



**KÜÇÜCÜK HİGGS MODELDE LİNEER ELEKTRON-POZİTRON
ÇARPIŞTIRICILARINDA
AĞIR W BOZON, AĞIR ÜST KUARK VE ALT KUARK ÜRETİMİ**

Zafer ALTIN



T.C.
ULUDAĞ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

**KÜÇÜCÜK HİGGS MODELDE LİNEER ELEKTRON-POZİTRON
ÇARPIŞTIRICILARINDA
AĞIR W BOZON, AĞIR ÜST KUARK VE ALT KUARK ÜRETİMİ**

Zafer ALTIN

Yrd. Doç. Dr. Zerrin KIRCA
(Danışman)

YÜKSEK LİSANS TEZİ
FİZİK ANABİLİM DALI

BURSA–2016

Her Hakkı Saklıdır

TEZ ONAYI

Zafer ALTIN tarafından hazırlanan “Küçük Higgs Modelde Lineer Elektron-Pozitron çarpıştırıcılarında Ağır W Bozon Ağır Üst Kuark ve Alt Kuark Üretimi ” adlı tez çalışması aşağıdaki jüri tarafından oy birliği / oy çokluğu ile Uludağ Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Fizik Anabilim Dalı’ nda **YÜKSEK LİSANS TEZİ** olarak kabul edilmiştir.

Danışman: Yrd. Doç. Dr. Zerrin KIRCA

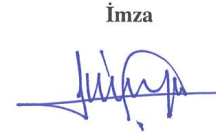
Başkan: Yrd. Doç. Dr. Zerrin KIRCA
U. Ü. Fen Edebiyat Fakültesi
Fizik Anabilim Dalı

İmza


Üye: Prof. Dr. İlhan TAPAN
U. Ü. Fen Edebiyat Fakültesi
Fizik Anabilim Dalı

İmza


Üye: Doç. Dr. Jale YILMAZKAYA
SÜNGÜ
Kocaeli Ü. Fen Edebiyat Fakültesi
Fizik Anabilim Dalı

İmza


Üye: Yrd. Doç. Dr. Oktay
CEBECİOĞLU
Kocaeli Ü. Fen Edebiyat Fakültesi
Fizik Anabilim Dalı

İmza


Yukarıdaki sonucu onaylıyorum.


Prof. Dr. Ali Osman DEMİR
Enstitü Müdürü

22.06.2016

U.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü, tez yazım kurallarına uygun olarak hazırladığım bu tez çalışmada;

- tez içindeki bütün bilgi ve belgeleri akademik kurallar çerçevesinde elde ettiğimi,
- görsel, işitsel ve yazılı tüm bilgi ve sonuçları bilimsel ahlak kurallarına uygun olarak sunduğumu,
- başkalarının eserlerinden yararlanılması durumunda ilgili eserlere bilimsel normlara uygun olarak atıfta bulunduğumu,
- atıfta bulunduğum eserlerin tümünü kaynak olarak gösterdiğimi,
- kullanılan verilerde herhangi bir tahrifat yapmadığımı,
- ve bu tezin herhangi bir bölümünü bu üniversite veya başka bir üniversitede başka bir tez çalışması olarak sunmadığımı,

beyan ederim.

