyunca uzandığı varsayılıyor.

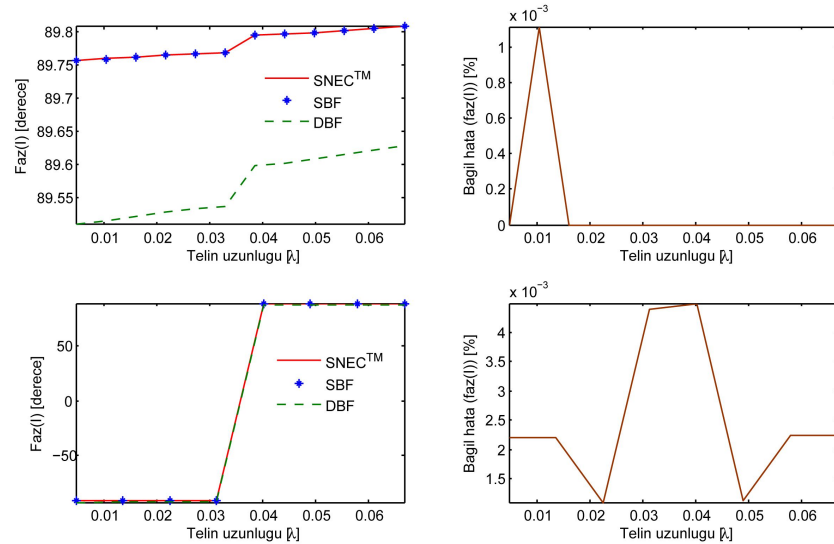
İlk gösterimde çalışma frekansı her bir kolun uzunluğu  $\lambda/30$  ve alt ucun yerden yüksekliği  $d = 2\lambda/25$  olduğu  $f = 3$  [MHz] ( $\lambda = 100$  [m]) alınmıştır. İnce tel yaklaşıklığı altında bölütlerin geometrik parametreleri  $\ell = 0.5$  [m] =  $\lambda/200$  [m] ve  $a = 1/40$  [m] =  $\lambda/4000$  [m] =  $\ell/20$  olarak seçilmiştir. Bu değerler hesaplanan alanların

duyarsız olduğu bölgeye düşmektedir. Bu parametrizasyon altında bölütlerin toplam sayısı 27 olmaktadır.

Şekil 4.2 ve Şekil 4.3'te çapraz telin kollarındaki akım ve faz dağılımları ve  $\%100|(SNEC^{TM} - KOD)/SNEC^{TM}|$  ile hesaplanan bağıl hatalar SNEC<sup>TM</sup> ticari yazılımının aynı değerleri ile karşılaştırılarak verilmiştir.

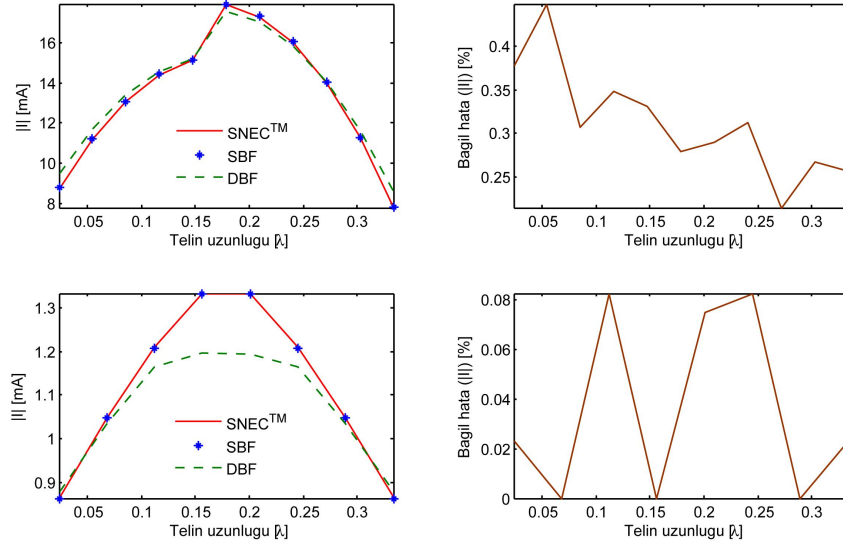


Şekil 4.2. 3 [MHz]'de yatay ve düşey kollardaki akımların genlik dağılımları ve bağıl hataları.

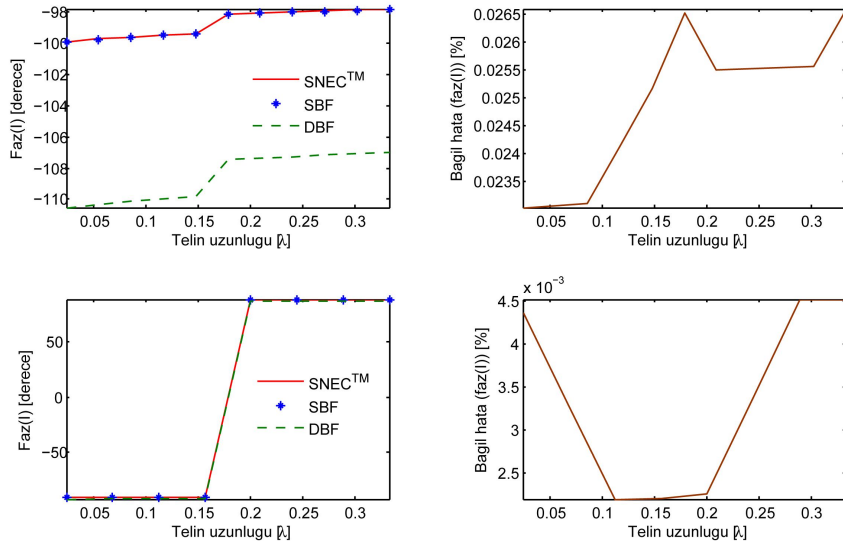


Şekil 4.3. 3 [MHz]'de yatay ve düşey kollardaki akımların faz dağılımları ve bağıl hataları.

Şekil 4.4 ve Şekil 4.5’deki ikinci gösterimde çalışma frekansı  $\ell = 0.5 [m] = \lambda/40 [m]$  ve  $a = 1/40 [m] = \lambda/800 [m] = \ell/20$  iken her bir kolun uzunluğu  $\lambda/6$  ve alt ucun yerden yüksekliği  $d = 2\lambda/5$  olduğu  $f = 15 [MHz]$  ( $\lambda = 20 [m]$ ) alınmıştır.



Şekil 4.4. 15 [MHz]’de yatay ve düşey kollardaki akımların genlik dağılımları ve bağlı hataları.

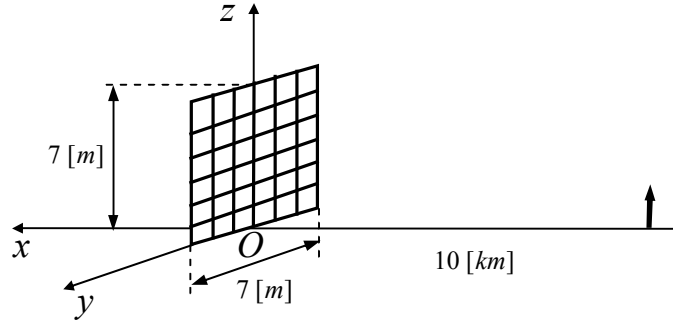


Şekil 4.5. 15 [MHz]’de yatay ve düşey kollardaki akımların faz dağılımları ve bağlı hataları.

İki gösterimde de SNEC<sup>TM</sup>’te kullanılan SBF’ye paralel olarak koddaki MoM yapısında da zayıf yakınsayan DBF’lerin yerine SBF’lerin kullanılması bağlı hatayı %0.6 ile

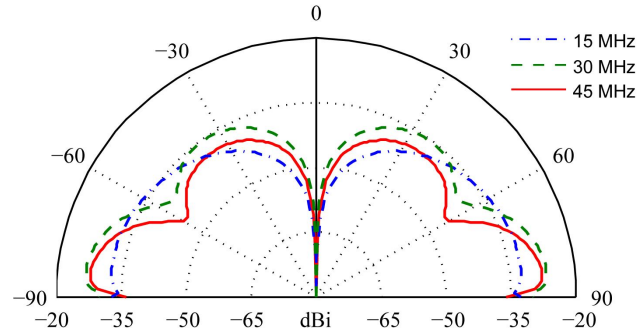
sınırlamıştır. Buna göre SBF'lerin fiziksel yapıyı daha iyi karşılamasından dolayı bu baz fonksiyonları ile elde edilen sonuçların daha güvenilir olduğu söylenebilir. DBF'lerin uç koşullarını sağlamadaki kuramsal başarısızlığı akım hesaplanırkenki matris tersi alma işlemi ile bütün geometriye yansımıştır.

İkinci senaryonun uygulaması olarak köşe uzunluğu  $7 [m]$ , diyagonal uzunluğu  $D \cong 10 [m]$  olan deniz yüzeyindeki tel ızgara plaka  $10 [km]$  mesafeden birim momentli bir monopol ile Şekil 4.6'daki gibi aydınlatılmıştır.

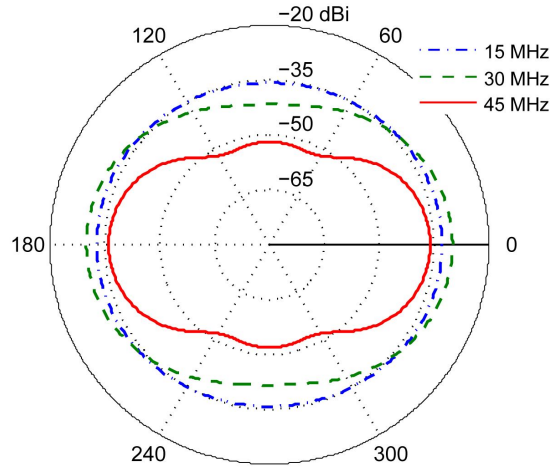


**Şekil 4.6.** Düzlemsel yüzeydeki bir monopol ile aydınlatılan bir tel ızgara plaka.

Şekil 4.7 ve Şekil 4.8'de toplam (normalize) saçılan alanın ( $10 \log_{10}(4\pi r^2 |\vec{E}|^2)$ ) çalışma dalga boyunun sırasıyla  $2D$ ,  $D$ ,  $2D/3$ 'e karşı düştüğü  $15$ ,  $30$ ,  $45 [MHz]$  frekanslarında elevasyon ( $Oxz$ ) ve azimut ( $Oxy$ ) örüntüleri çizilmiştir. Örüntülerde görülen simetri ince tel yaklaşıklığındaki akımın her bir bölüt üzerinde sadece boyuna akmasından dolayı olduğu kadar plakanın simetrik yapısından da kaynaklanmaktadır.

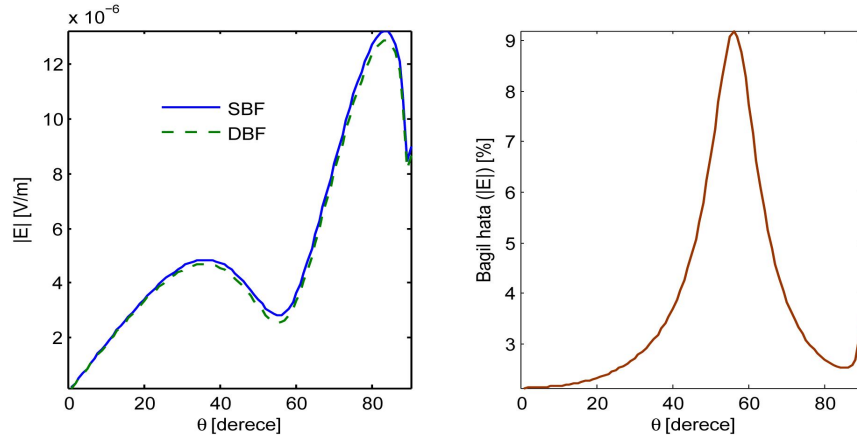


**Şekil 4.7.** a)15 , b)30, c)45 [MHz] frekanslarında plakadan toplam saçılan alanın elevasyon örüntüsü.



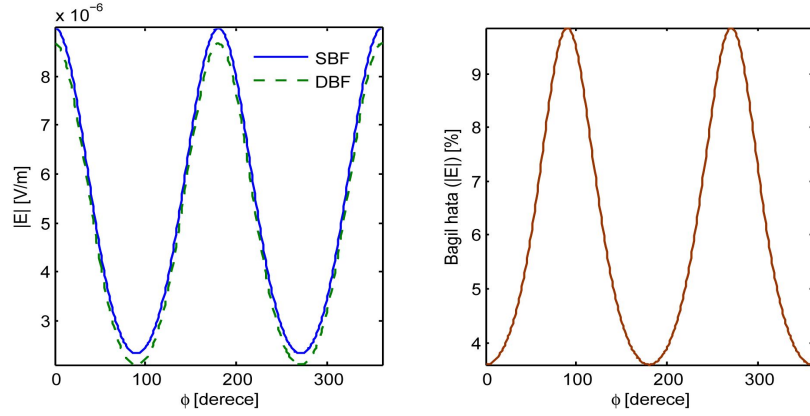
**Şekil 4.8.** a) 15 , b)30, c)45 [MHz] frekanslarında plakadan toplam saçılan alanın azimut örüntüsü.

Şekil 4.9’da 30 [MHz] ( $D \cong \lambda$ ) frekansında  $r = (x^2 + z^2)^{1/2}$ ’de  $\theta = \tan^{-1}(x/z)$ ’ye bağlı olarak SBF ve DBF için elevasyon ( $Oxz$ ) örüntüleri ve bağıl hataları çizilmiştir. Hatanın %9 ile sınırlandırıldığı görülmektedir.

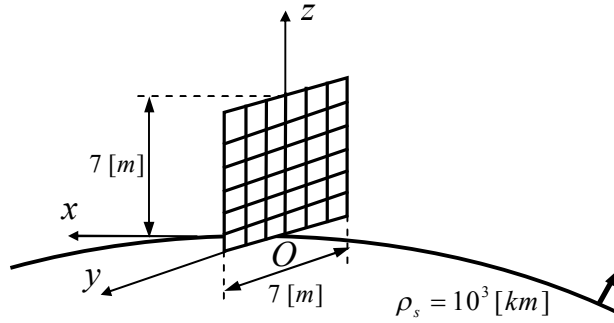


**Şekil 4.9.** 30 [MHz]’de plakadan toplam saçılan alanın elevasyon örüntüsü.

Şekil 4.10’da 30 [MHz] ( $D \cong \lambda$ ) frekansında  $r = (x^2 + z^2)^{1/2}$ ’de  $\theta = \tan^{-1}(x/z)$ ’ya bağlı olarak SBF ve DBF için azimut ( $Oxy$ ) örüntüleri ve bağıl hataları çizilmiştir. Bağıl hatanın %10 ile sınırlandırıldığı görülmektedir.

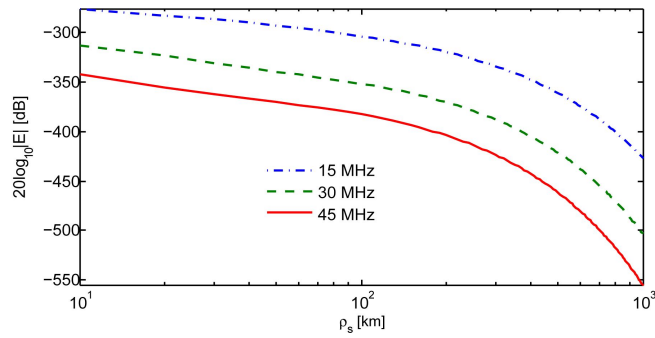


Şekil 4.10.30 [MHz]’de plakadan toplam saçılan alanın azimut örüntüsü.



Şekil 4.11. Küresel yüzeydeki bir monopol ile aydınlatılan bir tel ızgara plaka.

Şekil 4.11’deki küresel yüzeydeki bir monopol ile aydınlatılan bir tel ızgara plaka için Şekil 4.12’de kritik mesafenin 77.216 [km], 61.287 [km], 53.539 [km] olarak hesaplandığı 15, 30, 45 [MHz] frekanslarında orijinden deniz yüzeyi boyunca monopol doğrultusunda çizilen toplam saçılan alan ( $20 \log_{10} |\vec{E}|$ ) gösterilmiştir. Fiziksel olarak beklendiği gibi kritik mesafeden sonra frekansa bağlı olarak zayıflama artmaktadır.



Şekil 4.12. Deniz yüzeyi boyunca 15 , 30 , 45 [MHz] frekanslarında hesaplanan bir tel ızgara plakadan saçılan toplam alan.

## 5. SONUÇ

Bu çalışmada kayıplı dielektrik yüzey üzerindeki ince tel yapıları için YKY altında King'in Green fonksiyonlarının kullanıldığı MoM formülasyonu sunulmuştur. Literatürde ilk defa kullanılan King'in Green fonksiyonlarının her mesafede geçerli olması hesaplamaların etkinliğini arttırmıştır. Problemden DBF ve SBF için çözümler gerçekleştirilmiş ve bu sonuçlar SNEC™ ticari yazılımı ile elde edilen aynı sonuçlarla karşılaştırılarak bağıl hatalar çizdirilmiştir. SBF, DBF'ye göre fiziksel yapıya daha uygun olduğundan ötürü bunlarla elde edilen sonuçların daha güvenilir olduğu düşünülmektedir. SBF'lerin kullanıldığı ve doğruluğu deneylerle kanıtlanmış SNEC™ yazılımı ile yapılan karşılaştırmalarda, koddaki SBF ile elde edilen sonuçların DBF'lerle elde edilenlere nazaran SNEC™ ile çok daha iyi bir uyum içinde olduğu gözlemlenmiştir. Ayrıca SBF kullanılmasıyla  $Z_{mj}^d$  ve  $Z_{mj}^i$  bileşenleri hemen hemen analitik olarak hesaplanabilmektedir. Geliştirilen kod NEC-2 formatlı giriş verilerini okuyabilmektedir. MATLAB™ kullanılmasıyla ötürü hesaplama süresinin üzerinde pek durulmamıştır.

Bu çalışmada geliştirilen MATLAB™ tabanlı yazılım, veriyi SNEC™ ticari yazılımı ile aynı formatta okuyabilme yeteneğine sahip iken, NEC tabanlı tüm yazılımların kullanıcılarca değiştirilemez sayısal-asimptotik algoritmalar kullanıyor olmalarının aksine, tam analitik çözümlere dayalı olması nedeniyle sürekli gelişime açık olup, bu yönüyle önemli bir avantaja sahiptir. Zira küresel yer yüzeyi halinde kritik uzaklığa yaklaştıkça anten ölçüm sonuçlarının tam analitik çözümlerle sürekli uyum halinde kalırken NEC-3,4 çözümlerinin bunlardan ciddi sapmalar gösterdikleri saptanmıştır (bkz. King 1998 ve oradaki kaynaklar. Ayrıca bkz. Weiner 1993, Davidson ve Mouton 1998).

Bu araştırma dâhilinde edinilen tecrübeler ışığında yazılımın yeteneklerini geliştirmek amacıyla ince tel kafes yapılar ile ilgili aşağıdaki çalışmaların sürdürülmesi planlanmaktadır.



- Deniz yüzeyi üzerinden yayılan radar darbe formlarının (ör. bkz. Bremmer 1949-Houdzoumis 1994) saçıcı ile etkileşimini ortaya çıkarmak üzere zaman domeni analiz yeteneğinin oluşturulması,
- Empedans matrisinin, görünmezlik uygulamalarına yönelik, başlangıç olarak, empedans sınır koşulları ile modellenmiş dielektrik kaplı bölütler için geliştirilmesi,
- Literatürde tabakalı ortamlar için geliştirilmiş menzilden bağımsız Green fonksiyonlarının (Sommerfeld 1909-Liang ve Li 2007) formülasyona dahil edilmesi,
- Ticari bir ürün oluşturma aşamasında analitik hesap süresini kısaltmaya yönelik olarak MATLAB™ yazılımlarının yerine daha etkin programlama platformlarının, en etkin NEC-2 ön işlemcilerinin (Toit ve Davidson 1995) ve modelleme yöntemlerinin (Trueman ve Kubina 1990, Oyekanmi ve Watkins 1990) araştırılması.

## KAYNAKLAR

- Abramowitz , M., Stegun, I.A. 1964.** Handbook of mathematical functions. National Bureau of Standarts, AMS 55.
- Balanis, C.A. 1989.** Advanced engineering electromagnetics. NewYork, JohnWiley, 670–742, 851–916.
- Barrick, D.E. 1971.** Theory of HF and VHF propagation across the rough sea: 1, The effective surface impedance for a slightly rough highly conducting medium at grazing impedance; 2, Application to HF and VHF propagation above the sea. *Radio Science*, 6(5): 517-533.
- Berizzi, F., Dalle Mese, E. 2001.** Sea-wave fractal spectrum for SAR remote sensing. *IEE Proc.-Radar, Sonar Navig.*, 148(2): 56-66.
- Blondel, A. 1914.** Sur l'énoncé le plus general des lois de l'induction. *Compt. Rend. Acad. Sci.*, 159.
- Bremmer, H. 1949.** Terrestrial radio waves. New York, Elsevier.
- Bretones, A.R., Extrema, A.S., Gómes, R.M., Callejón, J.F. 1991.** About the study in the time domain of junctions between thin wires. *ACES Journal*, 6(2): 2-20.
- Burke, G.J., Poggio, A.J. 1981.** Numerical electromagnetics code (NEC)-method of moments. *Lawrence Livermore Laboratory*.
- Clemmow, P.C. 1966.** The plane wave spectrum representation of electromagnetic fields. Pergamon, Oxford.
- Crow, T.T., Shumpert, T.H. 1972.** Electromagnetic scattering from configurations of thin wire with multiple junctions. *Interaction Note 99*.
- Davidson, D.B., Mouton, H.T. 1998.** Validation of, and limitations on, the use of NEC-4 for radiation from antennas buried within a homogeneous half-space. *ACES Journal*, 13(3): 302–309.
- Djordjevic, A., Sarkar, T. 1987.** A theorem on the Moment Methods. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*.
- Du Toit, C.F., Davidson, D.B. 1995.** Wiregrid: a NEC2 pre-processor. *ACES Journal*, 10(1): 31–39.
- Fei, T., Li, L.W., Yeo, T.S., Wang, H.L., Wu, Q. 2007.** A comparative study of radio wave propagation over the earth due to a vertical electric dipole. *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, 55(10): 2723-2732.

- Fock, V.A. 1945.** Diffraction of radio waves around the earth's surface. *J. Phys., Moscow*, 9:256-266.
- Fock, V.A. 1949.** The field from a vertical and a horizontal dipole raised above the earth's surface. *Zh. Eksp. Teor. Fiz.*, 16(10): 916.
- Furutsu, K. 1963.** On the statistical theory of electromagnetic waves in a fluctuating medium (I). *J. Res. Natl. Bur. Stand.*, 67D(3): 303-323.
- Furutsu, K. 1963.** On the theory of radio wave propagation over inhomogeneous earth. *J. Res. Natl. Bur. Stand.*, 67D(1): 39-62.
- Furutsu, K. 1965.** Calculated curves for groundwave propagation over inhomogeneous earth with pronounced topographical features. *J. Res. Natl. Bur. Stand.*, 69D(7): 1011-1025.
- Furutsu, K. 1982.** A systematic theory of wave propagation over irregular terrain. *Radio Science*, 17(5): 1037-1050.
- Furutsu, K., Wilkerson, R.E. 1971.** Optical approximation for residue series of terminal gain in radiowave propagation over inhomogeneous earth. *Proc. IEE*, 118: 1197-1202.
- Furutsu, K., Wilkerson, R.E., Hartmann, R.F. 1964.** Some numerical results based on the theory of radio wave propagation over inhomogeneous earth. *J. Res. Natl. Bur. Stand.*, 68D(7): 827-846.
- Galejs, J. 1972.** Terrestrial propagation of long electromagnetic waves. Pergamon Press, New York.
- Gee, S., Miller, E., Poggio, A., Selden, E., Burke, G. 1971.** Computer Techniques for Electromagnetic Scattering and Radiation Analyses. IEEE Electromagnetic Compatibility Symposium Record.
- Harrington, R. F. 1967.** Matrix methods for field problems. *Proceedings of the IEE*.
- Harrington, R.F. 1967.** Moment methods for field problems. *Proc. of the IEEE*, 55(2): 136-149.
- Harrington, R.F. 1968.** Field computations by Moment Methods. New York: McMillan.
- Hasselmann, D.E., Dunkel, M., Ewing, J.A. 1980.** Directional wave spectra observed during JONSWAP 1973. *J. Phys. Oceanogr.*, 10: 1264-1280.
- Houdzoumis, V.A. 1994.** Scattering of electromagnetic missiles-Part I; Vertical electric dipole radiation over spherical earth- Part II. *Ph.D. Dissertation*, Harvard Univ.

- Houdzoumis, V.A. 1999.** Vertical electric dipole radiation over a sphere: character of the waves that propagate through the sphere. *J. Appl. Phys.*, 86: 3939–3942.
- Houdzoumis, V.A. 2000.** Two modes of wave propagation manifested in vertical electric dipole radiation over a sphere. *Radio Sci.*, 35(1): 19–29.
- Hubing, T.H., Kauffman, J.F. 1990.** Modeling electrically small, thin surfaces with wire grids. *ACES Journal*, 5(1): 19-24.
- Kashyap, S. 1990.** Wire grid and surface patch modelling for EMP interaction. IEEE and Propagation Society International Symposium, AP-S.
- King, R.J. 1969.** Electromagnetic wave propagation over a constant impedance plane. *Radio Sci.*, 4: 255-68.
- King, R.W.P. 1982.** New formulas for the electromagnetic field of a vertical electric dipole in a dielectric or conducting half-space near its horizontal interface. *J. Appl. Phys.*, 53: 8476-8472, (Düzelme: 1984, 56: 33-66).
- King, R.W.P. 1993.** Propagation of a low frequency rectangular pulse in sea water. *Radio Science*, 28(3): 299-307.
- King, R.W.P. 1993.** The propagation of a Gaussian pulse in sea water and its application to remote sensing. *IEEE Trans. Geoscience and Remote Sensing*, 31(3): 595-605.
- King, R.W.P. 1998.** Electromagnetic ground wave field of vertical antennas for communication at 1 to 30 MHz. *IEEE Trans. Electromag. Compatibility*, 40(4): 337-342.
- King, R.W.P., Owens, M., Wu, T.T. 1992.** Lateral electromagnetic waves: theory and applications to communications, geophysical exploration, and remote sensing. Springer Verlag, New York.
- King, R.W.P., Wu, T.T. 1975.** Analysis of crossed wires in a plane-wave field. *Interaction Note 216*.
- King, R.W.P., Wu, T.T. 1993.** The propagation of a radar pulse in sea water. *J. Appl. Phys.*, 73(4): 1581-1590 (Düzelme: 1995, *J. Appl. Phys.*, 77(7): 3586-3587).
- Kinsman, G. 1965.** Wind waves: Their generation and propagation on the ocean surface. Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey.
- Lee, K.S.H., Martin, L., Castillo, J.P. 1976.** Limitations of wire-grid modeling of a closed surface. *IEEE Trans. Electromag. Compat.*, 18(3): 123-129.