20/06/2016

Zafer ALTIN

ÖZET

Yüksek Lisans Tezi

KÜÇÜCÜK HIGGS MODELDE LİNEER ELEKTRON-POZİTRON ÇARPIŞTIRICILARINDA AĞIR W BOZON, AĞIR ÜST KUARK VE ALT KUARK ÜRETİMİ

Zafer ALTIN

Uludağ Üniversitesi

Fen Bilimleri Enstitüsü

Fizik Anabilim Dalı

Danışman: Yrd. Doç. Dr. Zerrin KIRCA

Bu tezde, Küçük Higgs Model (KHM) ele alınmıştır. KHM, Standart Model'de (SM) yer alan hiyerarşi problemini çözmek adına oluşturulmuş bir modeldir. Bu modelde Higgs bir Pseudo-Goldstone bozon olarak ele alınır. KHM, global $SU(5)$ simetrisinin lineer olmayan sigma model kullanılarak global $SO(5)$ simetrisine kırılımı üzerine kuruludur. Bu kırılım sonucunda modele ait ağır ayar bozonları (W_H^\pm, Z_H, A_H), kompleks ikili (h^+, h^0) ve kompleks üçlü ($\phi^0, \phi^+, \phi^{++}$) alanları ortaya çıkar. Ağır parçacıklarının yanı sıra modelin içerisinde SM parçacıklarına karşılık gelen hafif ayar bozonları da (W_L^\pm, Z_L, A_L) yer almaktadır. Bu parçacıklara ek olarak vektör tipli bir kuark alanı (T) tanımlanarak, SM üst kuarkından (t) Higgs bozonunun kütle terimine gelen yüksek mertebeli iraksak kuantum katkıları ortadan kaldırılır. Tanımlanan parçacıklar simetri kırıldıktan sonra hem kendi aralarında, hemde SM parçacıkları ile karışırlar.

KHM; f, s, s' ve x_L olarak dört adet serbest parametreye sahiptir. f modelin kırılma skalası, s ve s' sırası ile $SU(2)$ ve $U(1)$ alanlarının zayıf karışım açıları ve x_L SM üst kuarkı (t) ile modelin önermiş olduğu ağır üst kuark (T) arasındaki karışımı belirleyen parametredir.

Küçük Higgs Modelde lineer elektron-pozitron çarpıştırıcılarında ağır W bozon ağır üst kuark ve alt kuark üretim sürecinin, modelin serbest parametreleri ile değişimi incelenmiştir.

Anahtar kelimeler: Küçük Higgs Model, ağır W bozon, ağır üst kuark, lineer e^-e^+ çarpıştırıcıları, hiyerarşi problemi.

2016, xv + 117 Sayfa



ABSTRACT

Master Thesis

ASSOCIATED PRODUCTION OF HEAVY W BOSON, HEAVY TOP QUARK AND
BOTTOM QUARK IN THE LITTLEST HIGGS MODEL AT HIGH ENERGY
LINEAR $e^- e^+$ COLLIDER

Zafer ALTIN

Uludağ University
Graduate School of Natural and Applied Science
Department of Physics

Supervisor: Asst. Prof. Zerrin KIRCA

In this thesis, The Littlest Higgs Model (LHM) is studied. This model is constructed to solve the hierarchy problem in the Standard Model (SM). Higgs is considered as a Pseudo-Goldstone boson in this model. LHM is based on a global $SU(5)$ symmetry breaking down to a global $SO(5)$ symmetry via non-linear sigma model. As a consequence of this breaking heavy gauge bosons (W_H^\pm, Z_H, A_H), a complex doublet (h^+, h^0) and a complex triplet ($\phi^0, \phi^+, \phi^{++}$) emerge in this model. Beside the heavy particles, there are light gauge bosons (W_L^\pm, Z_L, A_L) which correspond the SM gauge bosons. In addition these particles, a vector-like quark field (T) is defined in order to cancel higher order divergent quantum corrections to the Higgs boson mass from the SM top quark (t). After the symmetry breaking all these defined particles mix with each other as well as with the SM particles.

LHM has four free parameters; f , s , s' , and x_L . f is the symmetry breaking scale of the model, s and s' are weak mixing angles of $SU(2)$ and $U(1)$ respectively, and x_L is the parameter which determines the mixing between the SM top quark (t) and the heavy top quark (T) proposed by the model.

In LHM associated production of the heavy W boson, heavy top quark (T) and bottom quark in the linear electron-positron colliders are investigated in terms of the free parameters of the model.

Key words: The Littlest Higgs Model, heavy W boson, heavy Top quark, $e^- e^+$ collider, hierarchy problem.