- Li, K., Lu, Y.L. 2005.** Electromagnetic field from a horizontal electric dipole in the spherical electrically earth covered with  $n$ -layered dielectrics. *Progress In Electromagnetics Research*, 54: 221–244.
- Li, K., Park, S.O. 2003.** Electromagnetic field in the air generated by a horizontal electric dipole located in the spherical electrically earth coated with a dielectric layer. *J. Electromagn. Waves Applicat.*, 17(10): 1399–1417.
- Li, K., Park, S.O., Zhang, H.Q. 2004.** Electromagnetic field in the presence of a three-layered spherical region. *Progress in Electromagnetics Research*, 45: 103–121.
- Li, K., Park, S.O., Zhang, H.Q. 2004.** Electromagnetic field over the spherical earth coated with  $n$ -layered dielectric. *Radio Sci.*, 39.
- Liang, L., Li, K. 2007.** Radiation from a vertical electric dipole in the presence of a three-layered region. *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, 55(12): 3469-3475.
- Lin, J.L., Curtis, W.L., Vincent, M.C. 1974.** On the field distribution of an aperture. *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, 22: 467-471.
- Ludwig, A.C. 1987.** Wire grid modeling of surface. *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, 14(9): 1045-1048.
- Maclean, T.S.M., Wu, Z. 1993.** Radiowave propagation over ground. Chapman & Hall.
- Marconi, G. 1900.** Tuned or syntonie telegraphy. Patent No. 7777.
- Margetis, D. 2002.** Radiation of horizontal electric dipole on large dielectric sphere. *J. Math. Phys.*, 43: 3162–3201.
- Margetis, D., Wu, T.T. 2001.** Exactly calculable field components of electric dipoles in planar boundary. *J. Math. Phys.*, 42 (2): 713-745.
- Mayhan, J.T. 1990.** Characteristic modes and wire grid modeling. *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, 38(4): 457-469.
- Mei, J.P., Li, K. 2007.** Electromagnetic field from a horizontal electric dipole on the surface of a high lossy dielectric coated with a uniaxial layer. *Progress in Electromagnetics Research*, 73: 71-91.
- Miller, E.K., Bevensee, R.M., Poggio, A.J., Adams, R., Deadrick, F.J., Landt, J.A. 1974.** An evaluation of computer programs using integral equations for the electromagnetic analysis of thin wire structures. UCRL-75566, Lawrence Livermore Laboratory, CA.
- Miller, J.C.P. 1946.** The Airy integral. British Association Mathematical Tables, Part-Volume B, University Press, Cambridge.

- Neureuther, A.R., Fuller, B.D., Hakke, G.D., Hohmann, G. 1968.** A comparison of numerical methods for thin wire antennas. Presented at the 1968 Fall URSI Meeting.
- Newman, E. H. 1988.** Simple example of the Method of Moments in electromagnetics. *IEEE transactions on Education*, 31(3): 193-200.
- Nitch, D. 1992.** A serial and parallel design of NEC2 to demonstrate the advantage of the object-oriented paradigm in comparison with the procedural paradigm. *Ph.D. Thesis, School of Electrical Engineering, University of Witwatersrand.*
- Norton, K.A. 1937.** The propagation of radio waves over the surface of the earth and in the upper atmosphere. *Proc. IRE*, 25: 1203-1236.
- Ochi, M.K. 1998.** Ocean waves – The Stochastic Approach. Cambridge University Press.
- Oyekanmi, L.A., Watkins, J. 1990.** Selecting wire radius for grid/mesh models. *ACES Journal*, 5(2): 43–57.
- Paknys, R. 1991.** The near field of a wire grid model. *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, 39(7): 994-999.
- Paknys, R., Raschkowan, L.R. 1997.** Moment method surface patch and wire grid accuracy in the computation of near fields. *ACES Journal*, 12(3): 16-25.
- Pan, W.Y., Zhang, H.Q. 2003.** Electromagnetic field of a vertical electric dipole on the spherical conductor covered with a dielectric layer. *Radio Sci.*, 38(3): 1061.
- Peterson, A.F. 1990.** Difficulties encountered when attempting to validate thin wire formulations for linear dipole antennas. *ACES Journal*, 4(3): 25-40.
- Phillips, O.M. 1966.** Dynamics of the upper ocean. Cambridge University Press, New York.
- Pierson, W.J., Moskowitz, L. 1964.** A proposed spectral form for fully developed wind seas based on the similarity theory of S. A. Kitaigorodski. *J. Geophys. Res.*, 69: 5181-5190.
- Poggio, A., Burke, G. 1981.** Numerical electromagnetics code (NEC) - Method of Moments. Lawrence Livermore Laboratory.
- Polat, B. 2004.** Ground wave attenuation curves in the presence of successive 2-D islands. *Bulletin of the Technical University of Istanbul (ARI)*, 54(2): 34-39.
- Polat, B. 2011.** Approximate boundary conditions on anisotropic sheets. *Progress in Electromagnetics Research-B*, 29: 355–392.

- Richmond, J.H. 1966.** A wire-grid model for scattering by conducting bodies. *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, 14(6): 782-786.
- Richmond, J.H. 1973.** Radiation and scattering by thin-wire structures in the complex frequency domain. *OSU Research Foundation*.
- Samii, Y.R., Mittra, R., Parhami, P. 1981.** Evaluation of Sommerfeld integrals for lossy half-space problems. *Electromagnetics*, 1(1): 1-28.
- Sarkar, T.K., Harrington, R.F. 1980.** Radar cross sections of conducting bodies over a lossy half space. *Radio Science*, 15(3): 581-585.
- Sommerfeld, A. 1909.** Propagation of waves in wireless telegraphy. *Ann. Phys.*, 28: 665-736.
- Sommerfeld, A. 1949.** Partial differential equations in physics. Academic Press, New York.
- Stratton, J. A. 1941.** Electromagnetic theory. McGraw-Hill, London.
- SuperNec.** Poynting Software (Pty) Ltd., South Africa. <http://www.supernec.com/>
- Tai, C.T. 1971.** Dyadic Green's functions in electromagnetic theory. Scranton, PA: Intex Educational Pub., 46-54.
- Trueman, C.W., Kubina, S.J. 1990.** Verifying wire-grid model integrity with program CHECK. *ACES Journal*, 5(2): 17-42.
- Van Der Pol, B. 1935.** Theory of reflection of the light from a point source by a finite conducting flat mirror, with an application to radiotelegraphy. *Physica*, 2: 843-853.
- Wait, J.R. 1956.** Radiation from a vertical antenna over a curved stratified ground. *J. Res. Natl. Bur. Stand.*, 56D(4): 237-244.
- Wait, J.R. 1964.** Electromagnetic surface waves, in advances in radio research. ed. J.A. Saxton, Academic Press, New York, 1: 157-217.
- Wait, J.R. 1974.** Recent analytical investigations of electromagnetic ground wave propagation over inhomogeneous earth models. *Proc. IEEE*, 62:1061-71.
- Watson, G.N. 1918.** The diffraction of electric waves by the earth. *Proc. R. Soc. London, Ser. A*, 95: 85-99.
- Weiner, M.M. 1993.** Validation of the numerical electromagnetics code (NEC) for antenna wire elements in proximity to earth. *ACES Journal*, 8(2): 44-71.
- Wise, W.H. 1929.** Asymptotic dipole radiation formulas. *Bell Syst. Tech. J.*, 8: 662-71.

**Wwedensky, B. 1935-1937.** The diffractive propagation of radio waves. *Tech. Phys., USSR*, 1935, 624-639; 1936, 915-925; 1937, 579-591.

**Yeh, Y.S., Mei, K.K. 1967.** Theory of conical equiangular spiral antennas. Part I- Numerical techniques. *IEEE Trans. Ant. and Prop.*, 15: 634.

**Zhang, H.Q., Li, K., Pan, W.Y. 2004.** The electromagnetic field of a vertical dipole on the dielectric-coated imperfect conductor. *J. of Electromag. Waves and Appl.*, 18(10): 1305-1320.

**Zor, Ö., Polat, B. 2011.** An implementation of King's Green functions in thin wire scattering problems. *ACES Journal*, 26(12): 1024-1038.



## EKLER

### E1. Kayıplı Homojen Düz Yarı-Uzay Üzerinden Hertz Dipolünün Işması

Bu bölümdeki incelemeler Sommerfeld (1949), Weyl (Stratton 1941) ve Van der Pol'ün (1935) iletkenliği  $\sigma_2$  ve dielektrik sabiti  $\varepsilon_2$  olan homojen düz yer yüzeyi üzerinde ışıyan bir Hertz dipolü için olan formülasyonlara dayanmaktadır. Wise (1929), Weyl ve Sommerfeld'in formülasyonlarına yaklaşık çözümler uygulamış ve Norton (1937) bunları mühendislik çözümüne dönüştürmüştür. Ayrıca kompanzasyon kuramının (King 1969) uygun yüzey empedansına sahip düz yeryüzü için uygulanmasıyla Weyl ve Sommerfeld'in formülasyonlarının yaklaşık çözümleri elde edilmiştir.

#### E1.1. Sommerfeld Formülasyonu

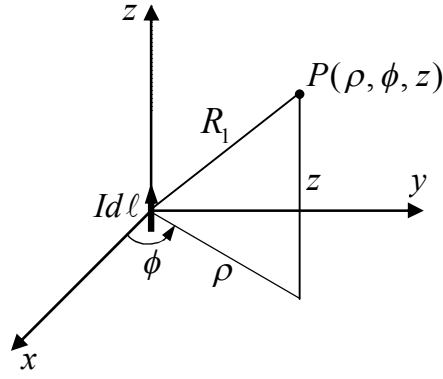
Homojen düz yeryüzünden  $d$  kadar yüksekteki  $I_1 d\ell$  düşey elektrik akım elemanınının ışma problemi incelenecektir. Yeryüzü,  $(\mu_0, \varepsilon_0, \sigma = 0)$  bünye parametrelili üst yarı-uzaydaki havayı ve  $(\mu_2 = \mu_0, \varepsilon_2, \sigma_2)$  bünye parametrelili yarı-uzayı birbirinden ayırmaktadır.  $Oxy$  düzlemi hava-yeryüzü ara yüzeyini tanımlar. Bu durumdaki ışınan alanların Sommerfeld ifadeleri elde edilecektir.

Şekil e.1'de bir  $I_1 d\ell$  düşey elektrik akım elemanının Kartezyen koordinatlar sisteminin merkezinde olduğu ve  $d\ell$  boyunun  $z$ -ekseni boyunca uzandığı durum gösterilmektedir.  $I$  akımı sadece  $z$ -doğrultusunda aktığından sadece  $z$ -doğrultulu manyetik vektör potansiyeli meydana gelir ve

$$\vec{A} = \frac{\mu_0 I_1 d\ell}{4\pi} \frac{\exp(ik_1 R_1)}{R_1} \hat{z} = A_z \hat{z} \quad (\text{e1.1})$$

olarak tanımlanmaktadır. Burada  $R_1$  kaynak ile gözlem noktası arasındaki mesafedir.

$$R_1 = (\rho^2 + z^2)^{1/2} \quad (\text{e1.2})$$



**Şekil e.1.** Kartezyen koordinat sisteminin merkezine yerleştirilmiş  $z$ -doğrultulu elektrik akım elemanı.

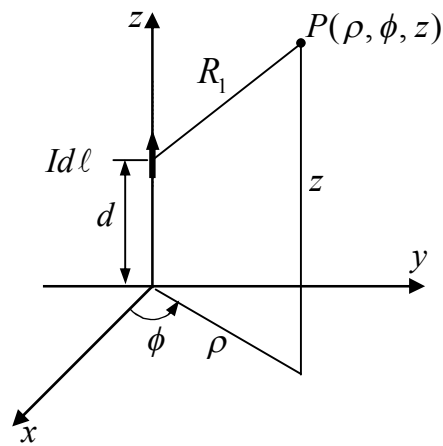
$I_1 d\ell$  düşey elektrik akım elemanı Şekil e.2'deki gibi orijinden  $d$  kadar yukarıda olduğu durumda  $P$  noktasındaki manyetik vektör potansiyeli yine

$$\vec{A} = \frac{\mu_0 I_1 d\ell}{4\pi} \frac{\exp(ik_1 R_1)}{R_1} \hat{z} = A_z \hat{z} \quad (\text{e1.3})$$

olarak tanımlanmaktadır. Ancak  $R_1$  bu sefer

$$R_1 = [\rho^2 + (z - d)^2]^{1/2} \quad (\text{e1.4})$$

olarak tanımlıdır.



**Şekil e.2.**  $x$ - $y$  düzleminde  $d$  kadar yukarıdaki  $z$ -doğrultulu elektrik akım elemanı.

(e1.1) ve (e1.3) denklemleri dışı doğru giden küresel dalgaları temsil eder. Orijindeki akım elemanından yayılan bir küresel dalga, Clemmow (1966) tarafından verilen matematik özdeşlik yardımıyla düzlemsel dalganın açısız spektrumundan çıkartılabilir.

$$\frac{\exp(ik_1 R_1)}{R_1} = \frac{ik_1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2-i\infty} \exp[ik_1(x \sin \alpha_0 \cos \beta_0 + y \sin \alpha_0 \sin \beta_0 + z \cos \alpha_0)] \cdot \sin \alpha_0 d\alpha_0 d\beta_0 \quad (e1.5)$$

Burada  $(x, y, z)$   $P$  gözlem noktasının kartezyen koordinatları ve  $\alpha_0, \beta_0$  küresel koordinatlardaki açısız spektrumun elevasyon ve azimut açılarıdır. Böylece manyetik vektör potansiyeli

$$A_z = \frac{\mu_0 I_1 d \ell}{4\pi} \frac{ik_1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2-i\infty} \exp[ik_1(x \sin \alpha_0 \cos \beta_0 + y \sin \alpha_0 \sin \beta_0 + |z-d| \cos \alpha_0)] \cdot \sin \alpha_0 d\alpha_0 d\beta_0 \quad (e1.6)$$

şeklini alır. (e1.6) denkleminde akım elemanı orijinden  $d$  kadar yüksekte ve gözlem noktası  $(x, y, z)$  noktasındadır.

(e1.6) denklemini silindirik dalga formuna aşağıdaki standart dönüşümler kullanılarak kolaylıkla dönüştürülebilir.

$$x = \rho \cos \phi, \quad y = \rho \sin \phi \quad (e1.7)$$

Ayrıca

$$k_1 \sin \alpha_0 = \lambda \quad (e1.8)$$

ve

$$-ik_1 \cos \alpha_0 = -(\lambda^2 - k_1^2)^{1/2}, \quad \text{Re}(\lambda^2 - k_1^2)^{1/2} > 0 \quad (e1.9)$$

dönüşümleri de uygulanır. (e1.8) denklemi  $\lambda$ 'yı,  $\sin(\pi/2 - i\infty)$ 'un sonsuz olmasından ötürü  $k_1$  faz sabitinin 0'dan  $\infty$ 'a sayısal aralığındaki  $\rho$ -doğrultulu bileşeni olarak ifade eder. Böylece (e1.6) denkleminin genel silindirik formu

$$A_z = \frac{\mu_0 I_1 d \ell}{4\pi} \int_0^\infty \left\{ \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \exp[ik_1 \rho \cos(\phi - \beta_0)] d\beta_0 \right\} \cdot \exp[-(\lambda^2 - k_1^2)^{1/2} |z - d|] \frac{\lambda d \lambda}{(\lambda^2 - k_1^2)^{1/2}} \quad (\text{e1.10})$$

şeklini alır. Ayrıca

$$\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \exp[ik_1 \rho \cos(\phi - \beta_0)] d\beta_0 = J_0(\lambda \rho)$$

olmasından ötürü (e1.10) denklemi

$$A_z = \frac{\mu_0 I_1 d \ell}{4\pi} \int_0^\infty J_0(\lambda \rho) \exp[-(\lambda^2 - k_1^2)^{1/2} |z - d|] \frac{\lambda d \lambda}{(\lambda^2 - k_1^2)^{1/2}} \quad (\text{e1.11})$$

şeklinde ifade edilebilir. Böylece  $(0, 0, d)$  noktasındaki  $I_1 d \ell$  akım elemanın  $(r, \theta, \phi)$ ,  $(x, y, z)$  veya  $(\rho, \phi, z)$  gözlem noktasında oluşturduğu manyetik vektör potansiyelinin alternatif formu elde edilmiş oldu.

(e1.11)'de silindirik dalgalar, radyal  $\rho$ -doğrultusunda  $J_0(\lambda \rho)$  olarak ve  $z$ -doğrultusunda  $\exp[-(\lambda^2 - k_1^2)^{1/2} |z - d|]$  olarak  $(\mu_0 I_1 d \ell / 4\pi) \lambda d \lambda / (\lambda^2 - k_1^2)^{1/2}$  genliği ile hareket eder. Her bir dalganın düz yeryüzüne çarpmasıyla yansıyan ve kırılan dalgalar ortaya çıkar. Bu dalgalar sınır koşulları ile belirlenir.

$$A_{z1}|_{z=0} = A_{z2}|_{z=0} \quad \text{ve} \quad V_1|_{z=0} = V_2|_{z=0} \quad (\text{e1.12})$$

Burada  $V_1 = \text{div}(\hat{z}A_{z1}) / (i\omega\mu_0\epsilon_0)$  ve  $V_2 = -\text{div}(\hat{z}A_{z2}) / [\mu_0(\sigma_2 - i\omega\epsilon_2)]$  olduğundan ikinci sınır koşulu

$$\left. \frac{1}{k_1^2} \frac{\partial A_{z1}}{\partial z} \right|_{z=0} = \left. \frac{1}{k_2^2} \frac{\partial A_{z2}}{\partial z} \right|_{z=0} \quad (\text{e1.13})$$

şeklinde yazılabilir. Ayrıca  $k_2^2 = i\omega\mu_0(\sigma_2 - i\omega\epsilon_2)$  olarak tanımlıdır.

Havada ve yer yüzeyinde bu sınır koşullarının uygulanması gereken vektör potansiyellerinin denklemleri

$$A_{z1} = \frac{\mu_0 I_1 d \ell}{4\pi} \left\{ \int_0^\infty J_0(\lambda \rho) \exp[-(\lambda^2 - k_1^2)^{1/2} |z - d|] \frac{\lambda d \lambda}{(\lambda^2 - k_1^2)^{1/2}} + \int_0^\infty R(\lambda) J_0(\lambda \rho) \exp[-(\lambda^2 - k_1^2)^{1/2} (z + d)] \frac{\lambda d \lambda}{(\lambda^2 - k_1^2)^{1/2}} \right\} \quad (\text{e1.14})$$

ve

$$A_{z2} = \frac{\mu_0 I_1 d \ell}{4\pi} \int_0^\infty T(\lambda) J_0(\lambda \rho) \exp[(\lambda^2 - k_2^2)^{1/2} z - (\lambda^2 - k_1^2)^{1/2} d] \frac{\lambda d \lambda}{(\lambda^2 - k_1^2)^{1/2}} \quad (\text{e1.15})$$

olarak yazılabilir. Burada  $R(\lambda)$  ve  $T(\lambda)$  sırasıyla yansımaya ve iletim katsayılarıdır.

Yukarıdaki sınır koşullarının (e1.14) ve (e1.15) denklemlerine uygulanmasıyla

$$1 + R(\lambda) = T(\lambda) \quad (\text{e1.16})$$

$$1 - R(\lambda) = T(\lambda) \frac{k_1^2 (\lambda^2 - k_2^2)^{1/2}}{k_2^2 (\lambda^2 - k_1^2)^{1/2}} \quad (\text{e1.17})$$

elde edilir. (e1.16) ve (e1.17) denklemlerinin çözülmesiyle katsayılar

$$R(\lambda) = \frac{k_2^2 (\lambda^2 - k_1^2)^{1/2} - k_1^2 (\lambda^2 - k_2^2)^{1/2}}{k_2^2 (\lambda^2 - k_1^2)^{1/2} + k_1^2 (\lambda^2 - k_2^2)^{1/2}} \quad (\text{e1.18})$$

$$T(\lambda) = \frac{2k_2^2 (\lambda^2 - k_1^2)^{1/2}}{k_2^2 (\lambda^2 - k_1^2)^{1/2} + k_1^2 (\lambda^2 - k_2^2)^{1/2}} \quad (\text{e1.19})$$

şeklinde elde edilir. Böylece (e1.14) ve (e1.15) denklemlerindeki  $A_{z_1}$ ,  $A_{z_2}$  için olan çözümler

$$A_{z_1} = \frac{\mu_0 I_1 d \ell}{4\pi} \left\{ \begin{aligned} & \int_0^{\infty} J_0(\lambda \rho) \exp[-(\lambda^2 - k_1^2)^{1/2} |z - d|] \frac{\lambda d \lambda}{(\lambda^2 - k_1^2)^{1/2}} \\ & + \int_0^{\infty} \frac{k_2^2 (\lambda^2 - k_1^2)^{1/2} - k_1^2 (\lambda^2 - k_2^2)^{1/2}}{k_2^2 (\lambda^2 - k_1^2)^{1/2} + k_1^2 (\lambda^2 - k_2^2)^{1/2}} \\ & \cdot J_0(\lambda \rho) \exp[-(\lambda^2 - k_1^2)^{1/2} (z + d)] \frac{\lambda d \lambda}{(\lambda^2 - k_1^2)^{1/2}} \end{aligned} \right\} \quad (e1.20)$$

ve

$$A_{z_2} = \frac{\mu_0 I_1 d \ell}{4\pi} \int_0^{\infty} \frac{2k_2^2 (\lambda^2 - k_1^2)^{1/2}}{k_2^2 (\lambda^2 - k_1^2)^{1/2} + k_1^2 (\lambda^2 - k_2^2)^{1/2}} J_0(\lambda \rho) \cdot \exp[(\lambda^2 - k_2^2)^{1/2} z - (\lambda^2 - k_1^2)^{1/2} d] \frac{\lambda d \lambda}{(\lambda^2 - k_1^2)^{1/2}} \quad (e1.21)$$

şeklini alır. (e1.20) ve (e1.21) denklemleri sırasıyla üst ve alt yarı-uzaydaki çözümlerdir. (e1.20) ifadesinde

$$R(\lambda) = -1 + [R(\lambda) + 1] = -1 + \frac{2k_2^2 (\lambda^2 - k_1^2)^{1/2}}{k_2^2 (\lambda^2 - k_1^2)^{1/2} + k_1^2 (\lambda^2 - k_2^2)^{1/2}} \quad (e1.22)$$

yazılırsa ve burada  $R_1 = [x^2 + y^2 + (z - d)^2]^{1/2}$  ve  $R_2 = [x^2 + y^2 + (z + d)^2]^{1/2}$  olmak üzere

$$\frac{\exp(ik_1 R_1)}{R_1} = \int_0^{\infty} J_0(\lambda \rho) \exp[\theta - (\lambda^2 - k_1^2)^{1/2} |z - d|] \frac{\lambda d \lambda}{(\lambda^2 - k_1^2)^{1/2}} \quad (e1.23)$$

$$\frac{\exp(ik_1 R_2)}{R_2} = \int_0^{\infty} J_0(\lambda \rho) \exp[-(\lambda^2 - k_1^2)^{1/2} (z + d)] \frac{\lambda d \lambda}{(\lambda^2 - k_1^2)^{1/2}} \quad (e1.24)$$

özdeşlikleri kullanılırsa hava yarı-uzay bölgesindeki manyetik vektör potansiyeli aşağıdaki gibi elde edilir.

$$A_{z1} = \frac{\mu_0 I_1 d \ell}{4\pi} \left\{ \begin{array}{l} \frac{\exp(ik_1 R_1)}{R_1} - \frac{\exp(ik_1 R_2)}{R_2} \\ + 2k_2^2 \int_0^\infty \frac{J_0(\lambda \rho) \exp[-(\lambda^2 - k_1^2)^{1/2} (z+d)]}{k_2^2 (\lambda^2 - k_1^2)^{1/2} + k_1^2 (\lambda^2 - k_2^2)^{1/2}} \lambda d \lambda \end{array} \right\} \quad (e1.25)$$

(e1.25) denkleminde toplam vektör potansiyeli üç terimin toplamı şeklinde ifade edilmektedir. İlki doğrudan  $(0,0,d)$ 'deki  $I_1 d \ell$  akım elemanından yayılan dalgayı, ikincisi  $(0,0,-d)$ 'deki  $(-I_1 d \ell)$  akım elemanından yayılan bir dalgayı, üçüncüsü ise yüzey dalgasını tanımlamaktadır.

Alternatif olarak, eğer

$$R(\lambda) = -1 + [R(\lambda) - 1] \quad (e1.26)$$

bağıntısı kullanılsaydı havadaki vektör potansiyelinin ifadesi

$$A_{z1} = \frac{\mu_0 I_1 d \ell}{4\pi} \left\{ \begin{array}{l} \frac{\exp(ik_1 R_1)}{R_2} - \frac{\exp(ik_1 R_2)}{R_2} \\ - 2k_1^2 \int_0^\infty \frac{J_0(\lambda \rho) \exp[-(\lambda^2 - k_1^2)^{1/2} (z+d)] (\lambda^2 - k_2^2)^{1/2}}{k_2^2 (\lambda^2 - k_1^2)^{1/2} + k_1^2 (\lambda^2 - k_2^2)^{1/2}} \frac{\lambda d \lambda}{(\lambda^2 - k_1^2)^{1/2}} \end{array} \right\} \quad (e1.27)$$

olurdu. Burada ilk iki terim yer yüzeyi mükemmel iletken olduğu durumu ifade eder. Buna göre üçüncü terim yer yüzeyinin mükemmel olmamasından dolayı düzeltme faktörünü ifade eder.

Weyl'in (Stratton 1941) formülasyonunda (e1.20)'deki aynı sonuç düzlem dalga dağılımı kullanılarak elde edilmiştir.

Van Der Pol (1935) çeşitli dönüşümler kullanarak herhangi bir yaklaşım yapmadan (e1.27) formülünü

$$A_{z_1} = \frac{\mu_0 I_1 d \ell}{4\pi} \left[ \frac{\exp(ik_1 R_1)}{R_1} + \frac{\exp(ik_1 R_2)}{R_2} - 2P \right] \quad (\text{e1.28})$$

$$P = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} \frac{\exp(ik_1 R')}{R'} \frac{\partial^2}{\partial (z')^2} \left( \frac{\exp(ik_1 R'')}{R''} \right) \rho' dz' d\rho' d\phi' \quad (\text{e1.29})$$

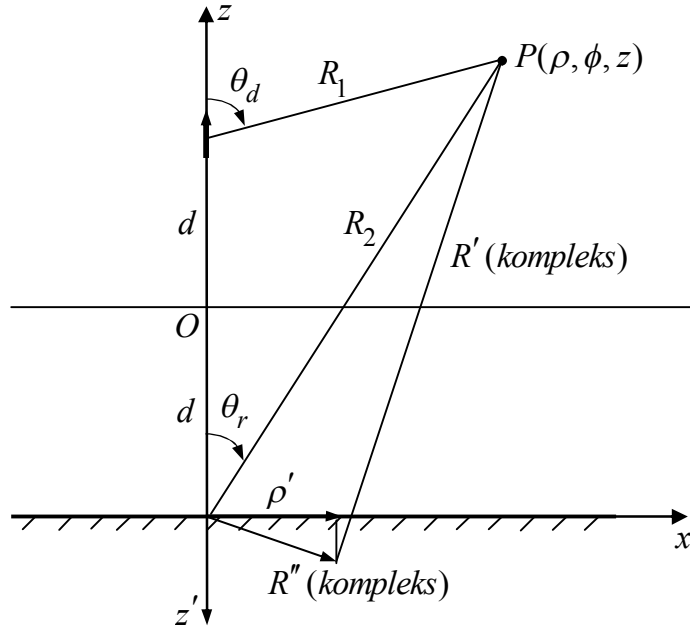
şeklinde ifade etmiştir. Burada

$$R' = \left\{ \rho^2 - 2\rho\rho' \cos\phi' + (\rho')^2 + (z'/v^2 + z + d)^2 \right\}^{1/2} \quad (\text{e1.30})$$

$$R'' = \left[ (\rho')^2 + (z')^2 \right]^{1/2} \quad (\text{e1.31})$$

$$v = k_1/k_2 = 1/N \quad (\text{e1.32})$$

olarak tanımlıdır (bkz. Şekil e.3).



Şekil e.3.  $z = -d$  'nin altındaki yarı-uzaydaki integrasyon bölgesi.

### E1.2. Norton'un Çözümleri

Norton (1937), Van Der Pol'un (1935) çeşitli dönüşümler kullanarak herhangi bir yaklaşım yapmadan elde ettiği ifadeye bir mühendislik yaklaşımı uygulamıştır. Bu kısımda bu yaklaşım kullanılarak alan ifadeleri oluşturulacaktır.



### E1.2.1. Düşey elektrik dipol

Norton (1937), (e1.28) ifadesindeki  $2P$  ifadesine mühendislik yaklaşımı uygulayarak

$$2P = \left[ (1 - R_v) - (1 - R_v)F(w) \frac{\exp(ik_1 R_1)}{R_1} \right] \quad (\text{e1.33})$$

şeklinde elde etmiştir. Burada

$$F(w) = 1 + i(\pi w)^{1/2} \exp(-w) \operatorname{erfc}(-iw^{1/2}) \quad (\text{e1.34})$$

ve yer parametresi  $w = \frac{ikR_2}{2 \sin^2 \theta_r} (\cos \theta_r + \Delta_0)^2$  olarak tanımlıdır. (e1.33)'teki  $2P$ 'nin

(e1.28)'de yerine konmasıyla havadaki vektör alan elde edilmiş olur.

$$A_{z1} = \frac{\mu_0 I_1 d \ell}{4\pi} \left[ \frac{\exp(ik_1 R_1)}{R_1} + R_v \frac{\exp(ik_1 R_2)}{R_2} - (1 - R_v)F(w) \frac{\exp(ik_1 R_2)}{R_2} \right] \quad (\text{e1.35})$$

Çözüm, doğrudan ve yansıyan dalganın yanında  $F(w)$  katsayısını barındıran yüzey dalgasının varlığını gösterir. Analitik çözümler  $|k_2| \gg |k_1|$  yaklaşımı altında elde edilmiştir. Norton'un (1937) çözümleri alıcı ve vericinin herhangi bir yüksekliği için uzak alanda geçerlidir.

(e1.35)'de elde edilen manyetik vektör potansiyeli ifadesi

$$\begin{aligned} \vec{H} &= \frac{1}{\mu_0} \operatorname{rot} \vec{A} \\ \operatorname{rot} \vec{H} &= \vec{J} - i\omega \epsilon_0 \vec{E} \end{aligned} \quad (\text{e1.36})$$

denklemlerinde yerlerine yazılarak uzak alandaki elektrik ve manyetik alan bileşenleri elde edilir.

+z -doğrultulu dipolün alan bileşenleri

$$E_{z1} = \frac{ik_1 I_1 d \ell Z_0}{4\pi} \left[ \begin{array}{l} \sin^2 \theta_d \frac{\exp(ik_1 R_1)}{R_1} + R_v \sin^2 \theta_r \frac{\exp(ik_1 R_2)}{R_2} \\ +(1-R_v)F(w) \sin^2 \theta_r \frac{\exp(ik_1 R_2)}{R_2} \end{array} \right] \quad (e1.37)$$

$$E_{\rho 1} = -\frac{ik_1 I_1 d \ell Z_0}{4\pi} \left[ \begin{array}{l} \cos \theta_d \sin \theta_d \frac{\exp(ik_1 R_1)}{R_1} + R_v \cos \theta_r \sin \theta_r \frac{\exp(ik_1 R_2)}{R_2} \\ -(1-R_v)F(w)v(1-v^2 \sin^2 \theta_r)^{1/2} \sin^2 \theta_r \frac{\exp(ik_1 R_2)}{R_2} \end{array} \right] \quad (e1.38)$$

$$H_{\phi 1} = -\frac{ik_1 I_1 d \ell}{4\pi} \left[ \begin{array}{l} \sin \theta_d \frac{\exp(ik_1 R_1)}{R_1} + R_v \sin \theta_r \frac{\exp(ik_1 R_2)}{R_2} \\ +(1-R_v)F(w) \sin \theta_r \frac{\exp(ik_1 R_2)}{R_2} \end{array} \right] \quad (e1.39)$$

olarak elde edilmektedir. Burada  $R_1 = [\rho^2 + (z-d)^2]^{1/2}$ ,  $R_2 = [\rho^2 + (z+d)^2]^{1/2}$ ,  
 $\sin \theta_d = \rho/R_1$ ,  $\sin \theta_r = \rho/R_2$ ,  $\cos \theta_d = (z-d)/R_1$ ,  $\cos \theta_r = (z+d)/R_2$ ,  
 $k_2 = k_1(\epsilon_r + i60\sigma_2\lambda_0)^{1/2}$ ,  $R_v = \frac{\cos \theta_r - \Delta_0}{\cos \theta_r + \Delta_0}$  olarak tanımlıdır (bkz. Şekil e.3).

### E1.2.2. x-doğrultulu yatay elektrik dipol

Yatay dipolün ışıma alanları elde edilirken düşey dipolde izlenen yol kullanılabilir. Ancak karşılık ilkesini kullanmak çok daha kolaydır.

$$\iiint_{\mathcal{G}} (\vec{E}_2 \cdot \vec{I}_{s1} - \vec{H}_2 \cdot \vec{I}_{m1}) d\mathcal{G} = \iiint_{\mathcal{G}} (\vec{E}_1 \cdot \vec{I}_{s2} - \vec{H}_1 \cdot \vec{I}_{m2}) d\mathcal{G} \quad (e1.40)$$

Burada  $\mathcal{G}$  sınırsız bölgeyi temsil eder. Bu hacmin içinde  $(I_{s1}, I_{m1})$  kaynakları  $(\vec{E}_1, \vec{H}_1)$  alanlarını oluşturuyor ve  $(I_{s2}, I_{m2})$  kaynakları da  $(\vec{E}_2, \vec{H}_2)$  alanlarını oluşturuyor. Bu uygulamada  $(I_{s1}, I_{m1})$  verici kaynaklar,  $(I_{s2}, I_{m2})$  alıcı kaynaklar olarak nitelenmektedir.

Elektrik akım elemanı ( $I_{m1} = 0$  ve  $\iiint_{\mathcal{G}} I_{s1} d\mathcal{G} = I_1 d\ell$ ) ile ilgilenildiği durumda  $I_{s1}$ ,  $P(\rho_1 = 0, \phi_1 = 0, z_1 = d)$  noktasında  $+x_1$  doğrultusunda yere paralel olarak konuşlanmış olsun. Bu durumda (e1.40) denklemi

$$\vec{E}_2(P) \cdot \hat{x}_1 I_1 d\ell = \iiint_{\mathcal{G}} (\vec{E}_1 \cdot \vec{I}_{s2} - \vec{H}_1 \cdot \vec{I}_{m2}) d\mathcal{G} \quad (\text{e1.41})$$

şeklini alır. Burada  $\hat{x}_1$ ,  $x_1$  eksenini boyunca olan birim vektör;  $\vec{E}_2(P)$ ,  $(I_{s2}, I_{m2})$  kaynaklarının  $P$  noktasında ürettiği  $\vec{E}_2$  değeridir. (e1.41) denklemi tamamıyla  $\vec{I}_{s2}$  ve  $\vec{I}_{m2}$  kaynaklarının seçimine bağlıdır. İlk olarak  $I_2 d\vec{\ell}$  düşey akım elemanı;  $B(\rho_1 = d, \phi_1 = \phi, z_1 = z)$  noktasında  $\iiint_{\mathcal{G}} I_{s2} d\mathcal{G} = I_2 d\ell$  olacak şekilde  $\vec{I}_{s2}$  olarak,  $\vec{I}_{m2} = \vec{0}$  olduğu durumdaki  $\vec{I}_{s1}$  tarafından oluşturulan  $E_{z1}$  bileşeniyle eşleşmesi için seçiliyor.  $\vec{I}_{s2}$ ,  $\vec{E}_2(P) \cdot \hat{x}_1 = -E_{\rho2} \cos \phi$  şeklinde olan  $E_{\rho2}$  ve  $E_{z2}$  alan bileşenlerini oluşturduğundan (e1.41) denkleminde

$$\vec{E}_{z1} = -E_{\rho2} \frac{I_1 d\ell}{I_2 d\ell} \cos \phi \quad (\text{e1.42})$$

elde edilir. Bu denklemdeki  $E_{\rho2}$  (e1.38) denkleminde elde edilmiştir.  $d$  ile  $z$ 'nin yer değiştirmesinden ötürü  $I_1 d\ell$ ,  $I_2 d\ell$  ile ve  $\cos \theta_d$ ,  $-\cos \theta_d$  ile yer değiştiriyor ve bu durumda (e1.41) denklemi

$$E_{z1} = -\frac{ik_1 I_1 d\ell Z_0}{4\pi} \cos \phi \left[ \begin{array}{l} \sin \theta_d \cos \theta_d \frac{\exp(ik_1 R_1)}{R_1} - R_v \sin \theta_r \cos \theta_r \frac{\exp(ik_1 R_2)}{R_2} \\ + (1 - R_v) F(w) \Delta_0 \sin \theta_r \frac{\exp(ik_1 R_2)}{R_2} \end{array} \right] \quad (\text{e1.43})$$

şeklini alıyor.

İkinci olarak,  $I_{m2}d\vec{\ell}$  düşey manyetik akım elemanı;  $B(\rho_1 = \rho, \phi_1 = \phi, z_1 = z)$  noktasında  $\iiint_{\mathcal{G}} I_{m2}d\mathcal{G} = I_{m2}d\vec{\ell}$  olacak şekilde  $\vec{I}_{m2}$  olarak,  $\vec{I}_{s2} = \vec{0}$  olduğu durumdaki  $\vec{I}_{s1}$  tarafından oluşturulan  $H_{z1}$  bileşeniyle eşleşmesi için seçiliyor.  $\vec{I}_{m2}, \vec{E}_2(P) \cdot \hat{x}_1 = -E_{\phi2} \sin\phi$  şeklinde olan sadece  $E_{\phi2}$  alan bileşenini oluşturduğundan (e1.41) denkleminde

$$H_{z1} = -E_{\phi2} \frac{I_1 d\ell}{I_{m2} d\ell} \sin\phi \quad (\text{e1.44})$$

elde edilir. Bu denklemdeki  $E_{\phi2}$ , manyetik akım elemanı  $I_{m2}d\ell$  olduğunda düşey manyetik dipolün ışıdığı  $\phi$ -doğrultulu alandır (Maclean ve Zu 1993). Böylece

$$H_{z1} = -\frac{ik_1 I_1 d\ell}{4\pi} \sin\phi \left[ \begin{array}{l} \sin\theta_d \frac{\exp(ik_1 R_1)}{R_1} - R_h \sin\theta_r \frac{\exp(ik_1 R_2)}{R_2} \\ + (1 - R_h) F(q) \sin\theta_r \frac{\exp(ik_1 R_2)}{R_2} \end{array} \right] \quad (\text{e1.45})$$

olarak elde edilir.

$E_{z1}$  ve  $H_{z1}$  bileşenleri sırasıyla TM ve TE dalga bileşenleridir. Bunlar silindirik koordinatlardaki Maxwell denklemlerine uygulanırsa

$$\begin{aligned} E_z &= -\frac{Z_0}{ik_1} \frac{\partial H_\phi}{\partial \rho}, & H_z &= \frac{1}{ik_1 Z_0} \frac{\partial E_\phi}{\partial \rho} \\ E_\rho &= \frac{Z_0}{ik_1} \frac{\partial H_\phi}{\partial z}, & H_\rho &= -\frac{1}{ik_1 Z_0} \frac{\partial E_\phi}{\partial z} \end{aligned} \quad (\text{e1.46})$$

yatay elektrik akım elemanının oluşturduğu alan bileşenleri elde edilir. Buna göre TM alan bileşenleri

$$E_{z1} = -\frac{ik_1 I_1 d \ell Z_0}{4\pi} \cos \phi \left[ \begin{array}{l} \sin \theta_d \cos \theta_d \frac{\exp(ik_1 R_1)}{R_1} - R_v \sin \theta_r \cos \theta_r \frac{\exp(ik_1 R_2)}{R_2} \\ +(1 - R_v) F(w) \Delta_0 \sin \theta_r \frac{\exp(ik_1 R_2)}{R_2} \end{array} \right] \quad (\text{e1.47})$$

$$E_{\rho 1} = \frac{ik_1 I_1 d \ell Z_0}{4\pi} \cos \phi \left[ \begin{array}{l} \cos^2 \theta_d \frac{\exp(ik_1 R_1)}{R_1} - R_v \cos^2 \theta_r \frac{\exp(ik_1 R_2)}{R_2} \\ -(1 - R_v) F(w) \Delta_0^2 \frac{\exp(ik_1 R_2)}{R_2} \end{array} \right] \quad (\text{e1.48})$$

$$H_{\phi 1} = \frac{ik_1 I_1 d \ell}{4\pi} \cos \phi \left[ \begin{array}{l} \cos \theta_d \frac{\exp(ik_1 R_1)}{R_1} - R_v \cos \theta_r \frac{\exp(ik_1 R_2)}{R_2} \\ +(1 - R_v) F(w) \Delta_0 \frac{\exp(ik_1 R_2)}{R_2} \end{array} \right] \quad (\text{e1.49})$$

şeklindedir. TE alan bileşenleri ise

$$E_{\phi 1} = -\frac{ik_1 I_1 d \ell Z_0}{4\pi} \sin \phi \left[ \begin{array}{l} \frac{\exp(ik_1 R_1)}{R_1} + R_h \frac{\exp(ik_1 R_2)}{R_2} \\ +(1 - R_h) F(q) \frac{\exp(ik_1 R_2)}{R_2} \end{array} \right] \quad (\text{e1.50})$$

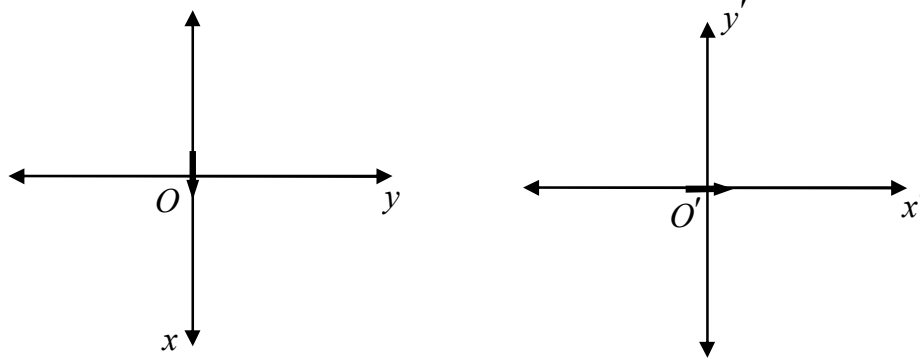
$$H_{z1} = -\frac{ik_1 I_1 d \ell}{4\pi} \sin \phi \left[ \begin{array}{l} \sin \theta_d \frac{\exp(ik_1 R_1)}{R_1} + R_h \sin \theta_r \frac{\exp(ik_1 R_2)}{R_2} \\ +(1 - R_h) F(q) \sin \theta_r \frac{\exp(ik_1 R_2)}{R_2} \end{array} \right] \quad (\text{e1.51})$$

$$H_{\rho 1} = \frac{ik_1 I_1 d \ell}{4\pi} \sin \phi \left[ \begin{array}{l} \cos \theta_d \frac{\exp(ik_1 R_1)}{R_1} + R_h \cos \theta_r \frac{\exp(ik_1 R_2)}{R_2} \\ -(1 - R_h) F(q) \delta_0 \frac{\exp(ik_1 R_2)}{R_2} \end{array} \right] \quad (\text{e1.52})$$

şeklindedir. Görüldüğü gibi sabit elektrik parametrelerine sahip düz yeryüzü üzerindeki bir paralel elektrik dipolü hem TE hem de TM dalgaları ıştır. Her bir alan bileşeni yine doğrudan dalga, yansıyan dalga ve yüzey dalgasını içerir.

### E1.2.3. $y$ -doğrultulu yatay elektrik dipol

$y$ -doğrultulu alan bileşenleri bulunurken simetri özelliği kullanılacaktır.



**Şekil e.4.** Farklı iki koordinat sisteminde  $x$ -doğrultulu ve  $y$ -doğrultulu dipol.

Şekil e.4'te görüldüğü gibi  $x$ -doğrultulu dipol referans koordinat sisteminde ve  $y$ -doğrultulu dipol döndürülmüş koordinat sisteminde ifade edilmiştir. Her bir dipolün ışıdığı alanlar kendi yerel koordinat sistemine göre aynı ifadeye sahiptir. Buna göre elde edilen  $x$ -doğrultulu yatay dipolün ifadelerinin aynısı üslü koordinatlarda  $y$ -doğrultulu dipol için de yazılır. Bundan sonra da alan ifadelerindeki üslü parametrelerin üssüz parametre karşılıkları yazılarak  $y$ -doğrultulu dipolün ışıdığı alanlar referans koordinat sisteminde ifade edilmiş olur. Bu iki koordinat sisteminin noktaları ve birim vektörleri arasında Euler dönüşümleri kullanılarak aşağıdaki bağıntılar elde edilir.

$$x' = x, \quad y' = -x, \quad z' = z \quad (\text{e1.53})$$

$$\hat{x}' = \hat{x}, \quad \hat{y}' = -\hat{x}, \quad \hat{z}' = \hat{z} \quad (\text{e1.54})$$

Bu bağıntılar (e1.47)-(e1.52) ifadelerine uygulanarak  $y$ -doğrultulu yatay elektrik akım elemanının oluşturduğu alan bileşenleri elde edilir. Buna göre TM alan bileşenleri

$$E_{z1} = -\frac{ik_1 I_1 d \ell Z_0}{4\pi} \sin \phi \left[ \begin{aligned} & \sin \theta_d \cos \theta_d \frac{\exp(ik_1 R_1)}{R_1} - R_v \sin \theta_r \cos \theta_r \frac{\exp(ik_1 R_2)}{R_2} \\ & + (1 - R_v) F(w) \Delta_0 \sin \theta_r \frac{\exp(ik_1 R_2)}{R_2} \end{aligned} \right] \quad (\text{e1.55})$$

$$E_{\rho_1} = \frac{ik_1 I_1 d \ell Z_0}{4\pi} \sin \phi \left[ \begin{array}{l} \cos^2 \theta_d \frac{\exp(ik_1 R_1)}{R_1} - R_v \cos^2 \theta_r \frac{\exp(ik_1 R_2)}{R_2} \\ -(1 - R_v) F(w) \Delta_0^2 \frac{\exp(ik_1 R_2)}{R_2} \end{array} \right] \quad (e1.56)$$

$$H_{\phi_1} = \frac{ik_1 I_1 d \ell}{4\pi} \sin \phi \left[ \begin{array}{l} \cos \theta_d \frac{\exp(ik_1 R_1)}{R_1} - R_v \cos \theta_r \frac{\exp(ik_1 R_2)}{R_2} \\ +(1 - R_v) F(w) \Delta_0 \frac{\exp(ik_1 R_2)}{R_2} \end{array} \right] \quad (e1.57)$$

şeklindedir. TE alan bileşenleri ise

$$E_{\phi_1} = \frac{ik_1 I d \ell Z_0}{4\pi} \cos \phi \left[ \begin{array}{l} \frac{\exp(ik_1 R_1)}{R_1} + R_h \frac{\exp(ik_1 R_2)}{R_2} \\ +(1 - R_h) F(q) \frac{\exp(ik_1 R_2)}{R_2} \end{array} \right] \quad (e1.58)$$

$$H_{z_1} = \frac{ik_1 I_1 d \ell}{4\pi} \cos \phi \left[ \begin{array}{l} \sin \theta_d \frac{\exp(ik_1 R_1)}{R_1} + R_h \sin \theta_r \frac{\exp(ik_1 R_2)}{R_2} \\ +(1 - R_h) F(q) \sin \theta_r \frac{\exp(ik_1 R_2)}{R_2} \end{array} \right] \quad (e1.59)$$

$$H_{\rho_1} = -\frac{ik_1 I_1 d \ell}{4\pi} \cos \phi \left[ \begin{array}{l} \cos \theta_d \frac{\exp(ik_1 R_1)}{R_1} + R_h \cos \theta_r \frac{\exp(ik_1 R_2)}{R_2} \\ -(1 - R_h) F(q) \delta_0 \frac{\exp(ik_1 R_2)}{R_2} \end{array} \right] \quad (e1.60)$$

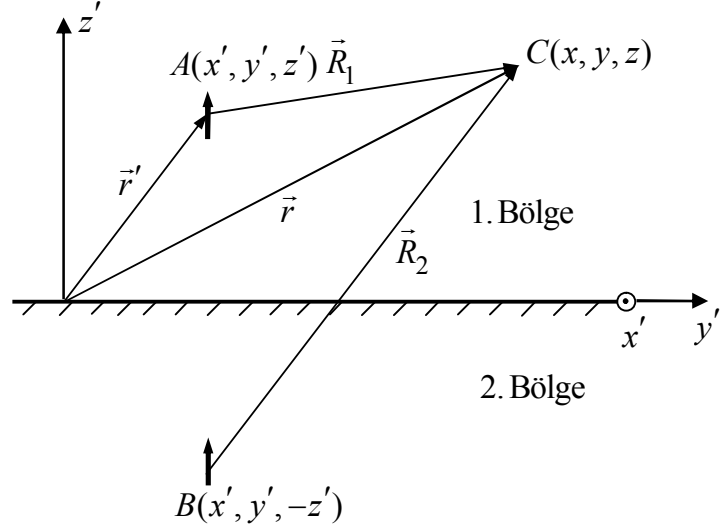
şeklindedir.

### E1.3. King'in Çözümleri

Bu kısımda yeryüzü üzerindeki herhangi bir  $d$  yüksekliğindeki bir dipolün ışıdığı havadaki toplam elektromanyetik alan King ve arkadaşlarının (1992) sunduğu yöntem ile YKY altında hesaplanacaktır.

### E1.3.1. Düşey elektrik dipol

Düz yer yüzeyi üzerinde  $z = -d$  'de konuşlanmış birim Hertz dipolünün havada oluşturduğu elektromanyetik alan ifadeleri  $z' = -z$ ,  $\phi' = -\phi$  olarak tanımlanarak aşağıdaki gibi yazılabilir (King ve ark. 1992).



Şekil e.5.  $z$  -doğrultulu düşey dipol.

$$B_{\phi_1}(\rho, z') = \frac{i\mu_0}{2\pi} \int_0^{\infty} \left[ \frac{e^{i\gamma_1|z'-d|}}{2\gamma_1} + \frac{e^{i\gamma_1(z'+d)}}{2\gamma_1} + k_2^2 e^{i\gamma_1(z'+d)} \left( \frac{1}{N} - \frac{1}{N_0} \right) \right] J_1(\lambda\rho) \lambda^2 d\lambda \quad (\text{e1.61})$$

$$E_{\rho_1}(\rho, z') = \frac{i\omega\mu_0}{2\pi k_1^2} \int_0^{\infty} \left[ \pm \frac{e^{i\gamma_1|z'-d|}}{2} + \frac{e^{i\gamma_1(z'+d)}}{2} + k_2^2 \gamma_1 e^{i\gamma_1(z'+d)} \left( \frac{1}{N} - \frac{1}{N_0} \right) \right] J_1(\lambda\rho) \lambda^2 d\lambda \quad (\text{e1.62})$$

$$\left. \begin{array}{l} z' > d \\ 0 \leq z' \leq d \end{array} \right\}$$

$$E_{z_1}(\rho, z') = -\frac{\omega\mu_0}{2\pi k_1^2} \int_0^{\infty} \left[ \frac{e^{i\gamma_1|z'-d|}}{2\gamma_1} + \frac{e^{i\gamma_1(z'+d)}}{2\gamma_1} + k_2^2 e^{i\gamma_1(z'+d)} \left( \frac{1}{N} - \frac{1}{N_0} \right) \right] J_0(\lambda\rho) \lambda^3 d\lambda \quad (\text{e1.63})$$

Burada hava,  $z' \geq 0$  şeklindeki 1. bölge olarak tanımlanıyor. Ayrıca

$$N \equiv k_2^2 \gamma_1 + k_1^2 \gamma_2 ; N_0 = k_1^2 \gamma_2 ; \gamma_j = (k_j^2 - \lambda^2)^{1/2} , j=1,2 \quad (\text{e1.64})$$

şeklinde tanımlıdır.