2016, xv + 117 Pages

TEŞEKKÜR

Tez konusunun belirlenmesinde ve tez alışmam sırasında destek ve tecrübelerini her zaman yanıbaşımda hissettiğim danışman hocam Sayın Yrd. Doç. Dr. Zerrin KIRCA'ya, bu süreçte her soruma cevap veren, yol gösteren değerli hocam Arş. Gör. Dr. Cem Salih ÜN'e, tez yazım aşamasında desteklerini hiçbir zaman eksik etmeyen grup arkadaşlarım Ali İİ, Barış YILDIZ ve Büşra NİŐ'e saygı ve teőekkürlerimi sunarım.

Tez taslağının hazırlanmasında emeği geçen Arş. Gör. Dr. zkan ŐAHİN ve Arş. Gör. Yalçın KALKAN'a, Mathematica programının kurulumunda yardımlarını esirgemeyen Arş. Gör. Dr. M. Cüneyt HACİSMAİLOĞLU' na teőekkürlerimi sunarım.

Ayrıca tez dönemim boyunca desteğini esirgemeyen Esra KARAYAKA'ya, öğrenim hayatım boyunca her zaman en büyük destekçim olan babam Muzaffer ALTIN, annem Fatma ALTIN ve kardeşim Saffet ALTIN'a teşekkür ederim.

İÇİNDEKİLER

Sayfa

ÖZET	i
ABSTRACT	iii
TEŞEKKÜR	iv
İÇİNDEKİLER	iv
KISALTMALAR DİZİNİ	viii
SİMGELER DİZİNİ	ix
ŞEKİLLER DİZİNİ	xiv
ÇİZELGELER DİZİNİ	xv
1. GİRİŞ	1
2. KURAMSAL TEMELLER	3
2.1. Temel Parçacık Fiziğinin Tarihsel Gelişimi	3
2.2. Standart Model	5
2.2.1. Standart Model'in parçacık yapısı ve etkileşmeler	6
2.2.1.1. Fermiyonlar	6
2.2.1.2. Bozonlar	7
2.2.1.3. Temel Kuvvetler	7
2.3. Standart Model Lagranjyeni	9
2.3.1. Kuantum Elektrodinamiği	9
2.3.2. Kuantum Renk Dinamiği	12
2.3.3. Elektrozayıf Model	13
2.3.4. Kendiliğinden Simetri Kırılımı	14
2.3.5. Goldstone teoremi	17
2.3.6. Yerel simetri kırılımı ve Higgs mekanizması	19
2.3.7. Simetri Kırılımından Sonra Elektrozayıf Model	22
2.3.7.1. Simetri kırılımı sonucunda ayar bozonlarının kütle terimleri	22
2.3.7.2. Simetri kırılımı sonucunda leptonların kütle terimleri	25
2.4. Standart Model'in Problemleri	26
2.4.1. Hiyerarşi problemi	26
2.4.2. Temel sabitler ve kuplajların değerleri	31
2.4.3. Baryon-antibaryon asimetrisi	31

2.4.4.	Karanlık enerji ve karanlık madde	31
2.4.5.	Nötrino osilasyonları ve kütleleri	32
2.4.6.	Kuantumlu kütle çekimi	32
2.5.	Standart Model Ötesi Modeller	32
2.5.1.	Sağ Sol ikiz Higgs model	33
2.5.2.	Süpersimetri (SÜSİ)	33
2.5.3.	İki Higgs Dublet Model	34
2.5.4.	Teknirenk	34
2.5.5.	Kompozit Modeller	34
2.5.6.	Büyük Birleşim Kuramı	35
3.	MATERYAL ve YÖNTEM	36
3.1.	Küçük Higgs Teorileri	36
3.2.	Modelin Temelleri	36
3.3.	Küçücük Higgs Model	40
3.4.	Modelin Yapısı	42
3.5.	Skaler Alan	46
3.6.	Küçücük Higgs Lagranjyeni	47
3.6.1.	Skaler kinetik terim	48
3.6.2.	Ayar bozonu döngüsünden gelen katkılar	52
3.6.2.1.	W döngüsü	52
3.6.2.2.	B döngüsü	54
3.6.3.	Ayar kinetik terimi	57
3.6.4.	Fermiyonlar ve etkileşimleri	57
3.6.5.	Efektif Higgs potansiyeli	60
3.7.	Elektrozayıf Simetri Kırılımı	65
3.8.	Simetri Kırılımı Sonrası Ayar Sektörü	66
3.9.	Simetri Kırılımından Sonra Fermiyon Sektörü	69
4.	BULGULAR	72
4.1.	Lineer elektron-pozitron çarpıştırıcılarında $e^-e^+ \rightarrow W_H^\pm T b$ sürecinin incelenmesi	79
5.	TARTIŞMA ve SONUÇ	87
	KAYNAKLAR	89
	EKLER	96
A.	Ek 1	96
A.1.	Higgs Üst Kuark Döngüsü	96
A.2.	Higgs W Bozon Döngüsü	101
A.3.	Higgs Higgs Döngüsü	103
B.	Ek 2	105