(e1.61)-(e1.63)'teki ilk iki terim sırasıyla doğrudan dalga ve görüntü dalgasıdır. Üçüncü terim ise yüzey dalgasını temsil eder. Buna göre

$$B_{\phi_1}(\rho, z') = B_{\phi_1}^d(\rho, z') + B_{\phi_1}^i(\rho, z') + B_{\phi_1}^s(\rho, z') \quad (\text{e1.65})$$

$$E_{\rho_1}(\rho, z') = E_{\rho_1}^d(\rho, z') + E_{\rho_1}^i(\rho, z') + E_{\rho_1}^s(\rho, z') \quad (\text{e1.66})$$

$$E_{z_1}(\rho, z') = E_{z_1}^d(\rho, z') + E_{z_1}^i(\rho, z') + E_{z_1}^s(\rho, z') \quad (\text{e1.67})$$

olarak ifade edilirse doğrudan dalganın tam ifadesi

$$\begin{aligned} B_{\phi_1}^d(\rho, z') &= \frac{i\mu_0}{4\pi} \int_0^\infty \frac{e^{i\gamma_1|z'-d|}}{\gamma_1} J_1(\lambda\rho) \lambda^2 d\lambda \\ &= -\frac{\mu_0}{4\pi} e^{ik_1 R_1} \left( \frac{ik_1}{R_1} - \frac{1}{R_1^2} \right) \left( \frac{\rho}{R_1} \right) \end{aligned} \quad (\text{e1.68})$$

$$\begin{aligned} E_{\rho_1}^d(\rho, z') &= \frac{i\omega\mu_0}{4\pi k_1^2} \int_0^\infty \pm e^{i\gamma_1|z'-d|} J_1(\lambda\rho) \lambda^2 d\lambda, \quad \begin{cases} z' > d \\ 0 \leq z' \leq d \end{cases} \\ &= -\frac{\omega\mu_0}{4\pi k_1^2} e^{ik_1 R_1} \left( \frac{ik_1^2}{R_1} - \frac{3k_1}{R_1^2} - \frac{3i}{R_1^3} \right) \left( \frac{\rho}{R_1} \right) \left( \frac{z'-d}{R_1} \right) \end{aligned} \quad (\text{e1.69})$$

$$\begin{aligned} E_{z_1}^d(\rho, z') &= -\frac{\omega\mu_0}{4\pi k_1^2} \int_0^\infty \frac{e^{i\gamma_1|z'-d|}}{\gamma_1} J_0(\lambda\rho) \lambda^3 d\lambda \\ &= \frac{\omega\mu_0}{4\pi k_1^2} e^{ik_1 R_1} \left[ \frac{ik_1^2}{R_1} - \frac{k_1}{R_1^2} - \frac{i}{R_1^3} - \left( \frac{z'-d}{R_1} \right)^2 \left( \frac{ik_1^2}{R_1} - \frac{3k_1}{R_1^2} - \frac{3i}{R_1^3} \right) \right] \end{aligned} \quad (\text{e1.70})$$

şeklinde hesap edilir. Burada  $R_1 = [\rho^2 + (z'-d)^2]^{1/2}$  olarak tanımlıdır. Görüntü dalgasının tam ifadesi

$$\begin{aligned} B_{\phi_1}^i(\rho, z') &= \frac{i\mu_0}{4\pi} \int_0^\infty \frac{e^{i\gamma_1(z'+d)}}{\gamma_1} J_1(\lambda\rho) \lambda^2 d\lambda \\ &= -\frac{\mu_0}{4\pi} e^{ik_1 R_2} \left( \frac{ik_1}{R_2} - \frac{1}{R_2^2} \right) \left( \frac{\rho}{R_2} \right) \end{aligned} \quad (\text{e1.71})$$

$$\begin{aligned}
E_{\rho 1}^i(\rho, z') &= \frac{i\omega\mu_0}{4\pi k_1^2} \int_0^\infty e^{i\gamma_1(z'+d)} J_1(\lambda\rho) \lambda^2 d\lambda \\
&= -\frac{\omega\mu_0}{4\pi k_1^2} e^{ik_1 R_2} \left( \frac{ik_1^2}{R_2} - \frac{3k_1}{R_2^2} - \frac{3i}{R_2^3} \right) \left( \frac{\rho}{R_2} \right) \left( \frac{z'+d}{R_2} \right)
\end{aligned} \tag{e1.72}$$

$$\begin{aligned}
E_{z'1}^i(\rho, z') &= -\frac{\omega\mu_0}{4\pi k_1^2} \int_0^\infty \frac{e^{i\gamma_1(z'+d)}}{\gamma_1} J_0(\lambda\rho) \lambda^3 d\lambda \\
&= \frac{\omega\mu_0}{4\pi k_1^2} e^{ik_1 R_2} \left[ \left( \frac{ik_1^2}{R_2} - \frac{k_1}{R_2^2} - \frac{i}{R_2^3} \right) - \left( \frac{z'+d}{R_2} \right)^2 \left( \frac{ik_1^2}{R_2} - \frac{3k_1}{R_2^2} - \frac{3i}{R_2^3} \right) \right]
\end{aligned} \tag{e1.73}$$

şeklinde hesap edilir. Burada  $R_2 = [\rho^2 + (z'+d)^2]^{1/2}$  olarak tanımlıdır. Yüzey dalgası terimleri

$$B_{\phi'1}^s(\rho, z') = \frac{i\mu_0 k_2^2}{2\pi} G_{\phi'1}(\rho, z'+d) \tag{e1.74}$$

$$\begin{aligned}
E_{\rho 1}^s(\rho, z') &= \frac{i\omega\mu_0 k_2^2}{2\pi k_1^2} \int_0^\infty \gamma_1 \left( \frac{1}{N} - \frac{1}{N_0} \right) e^{i\gamma_1(z'+d)} J_1(\lambda\rho) \lambda^2 d\lambda \\
&= \frac{i\omega\mu_0}{2\pi k_2^2} \int_0^\infty \frac{\gamma_2}{\gamma_1} e^{i\gamma_1(z'+d)} J_1(\lambda\rho) \lambda^2 d\lambda - \frac{i\omega\mu_0}{2\pi} \int_0^\infty \gamma_2 \left( \frac{1}{N} - \frac{1}{N_0} \right) e^{i\gamma_1(z'+d)} J_1(\lambda\rho) \lambda^2 d\lambda \\
&= -\frac{i\omega\mu_0}{2\pi k_2^2} \int_0^\infty \frac{\gamma_2}{\gamma_1} e^{i\gamma_1(z'+d)} J_1(\lambda\rho) \lambda^2 d\lambda - \frac{i\omega\mu_0 k_2}{2\pi} G_{\phi'1}(\rho, z'+d) \\
&= \frac{i\omega\mu_0}{2\pi k_2} \left[ \left( \frac{\rho}{R_2} \right) \left( \frac{k_1}{R_2} + \frac{i}{R_2^2} \right) e^{ik_1 R_2} - e^{-k_2(z'+d)} e^{ik_2 \rho} \left( \frac{1}{\rho^2} + \frac{3i}{2k_2 \rho^3} \right) \right] \\
&\quad - \frac{i\omega\mu_0 k_2}{2\pi} G_{\phi'1}(\rho, z'+d)
\end{aligned} \tag{e1.75}$$

$$E_{z'1}^s(\rho, z') = -\frac{\omega\mu_0 k_2^2}{2\pi k_1^2} G_{z'1}(\rho, z'+d) \tag{e1.76}$$

şeklinde hesaplanır. Burada

$$G_{\phi'1}(\rho, z'+d) = \int_0^\infty \left( \frac{1}{N} - \frac{1}{N_0} \right) e^{i\gamma_1(z'+d)} J_1(\lambda\rho) \lambda^2 d\lambda \tag{e1.77}$$

$$G_{z'1}(\rho, z'+d) = \int_0^\infty \left( \frac{1}{N} - \frac{1}{N_0} \right) e^{i\gamma_1(z'+d)} J_0(\lambda\rho) \lambda^3 d\lambda \tag{e1.78}$$

ile verilir. (e1.75) ifadesindeki ikinci integralde  $\lambda \sim k_1$  olduğunda integrale büyük bir katkı gelir ve böylece  $\gamma_1 = (k_2^2 - \lambda^2)^{1/2} \sim k_1$  olur. İntegre edilen formüller sadece

$$|k_2^2| \gg |k_1^2| \text{ veya } |k_2| \geq 3|k_1| \quad (\text{e1.79})$$

şartında hesaplanmıştır.

Bu çalışmada

$$\rho^2 \gg |z|^2, \rho^2 \gg d^2 \quad (\text{e1.80})$$

kısıtlamaları bastırılmış ve böylece integre edilmiş formüller  $\rho$  ve  $z$ 'nin her değeri için geçerlidir. Buna göre sonuç ifadeler

$$B_{\phi_1}^s(\rho, z') = \frac{\mu_0 k_1^3}{2\pi k_2} e^{ik_1 R_2} \left( \frac{\pi}{k_1 R_2} \right)^{1/2} e^{-iP_2} F(P_2) \quad (\text{e1.81})$$

$$E_{\rho_1}^s(\rho, z') = \frac{\omega \mu_0}{2\pi k_2} e^{ik_1 R_2} \left[ \left( \frac{\rho}{R_2} \right) \left( \frac{ik_1}{R_2} - \frac{1}{R_2^2} \right) - \frac{k_1^3}{k_2} \left( \frac{\pi}{k_1 R_2} \right)^{1/2} e^{-iP_2} F(P_2) \right] \quad (\text{e1.82})$$

$$E_{z'_1}^s(\rho, z') = -\frac{\omega \mu_0 k_1^2}{2\pi k_2} e^{ik_1 R_2} \left( \frac{\pi}{k_1 R_2} \right)^{1/2} \left( \frac{\rho}{R_2} \right) e^{-iP_2} F(P_2) \quad (\text{e1.83})$$

şeklinde ifade edilir. Burada

$$P_2 = S_2 \left( \frac{S_2 + Z' + D}{R} \right)^2 = \frac{k_1^3 R_2}{2k_2^2} \left[ \frac{k_1 R_2 + k_2(z' + d)}{k_1 \rho} \right]^2 \quad (\text{e1.84})$$

$$S_2 = \frac{k_1^3 R_2}{2k_2^2}, \quad R = \frac{k_1^3 \rho}{2k_2^2}, \quad Z' = \frac{k_1^2 z'}{2k_2}, \quad D = \frac{k_1^2 d}{2k_2} \quad (\text{e1.85})$$

ve  $R_2 = [\rho^2 + (z' + d)^2]^{1/2}$  olarak tanımlıdır. Ayrıca

$$F(P_2) = \int_{P_2}^{\infty} \frac{e^{it}}{(2\pi t)^{1/2}} dt = \frac{1+i}{2} - C_2(P_2) - iS_2(P_2) \quad (e1.86)$$

olarak tanımlıdır. Burada  $C_2(P_2) + iS_2(P_2)$  Fresnel integralidir. Not olarak belirtilmelidir ki, (e1.75)'de  $\exp[-k_2(z' + d)]$  ile çarpılan terim sınır koşulunu sağlamak zorunda fakat yayılan dalgaya bir katkı sağlamaz. Bu yüzden (e1.82) ifadesinde yok edilmiştir.

1. bölgedeki toplam alan doğrudan, yansıyan ve yüzey dalgası bileşenlerinin toplamı şeklindedir. Bu durumdaki yüzey dalgası bileşeni Norton yüzey dalgası olarak isimlendirilir. Yüzey dalgası terimlerinin (e1.79) koşulunda hesaplandığı durumda toplam alanlar

$$B_{\phi_1}(\rho, z') = -\frac{\mu_0}{2\pi} \left[ \begin{array}{l} \frac{e^{ik_1 R_1}}{2} \left( \frac{\rho}{R_1} \right) \left( \frac{ik_1}{R_1} - \frac{1}{R_1^2} \right) + \frac{e^{ik_1 R_2}}{2} \left( \frac{\rho}{R_2} \right) \left( \frac{ik_1}{R_2} - \frac{1}{R_2^2} \right) \\ -e^{ik_1 R_2} \left( \frac{k_1^3}{k_2} \right) \left( \frac{\pi}{k_1 R_2} \right)^{1/2} e^{-iP} F(P) \end{array} \right] \quad (e1.87)$$

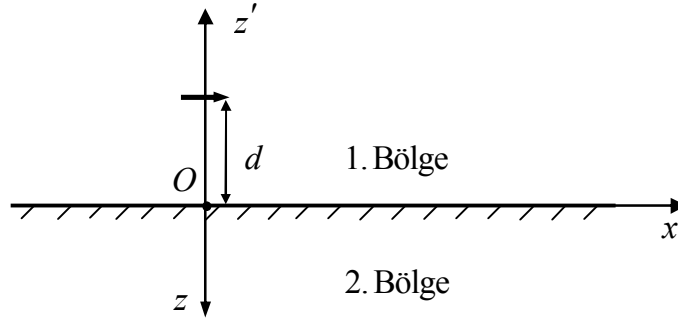
$$E_{\rho_1}(\rho, z') = -\frac{\omega\mu_0}{2\pi k_1} \left\{ \begin{array}{l} \frac{e^{ik_1 R_1}}{2} \left( \frac{\rho}{R_1} \right) \left( \frac{z'-d}{R_1} \right) \left( \frac{ik_1}{R_1} - \frac{3}{R_1^2} - \frac{3i}{k_1 R_1^3} \right) \\ + \frac{e^{ik_1 R_2}}{2} \left( \frac{\rho}{R_2} \right) \left( \frac{z'+d}{R_2} \right) \left( \frac{ik_1}{R_2} - \frac{3}{R_2^2} - \frac{3i}{k_1 R_2^3} \right) \\ - \frac{k_1}{k_2} e^{ik_1 R_2} \left[ \left( \frac{\rho}{R_2} \right) \left( \frac{ik_1}{R_2} - \frac{1}{R_2^2} \right) - \frac{k_1^3}{k_2} \left( \frac{\pi}{k_1 R_2} \right)^{1/2} e^{-iP_2} F(P_2) \right] \end{array} \right\} \quad (e1.88)$$

$$E_{z_1}(\rho, z') = \frac{\omega\mu_0}{2\pi k_1} \left\{ \begin{array}{l} \frac{e^{ik_1 R_1}}{2} \left[ \frac{ik_1}{R_1} - \frac{1}{R_1^2} - \frac{i}{k_1 R_1^3} - \left( \frac{z'-d}{R_2} \right)^2 \left( \frac{ik_1}{R_1} - \frac{3}{R_1^2} - \frac{3i}{k_1 R_1^3} \right) \right] \\ + \frac{e^{ik_1 R_2}}{2} \left[ \frac{ik_1}{R_2} - \frac{1}{R_2^2} - \frac{i}{k_1 R_2^3} - \left( \frac{z'+d}{R_2} \right)^2 \left( \frac{ik_1}{R_2} - \frac{3}{R_2^2} - \frac{3i}{k_1 R_2^3} \right) \right] \\ - e^{ik_1 R_2} \frac{k_1^3}{k_2} \left( \frac{\pi}{k_1 R_2} \right)^{1/2} \left( \frac{\rho}{R_2} \right) e^{-iP_2} F(P_2) \end{array} \right\} \quad (e1.89)$$

şeklini alır.

### E1.3.2. $x$ -doğrultulu yatay elektrik dipol

Bu kısımda yeryüzü üzerindeki herhangi bir  $d$  yüksekliğindeki bir yatay dipolün ışıdığı havadaki toplam elektromanyetik alan King ve arkadaşlarının (1992) sunduğu yöntem ile YKY altında hesaplanacaktır. Yatay Hertz dipolü dalga sayısı  $k_2 = k_1(\epsilon_{r2} + i60\sigma_2\lambda_0)^{1/2}$  olan yarı-uzay üzerinde konuşlanmıştır. Çalışma frekansında iki bölgenin elektriksel özellikleri (e1.79) koşullarını sağlar.



**Şekil e.6.**  $x$ -doğrultulu yatay dipol.

Dielektrik yüzeyden  $d$  kadar yukardaki birim elektrik momentli ( $I_1 d \ell = 1$  [ Am ]) yatay elektrik dipolünün havada oluşturduğu elektrik alan ifadeleri hesaplanacaktır. Notasyonu basitleştirmek için dielektrikten havaya doğru  $z' = -z$  olsun. Silindirik koordinatlarda  $\rho$ ,  $\phi' = -\phi$ ,  $z' = -z$  olmak üzere elektrik alan bileşenleri

$$E_{\rho 1}(\rho, \phi', z') = -\frac{\omega\mu_0}{4\pi k_1^2} \cos \phi' \left[ F_{\rho 0}(\rho, z' - d) - F_{\rho 0}(\rho, z' + d) + F_{\rho 1}(\rho, z' + d) \right] \quad (\text{e1.90})$$

$$E_{\phi 1}(\rho, \phi', z') = \frac{\omega\mu_0}{4\pi k_1^2} \sin \phi' \left[ F_{\phi 0}(\rho, z' - d) - F_{\phi 0}(\rho, z' + d) + F_{\phi 1}(\rho, z' + d) \right] \quad (\text{e1.91})$$

$$E_{z 1}(\rho, \phi', z') = \frac{i\omega\mu_0}{4\pi k_1^2} \cos \phi' \left[ F_{z 0}(\rho, z' - d) - F_{z 0}(\rho, z' + d) + F_{z 1}(\rho, z' + d) \right] \quad (\text{e1.92})$$

şeklindedir. Burada

$$\left. \begin{matrix} F_{\rho 0}(\rho, z' - d) \\ F_{\phi 0}(\rho, z' - d) \end{matrix} \right\} = \int_0^{\infty} \left\{ \frac{\gamma_1}{2} [J_0(\lambda\rho) \mp J_2(\lambda\rho)] + \frac{k_1^2}{2\gamma_1} [J_0(\lambda\rho) \pm J_2(\lambda\rho)] \right\} e^{i\gamma_1|z'-d|} \lambda d\lambda \quad (\text{e1.93})$$

$$\left. \begin{array}{l} F_{\rho_0}(\rho, z' + d) \\ F_{\phi'_0}(\rho, z' + d) \end{array} \right\} = \int_0^\infty \left\{ \frac{\gamma_1}{2} [J_0(\lambda\rho) \mp J_2(\lambda\rho)] + \frac{k_1^2}{2\gamma_1} [J_0(\lambda\rho) \pm J_2(\lambda\rho)] \right\} e^{i\gamma_1|z'+d|} \lambda d\lambda \quad (\text{e1.94})$$

$$F_{\rho_1}(\rho, z' + d) = F_{\rho_2}(\rho, z' + d) + F_{\rho_3}(\rho, z' + d) \quad (\text{e1.95})$$

$$F_{\phi'_1}(\rho, z' + d) = F_{\phi'_2}(\rho, z' + d) + F_{\phi'_3}(\rho, z' + d) \quad (\text{e1.96})$$

$$\left. \begin{array}{l} F_{\rho_2}(\rho, z' + d) \\ F_{\phi'_2}(\rho, z' + d) \end{array} \right\} = \frac{1}{2} \int_0^\infty \gamma_1 (Q_3 + 1) [J_0(\lambda\rho) \mp J_2(\lambda\rho)] e^{i\gamma_1(z'+d)} \lambda d\lambda \quad (\text{e1.97})$$

$$\left. \begin{array}{l} F_{\rho_3}(\rho, z' + d) \\ F_{\phi'_3}(\rho, z' + d) \end{array} \right\} = -\frac{k_1^2}{2} \int_0^\infty \gamma_1^{-1} (P_3 - 1) [J_0(\lambda\rho) \pm J_2(\lambda\rho)] e^{i\gamma_1(z'+d)} \lambda d\lambda \quad (\text{e1.98})$$

$$F_{z'_0}(\rho, z' - d) = \pm \int_0^\infty J_1(\lambda\rho) e^{i\gamma_1|z'-d|} \lambda^2 d\lambda, \quad \begin{cases} z' > d \\ 0 \leq z' \leq d \end{cases} \quad (\text{e1.99})$$

$$F_{z'_0}(\rho, z' + d) = \int_0^\infty J_1(\lambda\rho) e^{i\gamma_1(z'+d)} \lambda^2 d\lambda \quad (\text{e1.100})$$

$$F_{z'_1}(\rho, z' + d) = \int_0^\infty (Q_3 + 1) J_1(\lambda\rho) e^{i\gamma_1(z'+d)} \lambda^2 d\lambda, \quad \begin{cases} z' > d \\ 0 \leq z' \leq d \end{cases} \quad (\text{e1.101})$$

şeklinde tanımlıdır. Manyetik alan bileşenleri ise

$$B_{\rho_1}(\rho, \phi', z') = -\frac{\mu_0}{4\pi} \sin \phi' [G_{\rho_0}(\rho, z' - d) - G_{\rho_0}(\rho, z' + d) + G_{\rho_1}(\rho, z' + d)] \quad (\text{e1.102})$$

$$B_{\phi'_1}(\rho, \phi', z') = -\frac{\mu_0}{4\pi} \cos \phi' [G_{\phi'_0}(\rho, z' - d) - G_{\phi'_0}(\rho, z' + d) + G_{\phi'_1}(\rho, z' + d)] \quad (\text{e1.103})$$

$$B_{z'_1}(\rho, \phi', z') = \frac{i\mu_0}{4\pi} \sin \phi' [G_{z'_0}(\rho, z' - d) - G_{z'_0}(\rho, z' + d) + G_{z'_1}(\rho, z' + d)] \quad (\text{e1.104})$$

olarak tanımlıdır. Burada

$$G_{\rho_0}(\rho, z' - d) = G_{\rho_0}(\rho, z' - d) = \pm \int_0^\infty J_0(\lambda\rho) e^{i\gamma_1|z'-d|} \lambda d\lambda, \quad \begin{cases} z' > d \\ 0 \leq z' \leq d \end{cases} \quad (\text{e1.105})$$

$$G_{\rho_0}(\rho, z' + d) = G_{\rho_0}(\rho, z' + d) = \int_0^\infty J_0(\lambda\rho) e^{i\gamma_1(z'+d)} \lambda d\lambda \quad (\text{e1.106})$$

$$G_{\rho_1}(\rho, z' + d) = G_{\rho_2}(\rho, z' + d) + G_{\rho_3}(\rho, z' + d) \quad (\text{e1.107})$$

$$G_{\phi'_1}(\rho, z' + d) = G_{\phi'_2}(\rho, z' + d) + G_{\phi'_3}(\rho, z' + d) \quad (\text{e1.108})$$

$$\left. \begin{array}{l} G_{\rho_2}(\rho, z' + d) \\ G_{\phi_2}(\rho, z' + d) \end{array} \right\} = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} (Q_3 + 1) [J_0(\lambda \rho) \mp J_2(\lambda \rho)] e^{i\gamma_1(z'+d)} \lambda d\lambda \quad (\text{e1.109})$$

$$\left. \begin{array}{l} G_{\rho_3}(\rho, z' + d) \\ G_{\phi_3}(\rho, z' + d) \end{array} \right\} = -\frac{1}{2} \int_0^{\infty} (P_3 - 1) [J_0(\lambda \rho) \pm J_2(\lambda \rho)] e^{i\gamma_1(z'+d)} \lambda d\lambda \quad (\text{e1.110})$$

$$G_{z_0}(\rho, z' \mp d) = \int_0^{\infty} \gamma_0^{-1} J_1(\lambda \rho) e^{i\gamma_0|z' \mp d|} \lambda^2 d\lambda \quad (\text{e1.111})$$

$$G_{z_1}(\rho, z' + d) = -\int_0^{\infty} (P_3 - 1) \gamma_0^{-1} J_1(\lambda \rho) e^{i\gamma_0(z'+d)} \lambda^2 d\lambda \quad (\text{e1.112})$$

şeklinde tanımlıdır.

### ***Yansımanın genelleştirilmiş katsayıları***

Birçok integralde yer alan  $Q_3$  ve  $P_3$  ifadeleri sırasıyla elektriksel ve manyetik düzlemsel dalga yansıma katsayısının negatifidir. Düzlemsel dalganın havadan dielektrik sınıra gelmesi durumundaki yansıma katsayısı sınır koşulları ile belirlenir.

Genel formül

$$f_r = \frac{x_1 - x_2}{x_1 + x_2} \quad (\text{e1.113})$$

şeklinde dir. Elektriksel ve manyetik katsayılar

$$\gamma_j = (k_j^2 - \lambda^2)^{1/2}, \quad j = 1, 2 \quad (\text{e1.114})$$

olmak üzere

$$x_j = \frac{\gamma_j}{k_j^2}, \quad j = 1, 2 \text{ olduğu durumda } -Q_3 = f_{er} = f_r \quad (\text{e1.115})$$

$$x_j = \gamma_j, \quad j = 1, 2 \text{ olduğu durumda } -P_3 = f_{mr} = f_r \quad (\text{e1.116})$$

şeklinde tanımlıdır. (e1.115) ve (e1.116)'dan

$$\frac{\gamma_1}{2}(Q_3 + 1) = \frac{\gamma_1 \gamma_2 k_1^2}{\gamma_1 k_2^2 + \gamma_2 k_1^2} \quad (\text{e1.117})$$

$$\frac{k_1^2}{2\gamma_1}(P_3 - 1) = \frac{-k_1^2}{\gamma_1 + \gamma_2} \quad (\text{e1.118})$$

olarak elde edilir.