B.1. SU(2) Pauli Matrisleri	105
B.2. Dirac Matrisleri	105
B.3. SU(3) Gell-Mann Matrisleri	107
B.4. SU(5) Matrisleri	108
C. Ek 3	110
C.1. Feynman Genlik Hesabı	110
C.2. Tesir Kesitleri	114
D. Ek 4	116
D.1. LHM'de Köşe Faktörleri	116
ÖZGEÇMİŞ	117



KISALTMALAR DİZİNİ

Kısaltma Açıklama

2HDM	İki Higgs İkili Model
KAT	Kuantum Alan Teorisi
KED	Kuantum Elektrodinamiği
KRD	Kuantum Renk dinamiği
KHT	Küçük Higgs Teorileri
KHM	Küçük Higgs Model
CMS	Kompakt Müon Selenoid
SM	Standart Model
SÜSİ	Süpersimetri
vbd	Vakum Beklenen Değeri
UV	Morötesi

SİMGELER DİZİNİ

Simge	Açıklama
s	Acayip kuark
l	Açısal momentum kuantum sayısı
T	Ağır üst kuark
M_{AH}^2	Ağır fotonun kütle terimi
M_{ZH}^2	Ağır yüksüz Z bozonu kütle terimi
G_T	Ağır üst kuark etkileşmelerinin Yukawa sabiti
m_T	Ağır üst kuark kütlesi
W_H	Ağır W ayar bozonu
M_{WH}^2	Ağır W ayar bozonunun kütle terimi
J^μ	Akım yoğunluğu
$F_{\mu\nu}$	Alan şiddet tensörü, elektromanyetik alanın şiddet tensörü
ϵ_{ijk}	Antisimetrik tensör
d	Aşağı kuark
G_d	Aşağı kuark tipi etkileşmelerin Yukawa sabiti
V_i	Ayar alanı
$M_V^2(\Sigma)$	Ayar bozonlarının kütle matrisi
\mathcal{L}_G	Ayar Lagranjyeni
n	Baş kuantum sayısı
$\bar{\psi}$	Bir spinörün hermitik eşleniği
g'	B_μ ayar alanı ile ilgili etkileşme sabiti
$B_{\mu\nu}$	B_μ ayar alanı için şiddet tensörü
\mathcal{L}_{CW}	Coleman-Weinberg potansiyeli
c	$\cos(\theta)$
δ_{ab}	Dirac delta fonksiyonu
\mathcal{L}_{Dirac}	Dirac Lagranjyeni
γ^μ	Dirac matrisleri
ψ	Dirac spinörü
$\mathcal{L}_{efektif}$	Efektif Lagranjyeni
e^-	Elektron
e	Elektrik yükü
ν_e	Elektron nötrinosu