### ***İntegrallerin hesabı***

0 indisli  $F$  ve  $G$  fonksiyonlarındaki integraller izole edilmiş dipole ve onun mükemmel görüntüsüne uygulanır. Bunlar herhangi bir yaklaşım yapılmadan standart formüller ile kolaylıkla hesaplanır. Kesin çözümler

$$F_{\rho_0}(\rho, z' \pm d) = -e^{ik_1\tau} \left[ \frac{2k_1}{\tau^2} + \frac{2i}{\tau^3} + \left( \frac{z' \pm d}{\tau} \right)^2 \left( \frac{ik_1^2}{\tau} - \frac{3k_1}{\tau^2} - \frac{3i}{\tau^3} \right) \right] \quad (\text{e1.119})$$

$$F_{\phi_0}(\rho, z' \pm d) = -e^{ik_1\tau} \left( \frac{ik_1^2}{\tau} - \frac{k_1}{\tau^2} - \frac{i}{\tau^3} \right) \quad (\text{e1.120})$$

$$F_{z_0}(\rho, z' \pm d) = -e^{ik_1\tau} \left( \frac{\rho}{\tau} \right) \left( \frac{z' \pm d}{\tau} \right) \left( \frac{k_1^2}{\tau} + \frac{3ik_1}{\tau^2} - \frac{3}{\tau^3} \right) \quad (\text{e1.121})$$

$$G_{\rho_0}(\rho, z' \pm d) = G_{\phi_0}(\rho, z' \pm d) = -e^{ik_1\tau} \left( \frac{z' \pm d}{\tau} \right) \left( \frac{ik_1}{\tau} - \frac{1}{\tau^2} \right) \quad (\text{e1.122})$$

$$G_{z_0}(\rho, z' \pm d) = -e^{ik_1\tau} \left( \frac{\rho}{\tau} \right) \left( \frac{k_1}{\tau^2} + \frac{i}{\tau^2} \right) \quad (\text{e1.123})$$

şeklinde elde edilir. Burada üsteki işaretin geçerli olduğu durumda  $\tau = R_2$ , alttaki işaret için ise  $\tau = R_1$  olarak tanımlıdır.  $(Q_3 + 1)$ 'li terimi içeren integral,  $k_1^2 \ll |k_2^2|$  eşitsizliği göz önünde bulundurularak basitleştirilebilir. İzlenen prosedür göstermiştir ki, integral değişkeni  $\lambda \sim k_1$  genliği mertebesinde olduğunda sadece radyal olarak yayılan terim integralden elde edilebiliyor.  $\lambda$ 'nın  $\lambda \sim k_2$  etrafındaki büyük değerlerinde radyal bileşenlerden gelen katkılar oldukça zayıflar ve bu yüzden radyal bileşenler çözümden çıkarılır. Bu yaklaşımlar altında ifadeler



$$\left. \begin{array}{l} F_{\rho_2}(\rho, z' + d) \\ F_{\phi_2}(\rho, z' + d) \end{array} \right\} \sim \varepsilon' \int_0^{\infty} \frac{\gamma_1}{\gamma_1 + \varepsilon'} [J_0(\lambda\rho) \mp J_2(\lambda\rho)] e^{i\gamma_1(z'+d)} \lambda d\lambda \quad (\text{e1.124})$$

$$F_{z_1}(\rho, z' + d) \sim 2\varepsilon' \int_0^{\infty} \frac{1}{\gamma_1 + \varepsilon'} J_1(\lambda\rho) e^{i\gamma_1(z'+d)} \lambda^2 d\lambda \quad (\text{e1.125})$$

$$\left. \begin{array}{l} G_{\rho_2}(\rho, z' + d) \\ G_{\phi_2}(\rho, z' + d) \end{array} \right\} \sim \varepsilon' \int_0^{\infty} \frac{1}{\gamma_1 + \varepsilon'} [J_0(\lambda\rho) \pm J_2(\lambda\rho)] e^{i\gamma_1(z'+d)} \lambda d\lambda \quad (\text{e1.126})$$

şeklini alır. Burada  $\varepsilon' = k_1\varepsilon$ ,  $\varepsilon = k_1/k_2$  olarak tanımlı ve  $k_1^2 \ll |k_2|^2$  olduğundan  $\varepsilon$  küçük bir büyüklüktür. Benzer şekilde  $(P_3 - 1)$  ifadesini içeren integraller

$$\left. \begin{array}{l} F_{\rho_3}(\rho, z' + d) \\ F_{\phi_3}(\rho, z' + d) \end{array} \right\} \sim \varepsilon' \int_0^{\infty} \frac{1}{1 + \gamma_1(\varepsilon'/k_1^2)} [J_0(\lambda\rho) \pm J_2(\lambda\rho)] e^{i\gamma_1(z'+d)} \lambda d\lambda \quad (\text{e1.127})$$

$$\sim \varepsilon' \int_0^{\infty} \left( 1 - \frac{\gamma_1\varepsilon'}{k_1^2} + \frac{\gamma_1^2\varepsilon'^2}{k_1^4} \dots \right) [J_0(\lambda\rho) \pm J_2(\lambda\rho)] e^{i\gamma_1(z'+d)} \lambda d\lambda$$

$$\left. \begin{array}{l} G_{\rho_3}(\rho, z' + d) \\ G_{\phi_3}(\rho, z' + d) \end{array} \right\} \sim \frac{\varepsilon'}{k_1^2} \int_0^{\infty} \frac{\gamma_1}{1 + \gamma_1(\varepsilon'/k_1^2)} [J_0(\lambda\rho) \mp J_2(\lambda\rho)] e^{i\gamma_1(z'+d)} \lambda d\lambda \quad (\text{e1.128})$$

$$\sim \frac{\varepsilon'}{k_1^2} \int_0^{\infty} \gamma_1 \left( 1 - \frac{\gamma_1\varepsilon'}{k_1^2} + \frac{\gamma_1^2\varepsilon'^2}{k_1^4} \dots \right) [J_0(\lambda\rho) \pm J_2(\lambda\rho)] e^{i\gamma_1(z'+d)} \lambda d\lambda$$

$$G_{z_1}(\rho, z' + d) \sim \frac{2\varepsilon'}{k_1^2} \int_0^{\infty} \frac{1}{1 + \gamma_1(\varepsilon'/k_1^2)} J_1(\lambda\rho) e^{i\gamma_1(z'+d)} \lambda^2 d\lambda \quad (\text{e1.129})$$

$$\sim \frac{2\varepsilon'}{k_1^2} \int_0^{\infty} \left( 1 - \frac{\gamma_1\varepsilon'}{k_1^2} + \frac{\gamma_1^2\varepsilon'^2}{k_1^4} \dots \right) J_1(\lambda\rho) e^{i\gamma_1(z'+d)} \lambda^2 d\lambda$$

şeklinde sadeleşir. (e1.127)'de

$$\left( 1 + \frac{\gamma_1\varepsilon'}{k_1^2} \right)^{-1} \sim 1 - \frac{\gamma_1\varepsilon'}{k_1^2} + \frac{\gamma_1^2\varepsilon'^2}{k_1^4} \dots \quad (\text{e1.130})$$

açılımı kullanılmıştır. Ayrıca

$$\frac{\gamma_1\varepsilon'}{k_1^2} = \gamma_1(k_3^{-1} - ih) \left( 1 - \frac{ik_2^2 h}{k_3} \right)^{-1} \quad (\text{e1.131})$$

olduğu not edilmelidir. Bu (e1.130)'daki açılım  $\gamma_1/k_2$ 'nin küçük olduğu yaklaşım altında hesaplanmıştır.  $k_1^2 \ll |k_2|^2$  olduğundan bu yaklaşım sadece  $\lambda \sim k_1$  olduğunda değil aynı zamanda  $\lambda \sim k_2$  olduğunda da geçerlidir.  $\lambda \sim k_1$  olduğunda integrale gelen katkı daha büyük olacağından (e1.127)-(e1.129)'daki ikinci ifadelerin integrasyonundan elde edilen terimlerin serileri hızlı yakınsar.

### **Alan bileşenlerinin integrale edilmiş formülleri**

$F_0(\rho, z' - d)$ ,  $F_0(\rho, z' + d)$ ,  $F_2(\rho, z' + d)$  ve  $F_3(\rho, z' + d)$  ifadelerinin integrale edilmiş formülleri (e1.90), (e1.91) ve (e1.92) denklemlerinde yerlerine yazılırsa elektrik alan bileşenlerinin sonuç ifadeleri

$$E_{\rho 1} = \frac{\omega \mu_0 \cos \phi'}{4\pi k_1} \left\{ \begin{array}{l} e^{ik_1 R_1} \left[ \frac{2}{R_1^2} + \frac{2i}{k_1 R_1^3} + \left( \frac{z' - d}{R_1} \right) \left( \frac{ik_1}{R_1} - \frac{3}{R_1^2} - \frac{3i}{k_1 R_1^3} \right) \right] \\ - e^{ik_1 R_2} \left[ \frac{2}{R_2^2} + \frac{2i}{k_1 R_2^3} + \left( \frac{z' + d}{R_2} \right) \left( \frac{ik_1}{R_2} - \frac{3}{R_2^2} - \frac{3i}{k_1 R_2^3} \right) \right] \\ + 2e^{ik_1 R_2} \left\{ \varepsilon \left( \frac{z' + d}{R_2} \right) \left( \frac{ik_1}{R_2} - \frac{1}{R_2^2} \right) \right. \\ \left. - \varepsilon^2 \left[ \frac{ik_1}{R_2} - \frac{1}{R_2^2} - \frac{i}{k_1 R_2^3} - k_1^2 \varepsilon \left( \frac{r_2}{\rho} \right) \left( \frac{\pi}{k_1 R_2} \right)^{1/2} e^{-iP_2} F(P_2) \right] \right\} \end{array} \right\} \quad (\text{e1.132})$$

$$E_{\phi 1} = -\frac{\omega \mu_0}{4\pi k_1} \sin \phi' \left\{ \begin{array}{l} e^{ik_1 R_1} \left( \frac{ik_1}{R_1} - \frac{1}{R_1^2} - \frac{i}{k_1 R_1^3} \right) - e^{ik_1 R_2} \left( \frac{ik_1}{R_2} - \frac{1}{R_2^2} - \frac{i}{k_1 R_2^3} \right) \\ + 2e^{ik_1 R_2} \left\{ \varepsilon \left( \frac{z' + d}{R_2} \right) \left( \frac{ik_1}{2} - \frac{1}{R_2^2} \right) \right. \\ \left. - \varepsilon^2 \left[ \frac{2}{R_2^2} + \frac{2i}{k_1 R_2^3} + \left( \frac{z' + d}{R_2} \right)^2 \left( \frac{ik_1}{R_2} - \frac{3}{R_2^2} - \frac{3i}{k_1 R_2^3} \right) \right] \right. \\ \left. + ik_1 \varepsilon \left( \frac{r_2^2}{\rho^3} \right) \left( \frac{\pi}{k_1 R_2} \right)^{1/2} e^{-iP_2} F(P_2) \right\} \end{array} \right\} \quad (\text{e1.133})$$

$$E_{z'1} = -\frac{\omega\mu_0}{4\pi k_1} \cos\phi' \left\{ \begin{array}{l} e^{ik_1 R_1} \left( \frac{\rho}{R_1} \right) \left( \frac{z'-d}{R_1} \right) \left( \frac{ik_1}{R_1} - \frac{3}{R_1^2} - \frac{3i}{k_1 R_1^3} \right) \\ -e^{ik_1 R_2} \left( \frac{\rho}{R_2} \right) \left( \frac{z'+d}{R_2} \right) \left( \frac{ik_1}{R_2} - \frac{3}{R_2^2} - \frac{3i}{k_1 R_2^3} \right) \\ +2\varepsilon e^{ik_1 R_2} \left[ \left( \frac{\rho}{R_2} \right) \left( \frac{ik_1}{R_2} - \frac{1}{R_2^2} \right) - k_1^2 \varepsilon \left( \frac{\pi}{k_1 R_2} \right)^{1/2} e^{-iP_2} F(P_2) \right] \end{array} \right\} \quad (\text{e1.134})$$

olarak elde edilir.  $G_0(\rho, z'-d)$ ,  $G_0(\rho, z'+d)$ ,  $G_2(\rho, z'+d)$  ve  $G_3(\rho, z'+d)$  ifadelerinin integre edilmiş formülleri (e1.102), (e1.103) ve (e1.104) denklemlerinde yerlerine yazılırsa manyetik alan bileşenlerinin sonuç ifadeleri

$$B_{\rho 1} = \frac{\mu_0 \sin\phi'}{4\pi} \left\{ \begin{array}{l} e^{ik_1 R_1} \left( \frac{z'-d}{R_1} \right) \left( \frac{ik_1}{R_1} - \frac{1}{R_1^2} \right) - e^{ik_1 R_2} \left( \frac{z'+d}{R_2} \right) \left( \frac{ik_1}{R_1} - \frac{1}{R_1^2} \right) \\ +2\varepsilon e^{ik_1 R_2} \left[ \frac{2}{R_2^2} + \frac{i}{k_1 R_2^3} + \left( \frac{z'+d}{R_2} \right) \left( \frac{ik_1}{R_2} - \frac{3}{R_2^2} - \frac{3i}{k_1 R_2^3} \right) \right. \\ \left. + ik_1 \varepsilon \left( \frac{R_2^3}{\rho^3} \right) \left( \frac{\pi}{k_1 R_2} \right)^{1/2} e^{-iP_2} F(P_2) \right] \end{array} \right\} \quad (\text{e1.135})$$

$$B_{\phi 1} = \frac{\mu_0 \cos\phi'}{4\pi} \left\{ \begin{array}{l} e^{ik_1 R_1} \left( \frac{z'-d}{R_1} \right) \left( \frac{ik_1}{R_1} - \frac{1}{R_1^2} \right) - e^{ik_1 R_2} \left( \frac{z'+d}{R_2} \right) \left( \frac{ik_1}{R_2} - \frac{1}{R_2^2} \right) \\ +2\varepsilon e^{ik_1 R_2} \left[ \frac{ik_1}{R_2} - \frac{1}{R_2^2} - \frac{i}{k_1 R_2^3} - k_1^2 \varepsilon \left( \frac{R_2}{\rho} \right) \left( \frac{\pi}{k_1 R_2} \right)^{1/2} e^{-iP_2} F(P_2) \right] \end{array} \right\} \quad (\text{e1.136})$$

$$B_{z'1} = -\frac{\mu_0 \sin\phi'}{4\pi} \left\{ \begin{array}{l} e^{ik_1 R_1} \frac{\rho}{R_1} \left( \frac{ik_1}{R_1} - \frac{1}{R_1^2} \right) - e^{ik_1 R_2} \frac{\rho}{R_2} \left( \frac{ik_1}{R_2} - \frac{1}{R_2^2} \right) \\ +2e^{ik_1 R_2} \left\{ \varepsilon \frac{\rho}{R_2} \frac{z'+d}{R_2} \left( \frac{ik_1}{R_2} - \frac{3}{R_2^2} - \frac{3i}{k_1 R_2^3} \right) \right. \\ \left. - \varepsilon^2 \frac{\rho}{R_2} \left[ \frac{1}{R_2^2} + \frac{3i}{k_1 R_2^3} - \frac{3}{k_1^2 R_2^4} + \left( \frac{z'+d}{R_2} \right)^2 \left( \frac{ik_1}{R_2} - \frac{6}{R_2^2} - \frac{15i}{k_1 R_2^3} \right) \right] \right\} \end{array} \right\} \quad (\text{e1.137})$$

olarak elde edilir.

### E1.3.3. $y$ -doğrultulu yatay elektrik dipol

(e1.53) ve (e1.54) bağıntıları (e1.132)-(e1.134) ifadelerine uygulanarak  $y$ -doğrultulu yatay elektrik akım elemanının oluşturduğu elektrik alan bileşenleri

$$E_{\rho 1} = \frac{\omega\mu_0}{4\pi k_1} \sin \phi' \left\{ \begin{array}{l} e^{ik_1 R_1} \left[ \frac{2}{R_1^2} + \frac{2i}{k_1 R_1^3} + \left( \frac{z'-d}{R_1} \right) \left( \frac{ik_1}{R_1} - \frac{3}{R_1^2} - \frac{3i}{k_1 R_1^3} \right) \right] \\ - e^{ik_1 R_2} \left[ \frac{2}{R_2^2} + \frac{2i}{k_1 R_2^3} + \left( \frac{z'+d}{R_2} \right) \left( \frac{ik_1}{R_2} - \frac{3}{R_2^2} - \frac{3i}{k_1 R_2^3} \right) \right] \\ + 2e^{ik_1 R_2} \left\{ \varepsilon \left( \frac{z'+d}{R_2} \right) \left( \frac{ik_1}{R_2} - \frac{1}{R_2^2} \right) \right. \\ \left. - \varepsilon^2 \left[ \frac{ik_1}{R_2} - \frac{1}{R_2^2} - \frac{i}{k_1 R_2^3} - k_1^2 \varepsilon \left( \frac{R_2}{\rho} \right) \left( \frac{\pi}{k_1 R_2} \right)^{1/2} e^{-iP_2} F(P_2) \right] \right\} \end{array} \right\} \quad (e1.138)$$

$$E_{\phi 1} = \frac{\omega\mu_0}{4\pi k_1} \cos \phi' \left\{ \begin{array}{l} e^{ik_1 R_1} \left( \frac{ik_1}{R_1} - \frac{1}{R_1^2} - \frac{i}{k_1 R_1^3} \right) - e^{ik_1 R_2} \left( \frac{ik_1}{R_2} - \frac{1}{R_2^2} - \frac{i}{k_1 R_2^3} \right) \\ + 2e^{ik_1 R_2} \left\{ \varepsilon \left( \frac{z'+d}{R_2} \right) \left( \frac{ik_1}{2} - \frac{1}{R_2^2} \right) \right. \\ \left. - \varepsilon^2 \left[ \frac{2}{R_2^2} + \frac{2i}{k_1 R_2^3} + \left( \frac{z'+d}{R_2} \right)^2 \left( \frac{ik_1}{R_2} - \frac{3}{R_2^2} - \frac{3i}{k_1 R_2^3} \right) \right. \right. \\ \left. \left. + ik_1 \varepsilon \left( \frac{R_2^2}{\rho^3} \right) \left( \frac{\pi}{k_1 R_2} \right)^{1/2} e^{-iP_2} F(P_2) \right] \right\} \end{array} \right\} \quad (e1.139)$$

$$E_{z 1} = -\frac{\omega\mu_0}{4\pi k_1} \sin \phi' \left\{ \begin{array}{l} e^{ik_1 R_1} \left( \frac{\rho}{R_1} \right) \left( \frac{z'-d}{R_1} \right) \left( \frac{ik_1}{R_1} - \frac{3}{R_1^2} - \frac{3i}{k_1 R_1^3} \right) \\ - e^{ik_1 R_2} \left( \frac{\rho}{R_2} \right) \left( \frac{z'+d}{R_2} \right) \left( \frac{ik_1}{R_2} - \frac{3}{R_2^2} - \frac{3i}{k_1 R_2^3} \right) \\ + 2\varepsilon e^{ik_1 R_2} \left[ \left( \frac{\rho}{R_2} \right) \left( \frac{ik_1}{R_2} - \frac{1}{R_2^2} \right) - k_1^2 \varepsilon \left( \frac{\pi}{k_1 R_2} \right)^{1/2} e^{-iP_2} F(P_2) \right] \end{array} \right\} \quad (e1.140)$$

olarak elde edilir.

(e1.53) ve (e1.54) bağıntıları (e1.135)-(e1.137) ifadelerine uygulanarak  $y$ -doğrultulu yatay elektrik akım elemanının oluşturduğu manyetik alan bileşenleri

$$B_{\rho 1} = -\frac{\mu_0 \cos \phi'}{4\pi} \left\{ \begin{aligned} & e^{ik_1 R_1} \left( \frac{z' - d}{R_1} \right) \left( \frac{ik_1}{R_1} - \frac{1}{R_1^2} \right) - e^{ik_1 R_2} \left( \frac{z' + d}{R_2} \right) \left( \frac{ik_1}{R_1} - \frac{1}{R_1^2} \right) \\ & + 2\varepsilon e^{ik_1 R_2} \left[ \frac{2}{R_2^2} + \frac{i}{k_1 R_2^3} + \left( \frac{z' + d}{R_2} \right) \left( \frac{ik_1}{R_2} - \frac{3}{R_2^2} - \frac{3i}{k_1 R_2^3} \right) \right. \\ & \left. + ik_1 \varepsilon \left( \frac{R_2^3}{\rho^3} \right) \left( \frac{\pi}{k_1 R_2} \right)^{1/2} e^{-iP_2} F(P_2) \right] \end{aligned} \right\} \quad (e1.141)$$

$$B_{\phi 1} = \frac{\mu_0 \sin \phi'}{4\pi} \left\{ \begin{aligned} & e^{ik_1 R_1} \left( \frac{z' - d}{R_1} \right) \left( \frac{ik_1}{R_1} - \frac{1}{R_1^2} \right) - e^{ik_1 R_2} \left( \frac{z' + d}{R_2} \right) \left( \frac{ik_1}{R_2} - \frac{1}{R_2^2} \right) \\ & + 2\varepsilon e^{ik_1 R_2} \left[ \frac{ik_1}{R_2} - \frac{1}{R_2^2} - \frac{i}{k_1 R_2^3} - k_1^2 \varepsilon \left( \frac{R_2}{\rho} \right) \left( \frac{\pi}{k_1 R_2} \right)^{1/2} e^{-iP_2} F(P_2) \right] \end{aligned} \right\} \quad (e1.142)$$

$$B_{z'1} = \frac{\mu_0 \cos \phi'}{4\pi} \left\{ \begin{aligned} & e^{ik_1 R_1} \frac{\rho}{R_1} \left( \frac{ik_1}{R_1} - \frac{1}{R_1^2} \right) - e^{ik_1 R_2} \frac{\rho}{R_2} \left( \frac{ik_1}{R_2} - \frac{1}{R_2^2} \right) \\ & + 2e^{ik_1 R_2} \left\{ \varepsilon \frac{\rho}{R_2} \frac{z' + d}{R_2} \left( \frac{ik_1}{R_2} - \frac{3}{R_2^2} - \frac{3i}{k_1 R_2^3} \right) \right. \\ & \left. - \varepsilon^2 \frac{\rho}{R_2} \left[ \frac{1}{R_2^2} + \frac{3i}{k_1 R_2^3} - \frac{3}{k_1^2 R_2^4} + \left( \frac{z' + d}{R_2} \right)^2 \left( \frac{ik_1}{R_2} - \frac{6}{R_2^2} - \frac{15i}{k_1 R_2^3} \right) \right] \right\} \end{aligned} \right\} \quad (e1.143)$$

olarak elde edilir.

## E2. Kayıplı Homojen Küresel Yarı-Uzay Üzerinden Hertz Dipolünün Işınması

Marconi (1900) 1902 tarihinde Atlantik üzerinden iletimi göstermesinden sonra küresel yüzey üzerinden Hertz dipolünün ışınması birçok matematikçi tarafından incelenmiştir. Watson'ın (1919, 1928) analizlerinden sonra 1930'larda gerçek yer yüzeyi parametrelerinde daha derin çalışmalar, Hollanda'da Van Der Pol ve Bremmer (1937) SSCB'de Wwedensky (1935) tarafından yapılmıştır. Daha sonra SSCB'den Fock (1945,1949), ABD'den Wait (1964, 1974) düzgün küresel yer yüzeyi üzerinden

yayılmının daha iyi anlaşılmasını sağlamışlardır. Bu kısımda iletken küre üzerinde yayılım irdelenecektir.

### E2.1. Düşey Elektrik Dipol

Bu kısımda bütün  $E$  ve  $H$  alanlarının türetilbildiği ve skaler dalga denklemini sağlayan alan büyüklüğü belirlenecektir.

$b$  yarıçapı üzerinde  $\theta = 0^\circ$  ekseninde  $z$ -doğrultulu  $I_1 dl$  akım elemanı,  $H_\phi$ ,  $E_r$  ve  $E_\theta$  bileşenleri olan sadece bir TM dalgası ışıır. Bu kısımda küre olmadığı durumda akım elemanı tarafından oluşturulan ve

$$u = \frac{A_r}{r} = \frac{A_z}{b} \quad (\text{e2.1})$$

ile tanımlanan alanın

$$\left(\text{lap} + k_1^2\right)u = 0 \quad (\text{e2.2})$$

dalga denklemini sağladığı gösterilecektir. Burada  $A_r$ ,  $rA_z/b$  ile tanımlanan radyal vektör potansiyel ve  $r$  kürenin merkezinden gözlem noktasına olan yarıçaptır.

$u$ 'nun (e2.2) ifadesinden vektör potansiyelinin  $A_r$  radyal bileşeni bulunur ve bunun sonucu olarak  $H_\phi$ ,  $E_r$  ve  $E_\theta$  manyetik ve elektrik alanlar bulunabilir.

Başlangıçta kürenin bulunmadığı durumda,  $z$ -doğrultulu  $I_1 dl$  akım elemanı göz önüne alınacaktır.  $I_1 dl$  akım elemanının oluşturduğu  $H_\phi$  manyetik alanı  $\vec{A} = A_z \hat{z}$  manyetik vektör potansiyelinden

$$H_\phi = \frac{1}{\mu_0} \left( \text{rot} \vec{A} \right)_\phi \quad (\text{e2.3})$$

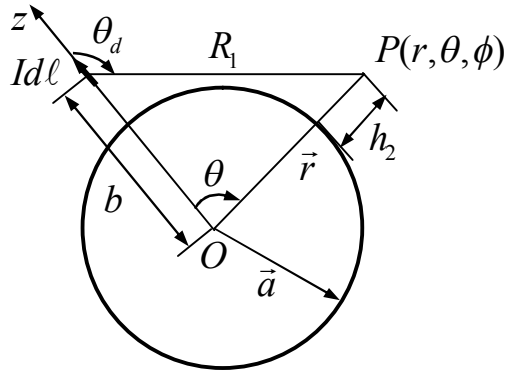
denklemleri ile türetilir. Bu ifadedeki vektör potansiyeli

$$\vec{A} = \frac{\mu_0 I_1 dl}{4\pi} \frac{\exp(ik_1 R_1)}{R_1} \hat{z} = A_z \hat{z} \quad (\text{e2.4})$$

şeklinde tanımlıdır. Burada  $R_1 = (\rho^2 + z^2)^{1/2}$  kaynak ile gözlem noktası arasındaki mesafedir. (e2.3) denkleminde

$$H_\phi = -\frac{ik_1 I_1 dl}{4\pi R_1} \sin \theta_d \left( 1 - \frac{1}{ik_1 R_1} \right) \exp(ik_1 R_1) \quad (\text{e2.5})$$

elde edilir. Burada  $\theta_d$ ,  $R_1$  ile  $z$ -ekseni arasındaki açıdır.



Şekil e.7.  $\theta = 0^\circ$  ekseninde ve kürenin üzerindeki  $z$ -doğrultulu akım elemanı.

Şekil e.7'den

$$r \sin \theta = R_1 \sin \theta_d \quad (\text{e2.6})$$

olarak yazılabilir. Bunun sonucu olarak (e2.5) denklemleri

$$H_\phi = \frac{ik_1 I_1 dl}{4\pi R_1^2} \frac{1 - ik_1 R_1}{ik_1 R_1} \sin \theta \exp(ik_1 R_1) \quad (\text{e2.7})$$

şeklinde yazılabilir. Bu ifadedeki  $R_1$  akım elemanı ile gözlem noktası arasındaki mesafe

$$R_1 = (b^2 + r^2 - 2br \cos \theta)^{1/2} \quad (\text{e2.8})$$

olarak tanımlandığından

$$\frac{\partial}{\partial R_1} \left[ \frac{\exp(ik_1 R_1)}{R_1} \right] = -\frac{1 - ik_1 R_1}{R_1^2} \exp(ik_1 R_1) \quad (\text{e2.9})$$

olduğu kolaylıkla gösterilebilir. Böylece

$$H_\phi = -\frac{I_1 dl}{4\pi} \frac{\partial}{\partial R_1} \left[ \frac{\exp(ik_1 R_1)}{R_1} \right] \frac{r \sin \theta}{R_1} \quad (\text{e2.10})$$

olur.  $r \sin \theta / R_1 = (1/b) \partial R_1 / \partial \theta$  olduğundan (e2.10) ifadesi

$$H_\phi = -\frac{I_1 dl}{4\pi b} \frac{\partial}{\partial \theta} \left[ \frac{\exp(ik_1 R_1)}{R_1} \right] \quad (\text{e2.11})$$

şeklini alır. (e2.11) denklemi  $A_z$  manyetik vektör potansiyeli cinsinden

$$H_\phi = -\frac{1}{\mu_0 b} \frac{\partial A_z}{\partial \theta} \quad (\text{e2.12})$$

veya

$$H_\phi = -\frac{1}{\mu_0} \frac{\partial u}{\partial \theta} \quad (\text{e2.13})$$

şeklinde elde edilebilir. Böylece  $H_\phi$  manyetik alan bileşeni skaler dalga denklemini sağlayan  $u$  terimi cinsinden ifade edilmiş olur. Buna karşı düşen elektrik alan bileşenleri Maxwell denklemlerinden



$$E_r = -\frac{1}{i\omega\varepsilon_0 r \sin\theta} \frac{\partial}{\partial\theta} (\sin\theta H_\phi) \quad (\text{e2.14})$$

$$E_\theta = \frac{1}{i\omega\varepsilon_0 r} \frac{\partial}{\partial r} (rH_\phi) \quad (\text{e2.15})$$

şeklinde elde edilir. Bu ifadeler  $u$  'lu terimler cinsinden

$$E_r = \frac{1}{i\omega\mu_0\varepsilon_0 r \sin\theta} \frac{\partial}{\partial\theta} \left( \sin\theta \frac{\partial u}{\partial\theta} \right) \quad (\text{e2.16})$$

$$E_\theta = -\frac{1}{i\omega\mu_0\varepsilon_0 r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial u}{\partial\theta} \right) \quad (\text{e2.17})$$

olarak elde edilir.

#### ***Yükseltiştirilmiş alıcı ve verici için zayıflama faktörü***

$A_z$  dalga denklemini sağladığından ve  $u = A_z/b$  olduğundan, alan fonksiyonu  $u$  'nun da (e2.2) skaler dalga denklemini sağladığı (e2.13) denkleminle gösterilmiştir. Şimdi de, kayıplı küresel kürenin sınır koşullarını sağlayan  $u$  'nun yeni formu elde edilecektir.

Boşluktaki alan ifadesi  $u = A_z/b$  olmak üzere bu ifadeye küresel yer yüzeyinden kaynaklanan zayıflamayı temsil edecek  $W$  zayıflama fonksiyonu eklenerek

$$u = \frac{\mu_0 I_1 dl \exp(ik_1 R_1)}{4\pi b R_1} W \quad (\text{e2.18})$$

şeklinde yazılabilir. Akım elemanı kürenin yüzeyinde kabul edilirse ( $r = a$ ,  $\theta = 0$ ),  $b = a$  ve

$$R_1 = (r^2 + a^2 - 2ar \cos\theta)^{1/2} \quad (\text{e2.19})$$

olur.  $uR_1$  'in  $R_1 \sim 0$  durumundaki limit değeri  $\mu_0 I dl / 2\pi b$  alınabilir. Yani  $W_{R_1 \rightarrow 0} = 2$  olur.

Yeryüzünün çevresi dalgaboyuna göre büyük ise (yani  $k_1 a \gg 1$ )  $W$  bir dalgaboyu boyunca yavaş olarak değişir. Buna göre  $\lambda_0$  'dan büyük aralıklarda  $W$ ,  $1 + R_v$  'ye eşit olur. Burada  $R_v$  yansıma katsayısıdır.  $W$  'nin değişimindeki bu yavaşlığı ifade etmek için gözlem noktasının yüksekliğinin fonksiyonu kullanılacaktır. Bu yükseklik  $A_r$  faktörüne bölünecektir. Buna göre

$$r - a = A_r y \quad (e2.20)$$

yazılabilir. Burada  $y$  sayısal bir değerdir. Benzer şekilde, gözlem noktasına kadar olan  $a\theta$  yay uzunluğu  $A_\theta$  büyük mesafe faktörüne bölünürse

$$a\theta = A_\theta x \quad (e2.21)$$

elde edilir. Yine burada  $x$  sayısal bir değerdir.

$x$ ,  $y$ ,  $A_r$  ve  $A_\theta$  arasındaki nicel bağıntı yeryüzünün yüzeyinden ufka olan düz doğru denklemiyle elde edilebilir. Yani

$$r \cos \theta = a \quad (e2.22)$$

olur. Bu ifade  $\theta$  'nın küçük değerleri için

$$r \left( 1 - \frac{\theta^2}{2} \right) = a$$

şeklinde yazılabilir. Buna göre

$$r \approx a \left( 1 + \frac{\theta^2}{2} \right)$$

olur. Böylece

$$A_r y = \frac{x^2}{2a} A_\theta^2$$

yazılabilir. Ufuk çizgisini parametrelerden arındırmak için  $A_r$ ,  $A_\theta$  'nın

$$A_r = \frac{A_\theta^2}{2a} y$$

eşitliğini sağlaması gerekir. (e2.20) denkleminde

$$r = a + \frac{A_\theta^2 y}{2a}$$

elde edilir.

$\theta \leq \pi/2$  açısal aralığındaki çözüm için  $x$  'in birinci mertebeden değerleri küçük  $\theta$  değerlerine karşı düşmelidir. Bu da ancak  $A_\theta \leq a$  durumunda sağlanır. Bunu gösterebilmek için

$$A_\theta = a/A$$

tanımlanıyor. Burada  $A$  belirlenecek büyük sayısal bir değerdir. Buna göre (e2.20) ve (e2.21) denklemleri

$$r = a \left( 1 + \frac{y}{2A^2} \right), \quad \theta = \frac{x}{A} \quad (\text{e2.23})$$

şeklini alır. Bu durumda (e2.18) ifadesinin yerine yazılmasıyla ve (e2.2) başlangıç değer diferansiyel dalga denkleminde sabitlerin birbirlerini götürmesi ile denklem

$$\text{lap} \left[ \frac{\exp(ik_1 R_1)}{R_1} W \right] + k_1^2 \frac{\exp(ik_1 R_1)}{R_1} W = 0 \quad (\text{e2.24})$$

şeklini alır.  $F = \exp(ik_1 R_1)/R_1$  ve  $G = W$  olarak tanımlanırsa

$$lap(FG) = div grad(FG)$$

yazılabilir. Burada

$$grad(FG) = \frac{\exp(ik_1 R_1)}{R_1} \left\{ \begin{array}{l} \left[ \frac{\partial W}{\partial r} - \left( -ik_1 + \frac{1}{R_1} \right) (r - a \cos \theta) \frac{W}{R_1} \right] \hat{r} \\ + \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial W}{\partial \theta} - \left( -ik_1 + \frac{1}{R_1} \right) a \sin \theta \frac{W}{R_1} \right] \hat{\theta} \end{array} \right\} \quad (e2.25)$$

olarak tanımlıdır. Sonuç olarak

$$div \vec{A} = \left[ \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 A_r) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (A_\theta \sin \theta) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial A_\phi}{\partial \phi} \right]$$

formülü de kullanılırsa, küçük terimler ihmal edildikten ve  $(r - a \cos \theta)^2 \approx R_1^2$  alındıktan sonra

$$lap(FG) = \frac{\exp(ik_1 R_1)}{R_1} \left[ \begin{array}{l} \frac{\partial^2 W}{\partial r^2} - \frac{2(-ik_1 + 1/R_1)(r - a \cos \theta)}{R_1} \frac{\partial W}{\partial r} \\ + \frac{2}{r} \frac{\partial W}{\partial r} - k_1^2 W + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 W}{\partial \theta^2} - \frac{2(-ik_1 + 1/R_1)a \sin \theta}{r R_1} \frac{\partial W}{\partial \theta} \\ + \frac{\cot \theta}{r^2} \frac{\partial W}{\partial \theta} - \left( -ik_1 + \frac{1}{R_1} \right) \frac{2aW \cos \theta}{R_1 r} \end{array} \right] \quad (e2.26)$$

elde edilir. Böylece  $W$ 'li dalga denklemi

$$\begin{aligned} & \frac{\partial^2 W}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial W}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 W}{\partial \theta^2} + \frac{\cot \theta}{r^2} \frac{\partial W}{\partial \theta} \\ & - \frac{2}{R_1} \left( -ik_1 + \frac{1}{R_1} \right) \left[ (r - a \cos \theta) \frac{\partial W}{\partial r} + \frac{a}{r} \sin \theta \frac{\partial W}{\partial \theta} \right] = 0 \end{aligned} \quad (e2.27)$$

elde edilir.  $r$ 'nin  $y/2A^2$ 'nin fonksiyonu olarak ve  $\theta$ 'nın  $x/A$ 'nin fonksiyonu olarak ifade edildiği (e2.20) ve (e2.21) denklemlerindeki dönüşümlerin kullanılmasıyla, (e2.27)'deki  $W$ 'nin diferansiyel denklemi,  $r$  ve  $\theta$ 'nin yerine  $x$  ve  $y$ 'nin fonksiyonu olarak ifade edilebilir.

$$\begin{aligned}\frac{\partial W}{\partial r} &= \frac{2A^2}{a} \frac{\partial W}{\partial y}, \quad \frac{\partial^2 W}{\partial r^2} = \frac{4A^4}{a^2} \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} \\ \frac{\partial W}{\partial \theta} &= A \frac{\partial W}{\partial x}, \quad \frac{\partial^2 W}{\partial \theta^2} = A^2 \frac{\partial^2 W}{\partial x^2}\end{aligned}\tag{e2.28}$$

olduğundan

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2 W}{\partial y^2} + \frac{2}{2A^2 + y} \frac{\partial W}{\partial y} + \frac{A^2}{(2A^2 + y)^2} \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} + \frac{A \cot \theta}{(2A^2 + y)^2} \frac{\partial W}{\partial x} \\ + \frac{ika^2}{2RA^4} \left( y \frac{\partial W}{\partial y} + x^2 \frac{\partial W}{\partial y} + x \frac{\partial W}{\partial x} \right) = 0\end{aligned}\tag{e2.29}$$

olur. O zaman  $R_1 \approx ax/A$  kullanılarak ve daha küçük terimler ihmal edilerek

$$\frac{\partial^2 W}{\partial y^2} + \frac{ika}{2A^3} \left[ \left( x + \frac{y}{x} \right) \frac{\partial W}{\partial y} + \frac{\partial W}{\partial x} \right] = 0\tag{e2.30}$$

elde edilir. (e2.30) denkleminden açıkça görülüyor ki eğer  $A$ ,  $(k_1 a/2)^{1/3}$  olarak tanımlanırsa diferansiyel denklem parametrelerden bağımsız olur. Bunun sonucu olarak denklem

$$\frac{\partial^2 W}{\partial y^2} + i \left[ \left( x + \frac{y}{x} \right) \frac{\partial W}{\partial y} + \frac{\partial W}{\partial x} \right] = 0\tag{e2.31}$$

şeklini alır. Bu diferansiyel denklemin  $W$  için olan çözümü sınır koşullarına bağlıdır.

(e2.31) denkleminin sınır koşulları kayıplı küresel yer yüzeyi için çözülecektir. Kayıplı yer yüzeyinin normalize yüzey empedansı  $\Delta_0$  olarak tanımlanır. (e2.31)'in çözümü Wait'in (1974) çözümü ile aynı formdadır. Fakat  $t_s$  köklerinin değerleri farklıdır. Buna göre

$$W = \exp[-i(\omega_0 - \pi/4)] 2(\pi x)^{1/2} \sum_{s=1}^{\infty} \frac{\exp(ixt_s)}{t_s - q^2} \frac{w_1(t_s - y_1)}{w_1(t_s)} \frac{w_1(t_s - y_2)}{w_1(t_s)} \quad (\text{e2.32})$$

yazılır. Burada  $\omega_0 = k_1(R_1 - d)$ ,  $x = A\theta$ ,  $d = \theta/a$ ,  $q = iA\Delta_0$ ,  $y_1 = k_1h_1/A$ ,  $y_2 = k_1h_2/A$  ve  $A = (k_1a/2)^{1/3}$  olarak tanımlıdır. Ayrıca  $t_s$ ,

$$w_1'(t) - qw_1(t) = 0 \quad (\text{e2.33})$$

kompleks diferansiyel denkleminin kökleridir. Burada  $q = i(k_1a/2)^{1/3} \Delta_0$  olarak ve

$$w_1(t) = \exp(i2\pi/3)(-\pi t/3)^{1/2} H_{1/3}^{(2)} \left[ \frac{2}{3}(-t)^{3/2} \right] \quad (\text{e2.34})$$

olarak tanımlıdır. Bu fonksiyon aynı zamanda Airy fonksiyonları ile

$$w_1(t) = \sqrt{\pi} [Bi(t) + iAi(t)] \quad (\text{e2.35})$$

veya

$$w_1(t) = 2\sqrt{\pi} \exp(i\pi/6) Ai[t \exp(i2\pi/3)] \quad (\text{e2.36})$$

şeklinde ifade edilebilir. Burada  $Ai(t)$  ve  $Bi(t)$  fonksiyonları Miller (1946) veya Abramowitz ve Stegun (1964) çalışmalarında tanımlanmıştır. Aynı zamanda bu fonksiyon her zaman

$$w_1'(t) - tw_1(t) = 0 \quad (\text{e2.37})$$

ikinci mertebeden diferansiyel denklemini sağlar.  $t_s$  köklerinin elde edilişi ileride geniş olarak anlatılacaktır.

Böylece, (e2.32)'nin yerine yazılmasıyla elde edilen (e2.18)'deki  $u$  ifadesinin (e2.13), (e2.16) ve (e2.17) denklemlerinde yerine yazılmasıyla aşağıdaki alan ifadeleri elde edilir.

$$E_{\theta}(\vec{r}, \vec{r}') = -\frac{\omega\mu_0 a I_1 d \ell e^{ik_1 a(\theta-\theta')} e^{i\pi/4} (\pi x)^{1/2}}{2\pi r' A a(\theta-\theta')} \sum_{s=1} e^{ix t_s} \frac{w[t_s - y_1(r')] w'[t_s - y_2(r)]}{(t_s - q^2) w^2(t_s)} \quad (\text{e2.38})$$

$$E_{\phi}(\vec{r}, \vec{r}') = 0 \quad (\text{e2.39})$$

$$E_r(\vec{r}, \vec{r}') = \frac{i\omega\mu_0 a I_1 d \ell e^{ik_1 a(\theta-\theta')} e^{i\pi/4} (\pi x)^{1/2}}{2\pi r' a(\theta-\theta')} \sum_{s=1} e^{ix t_s} \frac{w[t_s - y_1(r')] w[t_s - y_2(r)]}{(t_s - q^2) w^2(t_s)} \quad (\text{e2.40})$$

(e2.38) ve (e2.40) ifadeleri karşılaştırılacak olursa, (e2.38)'deki  $1/A$  ( $A \ll 1$ ) faktöründen dolayı  $E_{\theta}$ 'nin daha küçük değerler aldığı görülmektedir.

### **Airy kökler**

Bu aşamada Galejs'in (1972, syf.340-343) ortaya koyduğu yöntem ile Airy kökler hesaplanmıştır.

$t_g$  kökleri aşağıdaki transadant denkleminin çözümü olarak tanımlansın.

$$w_1'(t) - q_g w_1(t) = 0 \quad (\text{e2.41})$$

Burada

$$q_g = i(k_1 a/2)^{1/3} \Delta_0 \quad (\text{e2.42})$$

olarak tanımlıdır. (e2.41) denkleminin çözümü düşük veya yüksek empedans yer yüzeylerindeki limit durumlarında ( $|\Delta_0| = 0$  veya  $\infty$ ) kolaylıkla belirlenebilir.

Oldukça fazla iletken yer yüzeyinde (e2.41) ifadesi

$$w_1'(t_g) = \sqrt{\pi} [Bi'(t_g) + iAi'(t_g)] = 0 \quad (\text{e2.43})$$

şekline indirgenir. (e2.43) ifadesinde

$$Bi(t) = \exp(i\pi / 6)Ai[t \exp(2i\pi / 3)] + \exp(-i\pi / 6)Ai[t \exp(-2i\pi / 3)] \quad (\text{e2.44})$$

yerine yazılırsa ve  $\exp(i\pi / 6)$  'ya bölünüp  $t = -t \exp(\pm i\pi)$  yazılırsa (e2.43) ifadesi

$$Ai'(-z_i) + \exp(-i\pi / 3)Ai'[-z_i \exp(2i\pi / 3)] + \exp(i\pi / 3)Ai'[-z_i \exp(-2i\pi / 3)] = 0 \quad (\text{e2.45})$$

şeklini alır. Burada  $z_i = t \exp(-i\pi / 3)$  'tür.

(e2.44) ifadesinde

$$Ai(t) = \exp(-i\pi / 3)Ai[t \exp(2i\pi / 3)] + \exp(i\pi / 3)Ai[t \exp(-2i\pi / 3)] \quad (\text{e2.46})$$

yerine yazılırsa ve ifade (e2.43)'te yerine yazılırsa

$$2Ai'(-z_i) = 0 \quad (\text{e2.47})$$

elde edilir.  $Ai'(t)$  'nin sıfırları negatif reel ekseninde yer alır (Abramowitz ve Stegun, 1964). (e2.47)'deki  $z$  parametresi bu yüzden reel ve pozitiftir ( $z_i$  dizisinin ilk terimleri 1.019, 3.248, 4.820, 6.163, 7.372, ...). (e2.43)'ün  $t_g$  kökleri

$$t_g = z \exp(i\pi / 3) \quad (\text{e2.48})$$

şeklini alır.

Yüksek empedanslı ( $|\Delta_g| = \infty$ ) bir yer yüzeyi için (e2.41) denkleminin



$$w_1(t_g) = \sqrt{\pi} [Bi(t_g) - iAi(t_g)] = 0 \quad (\text{e2.49})$$

olduğu gösterilebilir. (e2.44) ifadesi (e2.49)'da yerine yazılırsa ve  $\exp(i\pi/6)$ 'ya bölünüp  $z_j = t \exp(-i\pi/3)$  yazılırsa ve (e2.46) yerine yazılırsa

$$2Ai(-z_j) = 0 \quad (\text{e2.50})$$

şeklini alır.  $Ai(t)$ 'nin sıfırları negatif reel ekseninde yer alır. (e2.50)'deki  $z_j$  parametresi reel ve pozitifdir ( $z_j$  dizisinin ilk terimleri 2.338, 4.088, 5.552, 6.787 ve 7.944'tür. Bunlar  $z_i$ 'nin karşı düşen değerlerinin genliklerinden daha büyüktür). (e2.49)'un  $t_g$  kökleri yine (e2.48) formundadır.

$|q_g| \rightarrow 0$  veya  $\infty$  durumunda (e2.48) yine (e2.41)'in yaklaşık kökü  $t_0$ 'ı temsil eder. (e2.41)'in sol el tarafındaki kısmı  $f(t)$  ile gösterilirse,  $f(t)$  fonksiyonunun yaklaşık sıfırlarının  $f(t_n)$  etrafında bir Taylor serisine açılmasıyla elde edilen seri bu  $f(t)$  fonksiyonun sıfırı için düzeltilmiş  $t$  tahminini aşağıdaki gibi verir.

$$t_{n+1} = t_n - \frac{f(t_n)}{df/dt|_{t=t_n}} \quad (\text{e2.51})$$

Eğer bu yöntem

$$w''(t) - tw(t) = 0 \quad (\text{e2.52})$$

diferansiyel denkleminde uygulanırsa

$$t_{n+1} = t_n - \frac{w_1'(t_n) - q_g w_1(t_n)}{t_n w_1(t_n) - q_g w_1'(t_n)} \quad (\text{e2.53})$$

olur.  $q_g \neq 0$  değerleri için  $q_1 \rightarrow 0$  'dan (veya  $\infty$ )  $q_m = q_g$  aralığını sağlayan  $q$  değerli serilere ( $q = q_0, q_1, q_2, \dots, q_m$ ) (e2.53) ifadesi başarılı bir şekilde uygulanabilir.

Hesaplamalar  $q = q_0, w_2'(t_0) = 0$  ile başlarsa (e2.43) ve (e2.53) ifadeleri

$$t_1 = t_0 + \frac{q_1}{t_0} \quad (\text{e2.54})$$

şeklinde basite indirgenir.

Eğer hesaplamalar  $q_0 = \infty, w_2(t_0) = 0$  ile başlarsa (e2.49) ve (e2.53)

$$t_1 = t_0 + \frac{1}{q_1} \quad (\text{e2.55})$$

şeklini alır. Ayrıca burada  $t_0 = |t_0| \exp(i\pi/3)$  ve  $q_n = |q_n| \exp(i\pi/4)$  olarak tanımlıdır. (e2.54)'teki  $q$  'nün artmasıyla ve (e2.55)'deki  $q$  'nün azalmasıyla  $\text{Re}\{t\}$  artar ve  $\text{Im}\{t\}$  azalır. (e2.54) ve (e2.55) denklemleri (e2.41)'in  $t_s$  sıfırlarının kuvvet serisi aılımlının baskın terimlerini ifade eder (Bremmer, 1949).

## E2.2. Yatay elektrik dipol

Küresel kayıplı yer yüzeyinde de düz kayıplı yer yüzeyinde olduğu gibi bir yatay elektrik dipolün ışıdığı elektrik alanın yatay ve dűşey bileşenleri mevcuttur. Bu kısımda bu bileşenler; yükseltilmiş alıcı ve vericinin, frekansın ve gözlem noktasının doğrultusunun fonksiyonu olarak elde edilecektir.

E2.1 bölümünde  $H_\phi$  manyetik alan bileşeni (e2.13) şeklinde elde edilmişti. Bu bileşenin sabit elevasyon açısında verilen yarıçaptaki azimut olarak değişimi yoktur. Yani bu  $z$  -doğrultulu akım elemanı için matematiksel olarak

$$\frac{\partial}{\partial \phi} = 0$$

yazılabilir. Doğrusal elektrik akım elemanı için diğer bütün doğrultularda

$$\frac{\partial}{\partial \phi} \neq 0$$

olup manyetik alanın  $H_\theta$  bileşeni de mevcuttur.  $\vec{B} = \text{rot}\vec{A}$  bağıntısından

$$H_\theta = -\frac{1}{\mu_0 r \sin \theta} \frac{\partial A_r}{\partial \phi} = -\frac{1}{\mu_0 r \sin \theta} \frac{\partial (ru)}{\partial \phi} = -\frac{1}{\mu_0 \sin \theta} \frac{\partial u}{\partial \phi} \quad (\text{e2.56})$$

olarak elde edilir.  $x$ -doğrultulu akım elemanı yerleştirildiğinde  $H_\phi$  ve  $H_\theta$  bileşenleri küresel yüzeye teğettirler.

Stratton (1941)'de küresel yüzeyin dışındaki alan dağılımlarının yüzeydeki teğetsel manyetik ve elektrik alan bileşenlerinin ikisi ile hesaplandığı gösterilmiştir. Buna göre mümkün olan alanları hesaplayabilmek için (e2.13) ve (e2.56) alanlarına ek olarak kürenin yüzeyinde mevcut olan (küresel yer yüzeyin olmadığı durumda hesaplanan)  $E_\phi$  ve  $E_\theta$  teğetsel elektrik alanlarının bilinmesi gerekir.  $z$ -doğrultulu elektrik akım elemanı tarafından oluşturulan  $H_\phi$  azimut alanına karşı düşen bir azimut  $E_\phi$  alanı mevcut olur. Bu  $E_\phi$  alanı prensip olarak  $z$ -doğrultulu manyetik akım elemanı tarafından oluşturulur. Bunun değeri (e2.13)'teki gibi

$$E_\phi = -\frac{1}{\varepsilon_0} \frac{\partial v}{\partial \theta} \text{ veya } E_\phi = -\frac{1}{\varepsilon_0 r} \frac{\partial F_r}{\partial \theta} \quad (\text{e2.57})$$

olur. Burada

$$v = \frac{F_z}{b} = \frac{F_r}{r} \text{ veya } E_\phi = -\frac{1}{\varepsilon_0 r} \frac{\partial F_r}{\partial \theta} \quad (\text{e2.58})$$

olarak tanımlı ve bağlantılıdır. Ayrıca  $v$ ,  $(lap + k_1^2)v = 0$  skaler dalga denklemini sağlar.

$F_z$   $z$ -doğrultulu manyetik akım elemanı  $I_m d\ell$  tarafından oluşturulan elektrik vektör potansiyelidir. (e2.57)'deki *eksi* işareti, aşağıda gösterilen, elektrik ve manyetik akımlar için olan Maxwell denklemlerinin integral denklemlerindeki farklı işaretlerden kaynaklanmaktadır.

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{\ell} = I + \frac{\partial \psi}{\partial t} \quad (\text{e2.59})$$

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{\ell} = -I_m - \frac{\partial \psi}{\partial t} \quad (\text{e2.60})$$

Bir  $z$ -doğrultulu manyetik akım elemanı sadece  $E_\phi$  elektrik alan bileşenini oluşturur. Diğer tüm farklı doğrultulu doğrusal manyetik akım elemanlarının oluşturduğu bütün alan bileşenlerinin azimut olarak değişimi sıfır olmaz.  $\vec{D} = -rot\vec{F}$  bağıntısından

$$E_\theta = -\frac{1}{\varepsilon_0 r \sin \theta} \frac{\partial F_r}{\partial \phi} = -\frac{1}{\varepsilon_0 r \sin \theta} \frac{\partial (rv)}{\partial \phi} = -\frac{1}{\varepsilon_0 \sin \theta} \frac{\partial v}{\partial \phi} \quad (\text{e2.61})$$

elde edilir. Bu iki  $E_\theta$  ve  $E_\phi$  bileşenleri kürenin yüzeyine teğet bileşenlerdir. Bunların değerleri; (e2.13) ve (e2.56) denklemlerindeki, sırasıyla,  $H_\theta$  ve  $H_\phi$  değerleri ile birlikte kürenin yüzeyinin dışındaki alan bileşenlerinin bulunmasını sağlarlar. Radyal elektrik akım elemanı olduğunda  $H_r$ , radyal manyetik akım elemanı olduğunda  $E_r$  sıfırdır. Bir elektrik akım elemanının ışıdığı (e2.13) ve (e2.56)'dan elde edilen toplam manyetik alandan Maxwell denklemleri yardımıyla  $r$  yarıçaplı küre yüzeyinin dışındaki, karşı düşen, elektrik alanlar elde edilir.

$$\vec{E} = -\frac{1}{i\omega\mu_0\varepsilon_0} rot rot\vec{A} \quad (\text{e2.62})$$

denkleminde

$$\begin{aligned}
E_r &= -\frac{1}{i\omega\mu_0\varepsilon_0} \left( \frac{\partial^2}{\partial r^2} + k_1^2 \right) A_r \\
E_\theta &= -\frac{1}{i\omega\mu_0\varepsilon_0} \frac{1}{r} \frac{\partial^2 A_r}{\partial r \partial \theta} \\
E_\phi &= -\frac{1}{i\omega\mu_0\varepsilon_0} \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial^2 A_r}{\partial r \partial \phi}
\end{aligned} \tag{e2.63}$$

elde edilir. Benzer şekilde manyetik akım elemanının ışıdığı (e2.57) ve (e2.61)'den elde edilen toplam elektrik alandan Maxwell denklemleri yardımıyla  $r$  yarıçaplı küre yüzeyinin dışındaki, karşı düşen, manyetik alanlar elde edilir.

$$\vec{H} = -\frac{1}{i\omega\mu_0\varepsilon_0} \text{rot rot} \vec{F} \tag{e2.64}$$

denkleminde

$$\begin{aligned}
H_r &= -\frac{1}{i\omega\mu_0\varepsilon_0} \left( \frac{\partial^2}{\partial r^2} + k_1^2 \right) A_r \\
H_\theta &= -\frac{1}{i\omega\mu_0\varepsilon_0} \frac{1}{r} \frac{\partial^2 A_r}{\partial r \partial \theta} \\
H_\phi &= -\frac{1}{i\omega\mu_0\varepsilon_0} \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial^2 A_r}{\partial r \partial \phi}
\end{aligned} \tag{e2.65}$$

elde edilir. O zaman küresel yüzeyin dışındaki toplam alanlar, verici olarak yerleştirilmiş elektrik ve manyetik akım elemanlarından oluşan eşdeğer kaynakların terimleri cinsinden ifade edilecektir. Verici tarafından ışınan toplam alanlar  $u$  ve  $v$  terimleri cinsinden

$$\begin{aligned}
E_r &= -\frac{1}{i\omega\mu_0\varepsilon_0} \left( \frac{\partial^2}{\partial r^2} + k_1^2 \right) (ru) \\
E_\theta &= -\frac{1}{i\omega\mu_0\varepsilon_0} \frac{1}{r} \frac{\partial^2 (ru)}{\partial r \partial \theta} - \frac{1}{\varepsilon_0 r \sin \theta} \frac{\partial^2 (rv)}{\partial \phi} \\
E_\phi &= -\frac{1}{i\omega\mu_0\varepsilon_0} \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial^2 (ru)}{\partial r \partial \phi} + \frac{1}{\varepsilon_0 r} \frac{\partial (rv)}{\partial \theta}
\end{aligned} \tag{e2.66}$$

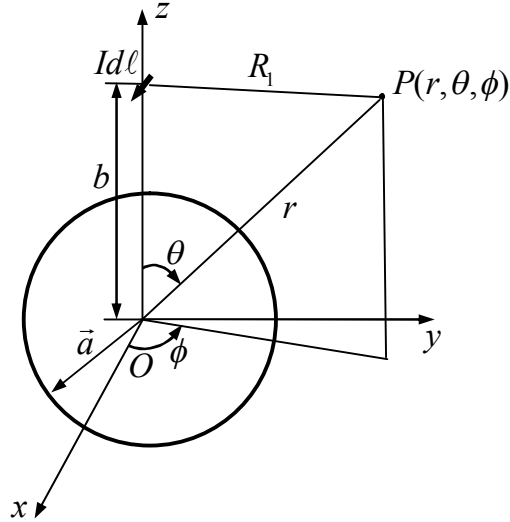
ve

$$\begin{aligned}
 H_r &= -\frac{1}{i\omega\mu_0\varepsilon_0} \left( \frac{\partial^2}{\partial r^2} + k_1^2 \right) (rv) \\
 H_\theta &= \frac{1}{\mu_0 r \sin \theta} \frac{\partial(ru)}{\partial \phi} - \frac{1}{i\omega\mu_0\varepsilon_0} \frac{1}{r} \frac{\partial^2(rv)}{\partial r \partial \theta} \\
 H_\phi &= -\frac{1}{\mu_0 r} \frac{\partial(ru)}{\partial \theta} - \frac{1}{i\omega\mu_0\varepsilon_0} \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial^2(rv)}{\partial r \partial \phi}
 \end{aligned} \tag{e2.67}$$

şeklinde verilir (Wait 1956). İlerki kısımlarda kürenin bulunmadığı durumdaki  $u_0$  ve  $v_0$ 'a karşı düşen bilinmeyen  $u$  ve  $v$  alanları bulunacaktır. MKS birim sistemine göre  $u$ 'nun birimi  $[Wb/m^2]$  ve  $v$ 'nin birimi  $[C/m^2]$ 'dir.

### E2.2.1. $x$ -doğrultulu yatay elektrik dipol

$x$ -doğrultulu elektrik akım elemanı  $I_1 d\ell$  tarafından  $u_0$  ve  $v_0$  başlangıç alanları ışınır (bkz. Şekil e.8). Bu akım elemanı kürenin olmadığı durumda



Şekil e.8.  $\theta = 0^\circ$  ekseninde ve kürenin üzerindeki  $x$ -doğrultulu akım elemanı.

$$A_{x0} = \frac{\mu_0 I_1 d\ell}{4\pi R_1} \exp(ik_1 R_1) \tag{e2.68}$$

vektör potansiyelini oluşturur. Burada  $R_1$ ,  $(0,0,b)$  kaynak noktasından  $(r,\theta,\phi)$  gözlem noktasına olan mesafe

$$R_1 = (b^2 + r^2 - 2br \cos \theta)^{1/2} \quad (\text{e2.69})$$

olarak ve azimut açısı  $\phi$  'den bağımsız olarak tanımlıdır.

$A_{x0}$  vektör potansiyeline karşı düşen manyetik alan  $\vec{B} = \text{rot} \vec{A}$  bağıntısından elde edilir. Özel olarak

$$H_r = \frac{1}{\mu_0} \frac{1}{r \sin \theta} \left[ \frac{\partial}{\partial \theta} (A_\phi \sin \theta) - \frac{\partial A_\theta}{\partial \phi} \right] \quad (\text{e2.70})$$

elde edilir. (e2.70)'in hesaplanması sonucu

$$H_r = -\frac{\sin \phi}{\mu_0 r} \frac{\partial A_{x0}}{\partial \theta} \quad (\text{e2.71})$$

elde edilir. Benzer şekilde

$$H_\theta = \frac{1}{\mu_0 r} \left[ \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial A_r}{\partial \phi} - \frac{\partial}{\partial r} (r A_\phi) \right] \quad (\text{e2.72})$$

elde edilir. Burada  $A_r = A_{x0} \sin \theta \cos \phi$  'dir. Uzak alanda

$$H_\theta = \frac{\sin \phi}{\mu_0} \frac{\partial A_{x0}}{\partial r} \quad (\text{e2.73})$$

olduğu gösterilebilir. Yine benzer şekilde

$$H_\phi = \frac{\cos \phi}{\mu_0 r} \left[ \cos \theta \frac{\partial}{\partial r} (r A_{x0}) - \frac{\partial}{\partial \theta} (A_{x0} \sin \theta) \right] \quad (\text{e2.74})$$

elde edilir.  $x$ -doğrultulu  $I_1 d\ell$  akım elemanının ışıdığı ve bunlara karşı düşen  $E_r$  elektrik alanı Maxwell denklemlerinden

$$-i\omega\varepsilon_0 E_r = \frac{1}{r \sin \theta} \left[ \frac{\partial}{\partial \theta} (H_\phi \sin \theta) - \frac{\partial H_\theta}{\partial \phi} \right] \quad (\text{e2.75})$$

olarak elde edilir. Bu denklem (e2.73)'te yapıldığı gibi  $A_{x_0}$  kaynak vektör potansiyeli terimleriyle ifade edilirse, bazı sadeleştirmelerden sonra,

$$E_r = \frac{\cos \phi}{i\omega\mu_0\varepsilon_0 r} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \frac{\partial A_{x_0}}{\partial b} + \frac{A_{x_0}}{b} \right) \quad (\text{e2.76})$$

olarak elde edilir. Böylece (e2.71) ve (e2.76)'da  $E_r$  ve  $H_r$  için ifadeler elde edilmiştir. Bu iki alan bileşeni de  $x$ -doğrultulu  $I_1 d\ell$  elektrik akım elemanı tarafından oluşturulur.

Kürenin olmadığı durumda  $H_r$ , (e2.71) denkleminde (e2.68) yerine yazılarak

$$H_r = -\frac{I_1 d\ell \sin \phi}{4\pi r} \frac{\partial}{\partial \theta} \left[ \frac{\exp(ik_1 R_1)}{R_1} \right] \quad (\text{e2.77})$$

elde edilir. Bu ifadede

$$\frac{\exp(ik_1 R_1)}{R_1} = ik_1 \sum_{n=0}^{\infty} (2n+1) h_n^{(2)}(k_0 b) j_n(k_0 r) P_n(\cos \theta), \quad (b < r) \quad (\text{e2.78})$$

dönüşümü yapılabilir (Stratton 1941). Burada  $j_n(x)$ ,  $h_n^{(2)}(x)$  birinci ve üçüncü çeşit küresel Bessel fonksiyonları ve  $P_n(\cos \theta)$  Legendre fonksiyonudur. Bunların hepsi  $n$ 'inci mertebededir. (e2.78) dönüşümü (e2.77)'de yerine yazılırsa

$$H_r = \frac{ik_1 I_1 d\ell \sin \phi}{4\pi r} \sum_{n=0}^{\infty} (2n+1) h_n^{(2)}(k_1 b) j_n(k_1 r) P_n'(\cos \theta) \quad (\text{e2.79})$$



elde edilir. Burada  $P'_n(\cos \theta) = -(\partial / \partial \theta)[P_n(\cos \theta)]$ ,  $P'_0(\cos \theta) = 0$  olduğundan bu ifade

$$H_r = \frac{ik_1 I_1 d \ell \sin \phi}{4\pi r} \sum_{n=1} (2n+1) h_n^{(2)}(k_1 b) j_n(k_1 r) P'_n(\cos \theta) \quad (\text{e2.80})$$

olarak yazılır. Buna karşı  $H_r$  aynı zamanda (e2.67)'deki formda

$$H_r = -\frac{1}{i\omega\mu_0\varepsilon_0} \left( \frac{\partial^2}{\partial r^2} + k_1^2 \right) (rv_0) \quad (\text{e2.81})$$

yazılabilir.  $v_0$  skaler dalga denkleminin çözümü olduğundan genel formda yazılabilir.

$$v_0 = \sum_{n=1} b_n j_n(k_1 r) P'_n(\cos \theta) \sin \phi \quad (\text{e2.82})$$

Burada  $b_n$  belirlenmesi gereken sabit,  $j_n(x)$   $n$ . mertebeden küresel Bessel fonksiyonu ve  $P'_n(x)$  birinci mertebeden birleşik Legendre fonksiyonudur.  $\sin \phi$  fonksiyonuna bağlı değişimin seçilmesinin nedeni,  $H_r$ 'nin (e2.73) ifadesinde  $\sin \phi$ 'nin yer alması ve  $H_r$  ile  $v_0$  arasındaki (e2.65) bağıntısıdır. Böylece (e2.65) bağıntısı

$$H_r = -\frac{\sin \phi}{i\omega\mu_0\varepsilon_0} \sum_{n=1} b_n \left( \frac{\partial^2}{\partial r^2} + k_1^2 \right) [rj_n(k_1 r)] P'_n(\cos \theta) \quad (\text{e2.83})$$

şeklini alır. Aşağıdaki  $j_n(k_0 r)$ 'nin diferansiyel denklemi

$$\left[ \frac{\partial^2}{\partial r^2} + k_1^2 - \frac{n(n+1)}{r^2} \right] [rj_n(k_1 r)] = 0 \quad (\text{e2.84})$$

kullanılarak (Tai 1971)  $H_r$  ifadesi

$$H_r = -\frac{\sin \phi}{i\omega\mu_0\varepsilon_0} \sum_{n=1} b_n \frac{n(n+1)}{r} j_n(k_1 r) P'_n(\cos \theta) \quad (\text{e2.85})$$

şeklini alır.  $H_r$ 'nin (e2.80) ve (e2.85) ifadelerinden  $b_n$  sabiti

$$b_n = \frac{\omega\mu_0\varepsilon_0 I_1 d \ell}{4\pi} \frac{2n+1}{n(n+1)} h_n^{(2)}(k_1 b) \quad (\text{e2.86})$$

ve buna göre kürenin olmadığı durumda  $v_0$

$$v_0 = \frac{k_1 \omega \mu_0 \varepsilon_0 I_1 d \ell}{4\pi} \sin \phi \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{n(n+1)} h_n^{(2)}(k_1 b) j_n(k_1 r) P_n'(\cos \theta) \quad (\text{e2.87})$$

şeklinde elde edilir. Aynı zamanda

$$v_0 = -\sin \phi \frac{\partial Q_0}{\partial \theta} \quad (\text{e2.88})$$

şeklinde yazılabilir. Burada

$$Q_0 = \frac{\mu_0 I_1 d \ell}{4\pi} \frac{1}{Z_0 b r} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{n(n+1)} \xi_n(k_1 b) \Psi_n(k_1 r) P_n(\cos \theta) \quad (\text{e2.89})$$

ve

$$\xi_n(x) = x h_n^2(x) \text{ , } \Psi_n(x) = x j_n(x) \quad (\text{e2.90})$$

olarak tanımlıdır.

Kürenin bulunmadığı durumda (e2.66)'da kullanılan ve karşı düşen  $u_0$  ifadesine dönülecek olursa;  $u_0$ ,  $v_0$  ile aynı skaler dalga denklemini sağlar.

$$u_0 = \sum_{n=1}^{\infty} a_n j_n(k_1 r) P_n'(\cos \theta) \cos \phi \quad (\text{e2.91})$$

$\cos\phi$  fonksiyonuna bağılı değişimin seçilmesinin nedeni  $E_r$ 'nin (e2.76) ifadesinde  $\cos\phi$ 'nin yer alması ve  $E_r$  ile  $u_0$  arasındaki (e2.66) bağıntısıdır.  $a_n$  sabiti  $E_r$ 'nin iki ifadesinin eşitlenmesi ile elde edilir.

(e2.76) ifadesinde (e2.78)'in kullanılmasıyla

$$E_r = -\frac{\cos\phi}{\omega\epsilon_0 r} \frac{k_1 I_1 d \ell}{4\pi} \sum_{n=1} (2n+1) j_n(k_1 r) P'_n(\cos\theta) \frac{d}{dx} [x h_n^{(2)}(x)]_{x=k_1 b} \quad (\text{e2.92})$$

elde edilir. (e2.66)'da  $j_n(k_1 r)$  diferansiyel denkleminin kullanılmasıyla

$$E_r = -\frac{\cos\phi}{i\omega\mu_0\epsilon_0} \sum_{n=1} a_n \frac{n(n+1)}{r} j_n(k_1 r) P'_n(\cos\theta) \quad (\text{e2.93})$$

elde edilir. Bu ifadenin (e2.92) ile eşitlenmesiyle  $a_n$  sabiti

$$a_n = i \frac{\mu_0 I_1 d \ell}{4\pi b} \frac{2n+1}{n(n+1)} \frac{d}{dx} [x h_n^{(2)}(x)]_{x=k_1 b} \quad (\text{e2.94})$$

şeklinde elde edilir. Buna göre kürenin olmadığı durumda

$$u_0 = i \frac{\mu_0 k_1 I_1 d \ell}{4\pi b} \cos\phi \sum_{n=1} \frac{2n+1}{n(n+1)} j_n(k_1 r) P'_n(\cos\theta) \frac{d}{dx} [x h_n^{(2)}(x)]_{x=k_1 b} \quad (\text{e2.95})$$

şeklinde elde edilir. Aynı zamanda

$$u_0 = -\cos\phi \frac{\partial P}{\partial \theta} \quad (\text{e2.96})$$

şeklinde de ifade edilir. Burada

$$P = i \frac{\mu_0 I_1 d \ell}{4\pi b r} \sum_{n=1} \frac{2n+1}{n(n+1)} \Psi_n(k_1 r) P_n(\cos\theta) \frac{d}{dx} [x h_n^{(2)}(x)]_{x=k_1 b} \quad (\text{e2.97})$$

olarak tanımlıdır. Böylece  $b$  yarıçapındaki  $x$ -doğrultulu akım elemanının hayali  $r$  yarıçaplı kürenin üzerinde oluşturduğu  $u_0$  ve  $v_0$  yüzey alanlarının ifadeleri elde edilmiş oldu.  $E$  ve  $H$  alanları kürenin dışında tanımlanmıştır.

İlerki aşamada kürenin olduğu durumda alan ifadeleri elde edilecektir. Bunun için  $r = a$  yarıçaplı kürenin yüzeyindeki sınır koşulları kullanılacaktır.

### ***Sınır koşulları***

Küresel yeryüzünün bulunduğu durumda gelen  $u_0$  ve  $v_0$  alanları yüzeyden yansıyor dışa doğru giden alanları ve kürenin içine kırılan alanları oluşturur. Bu iki bileşen arasındaki eşitlik türündeki bağlantı yüzey üzerindeki sınır koşulları ile belirlenir. Özel olarak bu,  $\vec{E}$  ve  $\vec{H}$  alanlarının teğet bileşenlerinin hava (ortam 1)-yer (ortam 2) sınırındaki (veya küresel koordinatlarda  $r = a$ ) sürekliliğidir.

$$H_{\phi 1} = H_{\phi 2} \quad (\text{e2.98})$$

$$E_{\theta 1} = E_{\theta 2} \quad (\text{e2.99})$$

$$H_{\theta 1} = H_{\theta 2} \quad (\text{e2.100})$$

$$E_{\phi 1} = E_{\phi 2} \quad (\text{e2.101})$$

Kaynak alanları elektrik ve manyetik akım elemanının oluşturduğu  $u_0$  ve  $v_0$  akı yoğunlukları terimleri ile ifade edilmiştir. Kürenin bulunduğu durumda bu akı yoğunlukları  $u$  ve  $v$  ile gösterilecektir. (e2.13) ve (e2.56)-(e2.67) denklemleri  $u$  ve  $v$  için havada ve yerde yine geçerlidir. Yer içindeki ifadelerde  $k_1^2$ ,  $k_2^2 = i\omega\mu_0(\sigma - i\omega\varepsilon)$  ile değiştirilir. O zaman  $u$  ve  $v$ 'ye karşı düşen sınır koşulları ile aşağıdaki sonuçlar elde edilir. Uzak alanda  $\partial u / \partial \theta = ik_1 b u \sin \theta$  ve benzer ifade  $\partial v / \partial \theta$  için de geçerli olduğundan aşağıdaki ifadeler elde edilir.

$$H_{\phi 1} = H_{\phi 2} \text{ 'den}$$

$$k_1 u = k_2 u_1 \quad (\text{e2.102})$$

$E_{\theta_1} = E_{\theta_2}$  'den

$$\frac{1}{k_1} \frac{\partial}{\partial r}(ru) = \frac{1}{k_2} \frac{\partial}{\partial r}(ru_1) \quad (\text{e2.103})$$

$H_{\theta_1} = H_{\theta_2}$  'den

$$\frac{1}{k_1} \frac{\partial}{\partial r}(rv) = \frac{1}{k_2} \frac{\partial}{\partial r}(rv_1) \quad (\text{e2.104})$$

$E_{\phi_1} = E_{\phi_2}$  'den

$$\frac{v}{k_1} = \frac{v_1}{k_2} \quad (\text{e2.105})$$

$u_0$  ve  $v_0$  için olan (e2.66) ve (e2.96) ifadeleri  $\phi$  'ye bağlı açısall terime ve  $r$ ,  $\theta$  gibi diğer koordinat değişkenlerine bağlı  $P$ ,  $Q$  seri ifadeli terimlerine ayrıştırılabilir. Buna göre havada

$$\begin{aligned} u &= -\cos\phi \frac{\partial P}{\partial \theta} \\ v &= -\sin\phi \frac{\partial Q}{\partial \theta} \end{aligned} \quad (\text{e2.106})$$

olarak yazılabilir. Burada

$$P = i \frac{\mu_0 I_1 d \ell}{4\pi b r} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{n(n+1)} \zeta'_n(k_1 b) [\Psi_n(k_1 r) + A_n \zeta'_n(k_1 r)] P_n(\cos\theta) \quad (\text{e2.107})$$

$$Q = \frac{\mu_0 I_1 d \ell}{4\pi b r Z_0} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{n(n+1)} \zeta_n(k_1 b) [\Psi_n(k_1 r) + B_n \zeta_n(k_1 r)] P_n(\cos\theta) \quad (\text{e2.108})$$

olarak tanımlıdır. (e2.107) ve (e2.108) denklemlerinde

$$\Psi_n(x) = xj_n(x) , \zeta_n(x) = xh_n^{(2)}(x) \quad (\text{e2.109})$$

olarak tanımlıdır.  $A_n$  ve  $B_n$  sabitleri sırasıyla  $u$ 'ya ve  $v$ 'ye karşı düşen yansıyan dalganın genliğidir.

Benzer şekilde yer yüzeyinin içinde kırılan alanlar

$$P^{(1)} = i \frac{\mu_0 I_1 d \ell}{4\pi b r} \sum_{n=1} \frac{2n+1}{n(n+1)} \zeta'_n(k_1 b) A'_n \Psi_n(k_2 r) P_n(\cos \theta) \quad (\text{e2.110})$$

$$Q^{(1)} = \frac{\mu_0 I_1 d \ell}{4\pi b r Z_0} \sum_{n=1} \frac{2n+1}{n(n+1)} \zeta_n(k_1 b) B'_n \Psi_n(k_2 r) P_n(\cos \theta) \quad (\text{e2.111})$$

şeklinde olur. Dört tane bilinmeyen  $A_n$ ,  $A'_n$ ,  $B_n$ ,  $B'_n$  katsayıları kürenin yüzeyinde  $P$ ,  $Q$  için olan sınır koşullarından belirlenir. (e2.102)-(e2.106) denklemlerinden  $r = a$ 'da

$$k_1 P = k_2 P^{(1)} \quad (\text{e2.112})$$

$$\frac{1}{k_1} \frac{\partial}{\partial r} (rP) = \frac{1}{k_2} \frac{\partial}{\partial r} (rP^{(1)}) \quad (\text{e2.113})$$

$$\frac{1}{k_1} \frac{\partial}{\partial r} (rQ) = \frac{1}{k_2} \frac{\partial}{\partial r} (rQ^{(1)}) \quad (\text{e2.114})$$

$$\frac{Q}{k_1} = \frac{Q^{(1)}}{k_2} \quad (\text{e2.115})$$

olarak yazılabilir. Bu denklemlerdeki ifadeler yerlerine konursa

$$A_n = - \frac{k_1 \Psi_n(k_1 a) \Psi'_n(k_2 a) - k_2 \Psi'_n(k_1 a) \Psi_n(k_2 a)}{k_1 \Psi'_n(k_2 a) \zeta_n(k_1 a) - k_2 \Psi_n(k_2 a) \zeta'_n(k_1 a)} \quad (\text{e2.116})$$

$$A'_n = - \frac{ik_1^2}{k_2 [k_2 \Psi_n(k_2 a) \zeta'_n(k_1 a) - k_1 \zeta_n(k_1 a) \Psi'_n(k_2 a)]} \quad (\text{e2.117})$$

$$B_n = - \frac{k_1 \Psi'_n(k_1 a) \Psi_n(k_2 a) - k_2 \Psi_n(k_1 a) \Psi'_n(k_2 a)}{k_1 \zeta'_n(k_1 a) \Psi_n(k_2 a) - k_2 \Psi'_n(k_2 a) \zeta_n(k_1 a)} \quad (\text{e2.118})$$

$$B'_n = \frac{ik_1}{k_1 \zeta'_n(k_1 a) \Psi_n(k_2 a) - k_1 \zeta_n(k_1 a) \Psi'_n(k_2 a)} \quad (\text{e2.119})$$

olarak elde edilir. Böylece  $P$  ve  $Q$  ifadelerindeki bilinmeyen katsayılar bulunmuş olur.

Bu aşamada  $P$ 'nin ve  $Q$ 'nün sırasıyla  $A_x$  manyetik vektör potansiyeli ve  $F_z$  elektrik vektör potansiyeli terimleriyle ifadeleri yazılabilir.

Yer yüzeyi olmadığı durumda yatay akım elemanı kaynak olduğunda manyetik vektör potansiyeli

$$A_{x0} = \frac{\mu_0 I_1 d \ell}{4\pi b k_1^2 r} (ik_1) \sum_{n=0} (2n+1) \zeta_n(k_1 b) \Psi_n(k_1 r) P_n(\cos \theta) \quad (\text{e2.120})$$

şeklinde ifade edilir. Yer yüzeyinden yansıyan dalga da hesaba katıldığında yeni bir  $A_x$  vektör potansiyeli tanımlanır.

$$A_x = \frac{i\mu_0 I_1 d \ell}{4\pi k_1 b r} \sum_{n=0} (2n+1) \zeta_n(k_1 b) [\Psi_n(k_1 r) + A_n \zeta_n(k_1 r)] P_n(\cos \theta) \quad (\text{e2.121})$$

$A_x$  ifadesinin türevleri alınıp çeşitli yaklaşımlar yapılırsa  $P$  ile arasındaki bağıntı

$$P = \frac{1}{k_1 A a^2} \frac{\partial A_x}{\partial y_1} \quad (\text{e2.122})$$

olarak elde edilir.

Benzer şekilde elektrik vektör potansiyeli

$$F_z = \frac{i\varepsilon_0 I_m d \ell}{4\pi k_1 b r} \sum_{n=0} (2n+1) \zeta_n(k_1 b) [\Psi_n(k_1 r) + B_n \zeta_n(k_1 r)] P_n(\cos \theta) \quad (\text{e2.123})$$

olmak üzere çeşitli yaklaşımlar altında  $Q$  ile arasındaki bağıntı

$$Q = -\frac{i}{k_1 a^2} F_z \quad (\text{e2.124})$$

olarak elde edilir.

(e2.122) ve (e2.124) ifadelerinde  $\phi$ 'den bağımsız  $P$  ve  $Q$  ifadeleri  $A_x$  ve  $F_z$  terimleriyle verilmiştir. Bu aşamada  $A_x$  ve  $F_z$ 'nin ifadeleri hızlı yakınsayan serilerle yazılabilir.

$k_1 a \gg 1$  yaklaşıklığı altında

$$A_x = -\frac{\mu_0 I_1 d \ell}{4\pi} \frac{\exp(ik_1 a \theta)}{a(\theta \sin \theta)^{1/2}} V(x, y_1, y_2, q) \quad (\text{e2.125})$$

olarak verilir. Burada

$$V(x, y_1, y_2, q) = -\exp(i\pi/4)(\pi x)^{1/2} \sum_{s=1} \frac{\exp(ixt_s)}{t_s - q^2} \frac{w_1(t_s - y_1)}{w_1(t_s)} \frac{w_1(t_s - y_2)}{w_1(t_s)} \quad (\text{e2.126})$$

ve  $t_s$ ,

$$w_1'(t) - qw_1(t) = 0 \quad (\text{e2.127})$$

denkleminin kökleridir.

Benzer şekilde

$$F_z = -\frac{\mu_0 I_1 d \ell}{4\pi} \frac{\exp(ik_1 a \theta)}{a(\theta \sin \theta)^{1/2}} V_1(x, y_1, y_2, q_1) \quad (\text{e2.128})$$

olarak verilir. Burada



$$V_1(x, y_1, y_2, q_1) = -\exp(i\pi/4) 2(\pi x)^{1/2} \sum_{s1=1} \exp(ixt_{s1}) \frac{w_1(t_{s1} - y_1)}{w_1'(t_{s1})} \frac{w_1(t_{s1} - y_2)}{w_1'(t_{s1})} \quad (\text{e2.129})$$

ve  $t_{s1}$ ,

$$w_1'(t) - q_1 w_1(t) = 0 \quad (\text{e2.130})$$

denkleminin kökleridir.

Böylece sonuç alan ifadeleri elde edilebilir. (e2.106)'daki  $u$  ve  $v$  ifadelerinde (e2.122) ve (e2.124)'teki sırasıyla  $P$  ve  $Q$  değerleri yerlerine yazılırsa

$$u = \frac{\cos \phi}{k_1 a^2 A} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \frac{\partial A_x}{\partial y_1} \right) \quad (\text{e2.131})$$

elde edilir.

$$\frac{\partial A_x}{\partial \theta} \approx ik_1 a A_x \quad (\text{e2.132})$$

yaklaşıklığı kullanılırsa (e2.131) ifadesi

$$u = \frac{i}{aA} \frac{\partial A_x}{\partial y_1} \cos \phi \quad (\text{e2.133})$$

şeklinde ifade edilebilir. Benzer şekilde

$$v = \sin \phi \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \frac{i}{k_1 a^2 Z_0} F_z \right) \quad (\text{e2.134})$$

elde edilir. Burada

$$\frac{\partial F_z}{\partial \theta} \approx ik_1 a F_z \quad (\text{e2.135})$$

yaklaşıklığı kullanılırsa (e2.134) ifadesi

$$v = -\frac{F_z}{Z_0 a} \sin \phi \quad (\text{e2.136})$$

elde edilir. Böylece (e2.133) ve (e2.136) manyetik ve elektrik akı yoğunlukları oluşturuldu. (e2.66) ve (e2.67) denklemleri kullanılarak elektrik ve manyetik alanlar aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\begin{aligned} E_\phi &\cong \frac{1}{\epsilon_0} \frac{\partial v}{\partial \theta} \cong \frac{1}{\epsilon_0} (ik_1 a) \left( -\frac{F_z}{Z_0 a} \sin \phi \right) = -\frac{ik_1}{Z_0 \epsilon_0} \sin \phi F_z \\ &= -\frac{ik_1 Z_0 I_1 d \ell \sin \phi}{2\pi} \frac{\exp(ik_1 a \theta)}{a(\theta \sin \theta)^{1/2}} \exp(i\pi/4)(\pi x)^{1/2} \\ &\quad \cdot \sum_{s1=1} \exp(ixt_{s1}) \frac{w_1(t_{s1} - y_1)}{w_1'(t_{s1})} \frac{w_1(t_{s1} - y_2)}{w_1'(t_{s1})} \end{aligned} \quad (\text{e2.137})$$

$$H_r = \frac{E_\phi}{Z_0} \quad (\text{e2.138})$$

$$\begin{aligned} H_\phi &\cong -\frac{1}{\mu_0} \frac{\partial u}{\partial \theta} \cong -\frac{1}{\mu_0} (ik_1 a) \left( \frac{i}{aA} \frac{\partial A_x}{\partial y_1} \cos \phi \right) = \frac{k_1 \cos \phi}{\mu_0 A} \frac{\partial A_x}{\partial y_1} \\ &= \frac{k_1 I_1 d \ell \cos \phi}{2\pi A} \frac{\exp(ik_0 a \theta)}{a(\theta \sin \theta)^{1/2}} \exp(i\pi/4)(\pi x)^{1/2} \\ &\quad \cdot \sum_{s1=1} \frac{\exp(ixt_s)}{(t_s - q^2)} \frac{w_1'(t_s - y_1)}{w_1(t_s)} \frac{w_1(t_s - y_2)}{w_1(t_s)} \end{aligned} \quad (\text{e2.139})$$

$$E_r = -Z_0 H_\phi \quad (\text{e2.140})$$

$E_r$  ve  $E_\phi$  alanlarının bağıl genliklerinin kıyaslanması için (e2.137) ve (e2.140) arasındaki üç tane farklılığa dikkat edilmesi gerekir.

- $E_r$  alanı  $A$  'ya bölünüyor ve  $A^2 \gg 1$  'dir.
- İyi iletken için  $E_\phi$  denklemindeki  $q_1$  sonsuza giderken  $E_r$  denklemindeki  $q$  parametresi yaklaşık sıfırdır.

- $E_r$  denklemindeki ilk  $t_s$  kökü yaklaşık  $1.019 \angle 60^\circ$ ,  $E_\phi$  için se yaklaşık  $2.338 \angle 60^\circ$  'dir.  $t_s$  kökünün reel kısmı olan zayıflama faktörü,  $E_\phi$  için olan  $E_r$  için olandan daha büyüktür.

Böylece (e2.140) denklemindeki  $E_r$  'de zayıflama, kısa mesafelerde  $1/A$  faktöründen dolayı daha az iken uzun mesafelerde  $E_\phi$  'de daha büyük bir zayıflama gözlemlenmektedir. Sonuç olarak ışınan dalga  $\phi = 45^\circ$  'lik doğrultularda kısa mesafelerde yatay polarizasyonda iken uzun mesafelerde düşey polarizasyona döner. Yani mesafeye göre polarizasyon değişebilir.

Küresel simetri göz önünde bulundurularak (e2.137)-(e2.140) ifadelerinin global koordinatlara göre  $r, \theta, \phi$  bileşenlerinin gözlem noktasındaki karşılıklarının Kartezyen koordinatlarda sırasıyla  $z, x, y$  'ye karşılık düştüğü farz edilmiştir. Bu durumda alan bileşenleri yaklaşık olarak

$$E_y = -\frac{ik_1 Z_0 I_1 d \ell \sin \phi}{2\pi} \frac{\exp(ik_1 a \theta)}{a(\theta \sin \theta)^{1/2}} \exp(i\pi/4)(\pi x)^{1/2} \cdot \sum_{s1=1} \exp(ixt_{s1}) \frac{w_1(t_{s1} - y_1)}{w_1'(t_{s1})} \frac{w_1(t_{s1} - y_2)}{w_1'(t_{s1})} \quad (e2.141)$$

$$H_z = \frac{E_y}{Z_0} \quad (e2.142)$$

$$H_y = \frac{k_1 I_1 d \ell \cos \phi}{2\pi A} \frac{\exp(ik_1 a \theta)}{a(\theta \sin \theta)^{1/2}} \exp(i\pi/4)(\pi x)^{1/2} \cdot \sum_{s1=1} \frac{\exp(ixt_s)}{(t_s - q^2)} \frac{w_1'(t_s - y_1)}{w_1(t_s)} \frac{w_1(t_s - y_2)}{w_1(t_s)} \quad (e2.143)$$

$$E_z = -Z_0 H_y \quad (e2.144)$$

şeklinde yazılabilir.

### E2.2.2. $y$ -doğrultulu yatay elektrik dipol

(e1.53) ve (e1.54) bağıntılarının (e2.137)-(e2.140) ifadelerine uygulanmasıyla

$$E_\phi = \frac{ik_1 Z_0 Id \ell \cos \phi}{2\pi} \frac{\exp(ik_1 a \theta)}{a(\theta \sin \theta)^{1/2}} \exp(i\pi/4)(\pi x)^{1/2} \cdot \sum_{s1=1} \exp(ixt_{s1}) \frac{w_1(t_{s1} - y_1)}{w_1'(t_{s1})} \frac{w_1(t_{s1} - y_2)}{w_1'(t_{s1})} \quad (e2.145)$$

$$H_r = \frac{E_\phi}{Z_0} \quad (e2.146)$$

$$H_\phi = \frac{k_1 Id \ell \sin \phi}{2\pi A} \frac{\exp(ik_1 a \theta)}{a(\theta \sin \theta)^{1/2}} \exp(i\pi/4)(\pi x)^{1/2} \cdot \sum_{s1=1} \frac{\exp(ixt_s)}{(t_s - q^2)} \frac{w_1'(t_s - y_1)}{w_1(t_s)} \frac{w_1(t_s - y_2)}{w_1(t_s)} \quad (e2.147)$$

$$E_r = -Z_0 H_\phi \quad (e2.148)$$

olarak elde edilir.

Küresel simetri göz önünde bulundurularak (e2.145)-(e2.148) ifadelerinin gözlem noktasındaki karşılıklarının Kartezyen bileşenleri cinsinden yaklaşık olarak yazılmasıyla

$$E_y = \frac{ik_1 Z_0 Id \ell \cos \phi}{2\pi} \frac{\exp(ik_1 a \theta)}{a(\theta \sin \theta)^{1/2}} \exp(i\pi/4)(\pi x)^{1/2} \cdot \sum_{s1=1} \exp(ixt_{s1}) \frac{w_1(t_{s1} - y_1)}{w_1'(t_{s1})} \frac{w_1(t_{s1} - y_2)}{w_1'(t_{s1})} \quad (e2.149)$$

$$H_z = \frac{E_y}{Z_0} \quad (e2.150)$$

$$H_y = \frac{k_1 Id \ell \sin \phi}{2\pi A} \frac{\exp(ik_1 a \theta)}{a(\theta \sin \theta)^{1/2}} \exp(i\pi/4)(\pi x)^{1/2} \cdot \sum_{s1=1} \frac{\exp(ixt_s)}{(t_s - q^2)} \frac{w_1'(t_s - y_1)}{w_1(t_s)} \frac{w_1(t_s - y_2)}{w_1(t_s)} \quad (e2.151)$$

$$E_z = -Z_0 H_y \quad (e2.152)$$

elde edilir.

### E3. Sinüzoidal Baz Fonksiyonları

Literatürde SBF'lerin kullanıldığı bir çok çalışma mevcuttur. Bunlardan birkaçı (Burke ve Poggio, 1981), (Gee ve ark. 1971), (Richmond, 1973), (Nitch, 1992), (Newman, 1988) şeklindedir.

Bu kısımda yine tellerin kısa düz bölütlerle modellendiği düşünülecek ve her bir bölüt üzerindeki akım üç terim ile ifade edilecektir. Bunlar sabit, sinüs ve kosinüs terimleridir. Bu dağılım ilk olarak (Yeh ve Mei 1967) tarafından kullanıldı ve çözümlerinin hızlı yakınsadığı gösterilmiştir (Neureuther ve ark., 1968), (Miller ve ark. 1974). Bu baz fonksiyonlarının bir diğer avantajı, sinüzoidal akımların oluşturduğu alanlar kolayca analitik çözüme yakın bir şekilde hesaplanır.

Sabit, sinüs ve kosinüs terimlerinin genlikleri, toplamları bölüt uçlarında akım ve yüklerin yerel davranışları üzerindeki fiziksel koşulları sağlayacak şekilde birbirleriyle bağlantılıdır. Bölüt uçlarında kullanılan yaklaşım özellikle farklı boylardaki bölütlerin oluşturduğu çoklu-tel düğümlerinde çözüm doğruluğunu iyileştirir.

$j$ . bölüt üzerindeki toplam akımın formu

$$\zeta_j(s) = A_j + B_j \sin k_1(s - s_j) + C_j \cos k_1(s - s_j), \quad |s - s_j| < \ell_j/2 \quad (\text{e3.1})$$

şeklindedir. Burada  $s$  tel boyunca olan mesafe parametresi,  $s_j$   $j$ . bölütün merkezindeki  $s$ 'in aldığı değerdir.

(e3.1) denklemindeki (her bir bölütte) gelişigüzel üç bilinmeyen sabit ( $A_j$ ,  $B_j$ ,  $C_j$ ) bölüt uçlarındaki yerel koşullar yani akım ve yükün süreklilik koşulu uygulanarak ve (akımın genliğine bağlı) MoM denklemlerinin çözümü ile elde edilir.

Bölüt uçlarındaki süreklilik koşulu akıma ve doğrusal yük yoğunluğuna ( $q$ ) uygulanır. Yük yoğunluğu süreklilik denklemi ile akıma bağlıdır.

$$\frac{d\zeta(s)}{ds} = -i\omega q(s) \quad (e3.2)$$

Eşit yarıçaplı iki bölüitten oluşan bir düğümde açık koşullar; akım ve yük düğüm boyunca süreklidir şeklindedir. İki den fazla telden oluşan düğümde ve telin yarıçapı değiştiği durumda yükün sağladığı koşul o kadar açık değildir.

Yerel bağlaşım etkileri (*local coupling effects*) ihmal edildiğinde düğüm olmadığı durumdaki toplam yükün her bir telin yarıçapına bağlı olarak tellere dağıldığı farz ediliyor.

Düğüm olmadığı durumda veya köşedeki bir tel üzerindeki yükün gerçek dağılımı tel boyunca ve telin çevresinde yüksek mertebeden varyasyonlar içerir. Tel boyunca olan varyasyonlar ince tel yaklaşıklığında ihmal edilmelidir. Baz fonksiyonları bir köşede meydana gelen tekillikleri ve hızlı varyasyonları destekleyemez.

Buna göre, baz fonksiyonlarının en iyi şekilde sağlayabileceği sınır koşullarının elde edilebilmesi için yeni bir koşul oluşturulması gereklidir. Bunun için quasistatik yaklaşım altında düğümün olmadığı durumda toplam yük dağılımı hesaplanmıştır. Bu koşula Wu-King (Wu & King, 1976) koşulu denir. Kısaca, doğru quasistatik koşulu uygulanmış ve bu koşul skaler potansiyelin sürekliliğini kullanmıştır. Buna göre düğümdeki doğrusal yük yoğunluğu

$$\left. \frac{d\zeta(s)}{ds} \right|_{s \text{ düğümde}} = \frac{Q}{\ln(2/ka) - \gamma} \quad (e3.3)$$

şeklindedir. Burada  $a$  tel yarıçapı,  $\gamma = 0.5772$  (Euler sabiti),  $Q$  düğüm olmadığı durumda toplam yük ile ilişkilidir. Ayrıca düğümdeki bütün teller için sabittir.

Boş tel ucunda akımın sıfıra gittiği farz edilebilir. Sınırlı yarıçapa sahip telin çapı boyunca akım akabilir. Buna göre tel ucundaki akım sıfır olmaz. Bir çalışmada (Poggio 1974) telin ucundaki akım ile akımın türevi arasındaki ilişki türetilmiştir. Yarıçapı “ $a$ ” olan tel için bu koşul

$$\zeta(s)\Big|_{s \text{ düğümde}} = \frac{-(\hat{s} \cdot \hat{n}_c) J_1(ka)}{k J_0(ka)} \frac{d\zeta(s)}{ds} \Big|_{s \text{ düğümde}} \quad (\text{e3.4})$$

şeklinde tanımlanır. Burada  $J_0$  0. mertebeden Bessel fonksiyonu,  $J_1$  1. mertebeden Bessel fonksiyonu,  $\hat{n}_c$  uç çap düzleminin normal vektörü,  $\hat{s}$  referans doğrultusu uca doğru ise  $\hat{n}_c \cdot \hat{s} = 1$ ,  $\hat{s}$  referans doğrultusu uçtan uzağa doğru ise  $\hat{n}_c \cdot \hat{s} = -1$  olarak tanımlıdır.

Her bir bölütün iki ucu için olan denklem (boş uçlar için)

$$\zeta_j(s_j \pm \ell_j/2) = \frac{\pm 1 J_1(ka_j)}{k J_0(ka_j)} \frac{d\zeta_j(s)}{ds} \Big|_{s=s_j \pm \ell_j/2} \quad (\text{e3.5})$$

düğümdeki bölütler için

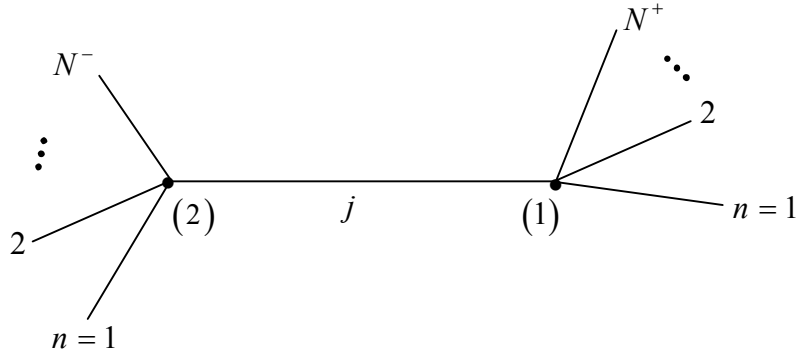
$$\frac{d\zeta_j(s)}{ds} \Big|_{s_j \pm \ell_j/2} = \frac{Q_j^\pm}{\ln(2/ka_j) - \gamma} \Big|_{s_j \pm \ell_j/2} \quad (\text{e3.6})$$

şeklinde tanımlanır. Burada  $Q_j^-$  ve  $Q_j^+$  düğümlerdeki yüklere karşı düşer ve her bir düğümdeki Kirchoff akım denklemini sağlar.

Yukarıdaki sınır koşulları kullanılarak her bir bölüt için ek denklemler elde edilir ve (e3.1)'deki akım fonksiyonu tam olarak belirlenir.

Bu koşulları uygulayabilmek için akım, baz fonksiyonlarının toplamı ile ifade ediliyor. Baz fonksiyonları bu şekilde seçilmesi ile bunların herhangi bir doğrusal kombinasyonu akımın ve yükün yerel koşullarını sağlar.

(e3.1)'deki  $j$ . bölüt üzerinde  $j$ . baz fonksiyonunun tepesi vardır ve  $j$ . bölüte bağlı bütün bölütlere yayılır. Bağlı bölütlerin dış uçlarında akım ve türevleri sıfıra gider.



**Şekil e.9.**  $j$ . tel ve uçlarındaki düğümlere bağlı olan teller.

$j$ . baz fonksiyonunun genel ifadesi aşağıda verilmiştir. Yukarıda açıklanan düğüm ve uç koşulları için aşağıdaki parametreler tanımlanıyor.

$$a_j^- = a_j^+ = \left[ \ln(2/ka_j) - \gamma \right]^{-1} \quad (\text{e3.7})$$

$$X_j = \frac{J_1(ka_j)}{J_0(ka_j)} \quad (\text{e3.8})$$

Boş uçta sıfır akım koşulu sağlanması için  $X_j = 0$  yapılabilir.

**$j$ . baz fonksiyonunun  $j$ . bölüt üzerindeki kısmı**

$$\zeta_j^0(s) = A_j^0 + B_j^0 \sin k(s - s_j) + C_j^0 \cos k(s - s_j), \quad |s - s_j| < \ell_j/2 \quad (\text{e3.9})$$

Eğer  $N^- \neq 0$  ve  $N^+ \neq 0$  ise uç koşulları:

$$\left. \frac{d}{ds} \zeta_j^0(s) \right|_{s=s_j-\ell_j/2} = a_j^- Q_j^-$$

$$\left. \frac{d}{ds} \zeta_j^0(s) \right|_{s=s_j+\ell_j/2} = a_j^+ Q_j^+$$

Eğer  $N^- = 0$  ve  $N^+ \neq 0$  ise uç koşulları:



$$\zeta_j^0(s_j - \ell_j/2) = \frac{X_j}{k} \frac{d\zeta_j^0(s)}{ds} \Big|_{s=s_j - \ell_j/2}$$

$$\frac{d}{ds} \zeta_j^0(s) \Big|_{s=s_j + \ell_j/2} = a_j^+ Q_j^+$$

Eğer  $N^- \neq 0$  ve  $N^+ = 0$  ise uç koşulları:

$$\frac{d}{ds} \zeta_j^0(s) \Big|_{s=s_j - \ell_j/2} = a_j^- Q_j^-$$

$$\zeta_j^0(s_j + \ell_j/2) = \frac{X_j}{k} \frac{d\zeta_j^0(s)}{ds} \Big|_{s=s_j + \ell_j/2}$$

***j. bölütün 1 ucuna bağlı olan bölüt üzerindeki n. baz fonksiyonu***

$$\zeta_n^-(s) = A_n^- + B_n^- \sin k_1(s - s_k) + C_n^- \cos k_1(s - s_n), \quad |s - s_n| < \ell_n/2, \quad n = 1, \dots, N^- \quad (\text{e3.10})$$

Uç koşulları:

$$\zeta_n^-(s_n - \ell_n/2) = 0$$

$$\frac{d\zeta_n^-(s)}{ds} \Big|_{s=s_n - \ell_n/2} = 0$$

$$\frac{d\zeta_n^-(s)}{ds} \Big|_{s=s_n + \ell_n/2} = a_n^+ Q_j^-$$

***j. bölütün 2 ucuna bağlı olan bölüt üzerindeki n. baz fonksiyonu***

$$\zeta_n^+(s) = A_n^+ + B_n^+ \sin k_1(s - s_n) + C_n^+ \cos k_1(s - s_n), \quad |s - s_n| < \ell_n/2, \quad n = 1, \dots, N^+ \quad (\text{e3.11})$$

Uç koşulları:

$$\left. \frac{d\zeta_n^+(s)}{ds} \right|_{s=s_n-\ell_n/2} = a_n^- Q_j^+$$

$$\zeta_n^+(s_n + \ell_n/2) = 0$$

$$\left. \frac{d\zeta_n^+(s)}{ds} \right|_{s=s_n+\ell_n/2} = 0$$

şeklinde tanımlıdır. (e3.9), (e3.10) ve (e3.11) denklemleri  $3(N^- + N^+ + 1)$  bilinmeyen içeren tam baz fonksiyonunu tanımlıyor. Bunların  $3(N^- + N^+) + 2$  tanesi uç koşulları yardımıyla  $Q_j^-$  ve  $Q_j^+$  da aşağıdaki Kirchoff akım denklemleri ile belirlenir.

$$\sum_{n=1}^{N^-} \zeta_n^-(s_n + \ell_n/2) = \zeta_j^0(s_j - \ell_j/2)$$

$$\sum_{n=1}^{N^+} \zeta_n^-(s_n - \ell_n/2) = \zeta_j^0(s_j + \ell_j/2)$$

Böylece geriye sadece bir bilinmeyen katsayı kalıyor. Bunun için fonksiyonun genliği rasgele olduğundan, yani sınır koşulları denklemleriyle belirleneceğinden  $A_i^0 = -1$  olarak atanıyor. Böylece sonuç ifadeler

$$A_n^- = \frac{a_n^+ Q_j^-}{\sin(k_1 \ell_n)}, \quad B_n^- = \frac{a_n^+ Q_j^-}{2 \cos(k_1 \ell_n/2)}, \quad C_n^- = \frac{-a_n^+ Q_j^-}{2 \sin(k_1 \ell_n/2)}$$

$$A_n^+ = \frac{-a_n^- Q_j^+}{\sin(k_1 \ell_n)}, \quad B_n^+ = \frac{a_n^- Q_j^+}{2 \cos(k_1 \ell_n/2)}, \quad C_n^+ = \frac{a_n^- Q_j^+}{2 \sin(k_1 \ell_n/2)}$$

ve  $N^- \neq 0$  ve  $N^+ \neq 0$  için

$$A_j^0 = -1, \quad B_j^0 = (a_j^- Q_j^- + a_j^+ Q_j^+) \frac{\sin(k_1 \ell_j/2)}{\sin(k_1 \ell_j)}, \quad C_j^0 = (a_j^- Q_j^- - a_j^+ Q_j^+) \frac{\cos(k_1 \ell_j/2)}{\sin(k_1 \ell_j)}$$

$$Q_j^- = \frac{a_j^+(1 - \cos k_1 \ell_j) - P_j^+ \sin(k_1 \ell_j)}{(P_j^- P_j^+ + a_j^- a_j^+) \sin(k_1 \ell_j) + (P_j^- a_j^+ - P_j^+ a_j^-) \cos(k_1 \ell_j)}$$

$$Q_j^+ = \frac{a_j^- (\cos(k_1 \ell_j) - 1) - P_j^- \sin(k_1 \ell_j)}{(P_j^- P_j^+ + a_j^- a_j^+) \sin(k_1 \ell_j) + (P_j^- a_j^+ - P_j^+ a_j^-) \cos(k_1 \ell_j)}$$

$N^- = 0$  ve  $N^+ \neq 0$  için

$$A_j^0 = -1$$

$$B_j^0 = \frac{\sin(k_1 \ell_j / 2)}{\cos(k_1 \ell_j) - X_j \sin(k_1 \ell_j)} + a_j^+ Q_j^+ \frac{\cos(k_1 \ell_j / 2) - X_j \sin(k_1 \ell_j / 2)}{\cos(k_1 \ell_j) - X_j \sin(k_1 \ell_j)}$$

$$C_j^0 = \frac{\cos(k_1 \ell_j / 2)}{\cos(k_1 \ell_j) - X_j \sin(k_1 \ell_j)} + a_j^+ Q_j^+ \frac{\cos(k_1 \ell_j / 2) + X_j \cos(k_1 \ell_j / 2)}{\cos(k_1 \ell_j) - X_j \sin(k_1 \ell_j)}$$

$$Q_j^+ = \frac{\cos(k_1 \ell_j) - 1 - X_j \sin(k_1 \ell_j)}{(a_j^+ + X_j P_j^+) \sin(k_1 \ell_j) + (a_j^+ X_j - P_j^+) \cos(k_1 \ell_j)}$$

$N^- \neq 0$  ve  $N^+ = 0$  için

$$A_j^0 = -1$$

$$B_j^0 = \frac{-\sin(k_1 \ell_j / 2)}{\cos(k_1 \ell_j) - X_j \sin(k_1 \ell_j)} + a_j^- Q_j^- \frac{\cos(k_1 \ell_j / 2) - X_j \sin(k_1 \ell_j / 2)}{\cos(k_1 \ell_j) - X_j \sin(k_1 \ell_j)}$$

$$C_j^0 = \frac{\cos(k_1 \ell_j / 2)}{\cos(k_1 \ell_j) - X_j \sin(k_1 \ell_j)} - a_j^- Q_j^- \frac{\sin(k_1 \ell_j / 2) + X_j \cos(k_1 \ell_j / 2)}{\cos(k_1 \ell_j) - X_j \sin(k_1 \ell_j)}$$

$$Q_j^- = \frac{1 - \cos(k_1 \ell_j) + X_j \sin(k_1 \ell_j)}{(a_j^- - X_j P_j^-) \sin(k_1 \ell_j) + (P_j^- + X_j a_j^-) \cos(k_1 \ell_j)}$$

şeklinde tanımlıdır. Bütün durumlarda

$$P_j^- = \sum_{n=1}^{N^-} \left( \frac{1 - \cos(k_1 \ell_n)}{\sin(k_1 \ell_n)} \right) a_n^+, \quad P_j^+ = \sum_{n=1}^{N^+} \left( \frac{\cos(k_1 \ell_n) - 1}{\sin(k_1 \ell_n)} \right) a_n^-$$

$P_j^-$   $j$ . bölütün 1 ucuna bağlı bölütler için,  $P_j^+$   $j$ . bölütün 2 ucuna bağlı bölütler için tanımlıdır.

$N^- = N^+ = 0$  olduğunda tam baz fonksiyonu

$$f_j^0 = \frac{\cos[k_1(s-s_j)]}{\cos(k_1 \ell_j/2) - X_j \sin(k_1 \ell_j/2)} - 1 \quad (\text{e3.12})$$

olarak elde edilir (Poggio & Burke, 1981).

$N$  bölütlü bir tel model için toplam akım açılımı

$$I(s) = \sum_{j=1}^N \alpha_j \zeta_j(s) \quad (\text{e3.13})$$

olarak yazılabilir.  $j$ . baz fonksiyonu

$$\zeta_j(s) = \zeta_j^0(s) + \sum_{n=1}^{N^-} \zeta_n^-(s) + \sum_{n=1}^{N^+} \zeta_n^+(s) \quad (\text{e3.14})$$

şeklinde tanımlıdır. Burada sağ taraftaki terimler (e3.9), (e3.10) ve (e3.11) denklemleriyle verilen baz fonksiyonu bileşenleri ile tanımlanmıştır. MoM'da bu bileşenlerden sadece  $j$ . bölütte merkezlenmiş baz fonksiyonu kullanılır.

$$\zeta_j(s) = \zeta_j^0(s) \quad (\text{e3.15})$$

## ÖZGEÇMİŞ

Adı Soyadı : Ömer Zor  
Doğum Yeri ve Tarihi : Rize, 27.02.1978  
Yabancı Dili : İngilizce (78.75-ÜDS, Mart-2009)

### Eğitim Durumu (Kurum ve Yıl)

Lise : Yalova Lisesi, 1996  
Lisans : Uludağ Üniversitesi, 2001  
Yüksek Lisans : Uludağ Üniversitesi, 2006

Çalıştığı Kurum ve Yıl : Uludağ Üniversitesi, 2006-...

İletişim (e-posta) : [omerzor@uludag.edu.tr](mailto:omerzor@uludag.edu.tr)

Yayımları (SCI ve diğer) :

**Zor, Ö., Polat, B. 2008.** RCS analysis of wire grid PEC bodies located over a dielectric interface. Vth International Workshop on EWS.

**Zor, Ö., Polat, B. 2008.** Thin wire radiation problems and analytical half-space Green functions. IV. National URSI-B Scientific Congress.

**Zor, Ö., Polat, B. 2010.** Electromagnetic boundary value problems for wire grid structures in inhomogeneous media. International Congress in Honour of Professor H. M. Srivastava on his 70th Birth Anniversary.

**Zor, Ö., Polat, B. 2010.** Scattering problems for thin wire grid structures located over a simple lossy half space. ELECO-2010.

**Zor, Ö., Polat, B. 2011.** A numerical test of King's Green functions in thin wire scattering problems, URSI GASS'2011.

**Zor, Ö., Polat, B. 2011.** An implementation of King's Green functions in thin wire scattering problems. *ACES Journal*, 26(12): 1024-1038.

**Zor, Ö., Polat, B. 2011.** Electromagnetic scattering by inhomogeneous dielectric bodies modeled by cubic elements. ELECO-2011.

**Zor, Ö., Polat, B. 2011.** İnce tel yapılarından saçılma problemlerinde menzilden bağımsız yarı-uzay Green fonksiyonları. *EMO dergi*, 1(2): 57-65.

**Polat, B., Zor, Ö. 2012.** Proje Ref.F-2007/37,(Uludağ Üniversitesi-BAP), (2007–2012).