Simge	Açıklama
$J^{\mu a}$	En genel durum için korunumlu akımlar
$\mathcal{L}_{Etkileşim}$	Etkileşim Lagranjyeni
M_a	Feynman diyagramının genliği
\mathcal{L}_F	Fermiyon kinetik Lagranjyeni
λ	Fermiyon sektöründe etkileşme şiddetini belirleyen parametre
γ	Foton
A_μ	Foton alanı
M_A	Fotonun kütlesi
$\bar{v}(p)$	Gelen anti-fermiyon spinörü
$u(p)$	Gelen fermiyon spinörü
η	Gerçek skaler alan
$\bar{u}(p)$	Giden fermiyon spinörü
$v(p)$	Giden anti-fermiyon spinörü
G	Global simetri
H	G Global simetrisinin alt simetri grubu
g	Gluon ve W_μ ayar alanları ile ilgili etkileşme sabiti
ξ	Goldstone bozonu
Π	Goldstone bozon matrisi
$F_{\mu\nu}^a$	Güçlü etkileşmeler için alan şiddet tensörü
G_μ^a	Güçlü etkileşmeler için ayar alanı
g_s	Güçlü etkileşmeler için kuplaj sabiti
W_L^\pm	Hafif W bozon
$M_{W_L^\pm}^2$	Hafif W ayar bozonunun kütle terimi
T^a	Hermitiyen matrisler
h^\dagger	Higgs alanının hermitik eşleniği
h^*	Higgs alanının kompleks eşleniği
M_h^2	Higgs bozonu için kütle terimi
φ	Higgs skaler ikilisi
h^+	Yüklü Higgs alanı
Φ^{++}	İki yüklü skaler
c_L, c_R	Kosinüs Ağır üst kuark karışım açıları
s_R, s_L	Sinüs Ağır üst kuark karışım açıları
Λ	Kesilim skalası
$\mathcal{L}_{Kinetik}$	Kinetik Lagranjyeni
f	KHM'in kırılma skalası
$M_{A_L}^2$	KHM'de yer alan hafif fotonunun kütle terimi

Simge	Açıklama
$M_{Z_L}^2$	KHM'de yer alan hafif yüksüz Z bozonun kütle terimi
π	Kompleks skaler alan
ϕ	Kompleks üçlü
\mathcal{D}_μ	Kovaryant türev
\mathcal{L}_{KED}	Kuantum Elektrodinamik Lagranjyeni
\mathcal{L}_{KRD}	Kuantum Renk Dinamiği Lagranjyeni
Θ	Kuantum Renk Dinamiği vakum açısı
g	Kuplaj sabiti
δ_m	Kütleye gelen katkılar
\mathcal{L}	Lagranjyen yoğunluğu
$Tr(M)$	Matrisin izi
m_l	Manyetik kuantum sayısı
$g^{\mu\nu}$	Metrik tensör
μ^-	Müon
ν_μ	Müon nötrinosu
U	$N \times N$ 'lik üniter matris
h^0	yüksüz Higgs alanı
H	yüksüz skaler
ϕ^0	yüksüz skaler
s_0, c_0	yüksüz skalerler için karışım açıları
Φ^P	yüksüz sözde-skaler
Z^0	yüksüz Z ayar bozonu
$SO(N)$	Özel ortogonal simetri grubu
$SU(N)$	Özel üniter Lie grubu
P	Parite
$\vec{\tau}$	Pauli spin matrisleri
$\eta(x)$	Pertürbasyon terimi
\hbar	Planck sabiti
ϵ^λ	Polarizasyon vektörü
\mathcal{L}_{Proca}	Proca Lagranjyeni
p^+	Proton
T_R^c	Sağ-elli ağır üst kuarkın kompleks eşleniği
T_R	Sağ elli ağır üst kuark
t_R^c	Sağ-elli üst kuarkın kompleks eşleniği
e_R	Sağ elli elektron
ψ_R	Sağ elli spinör
μ_R	Sağ elli muon

Simge	Açıklama
τ_R	Sağ elli tau
U_R	Sağ elli yukarı tip kuarklar
u_3^c	sağ-elli SM üst kuarkı
Σ	Sigma skaler alanı
Σ_0	Sigma skaler alanının vakum beklenen değeri
s	$\sin(\theta)$
\tilde{t}, \tilde{t}^c	Simetri kırılımı öncesinde ağır üst kuark
$m_{\tilde{t}}$	Simetri kırılımı öncesi ağır üst kuark kütlesi
μ^2	Skaler alanın kütle terimi
\mathcal{L}_Σ	Skaler kinetik terim Lagranjyeni
M_Z	SM'in yüksüz Z bozonun kütlesi
m_t	SM'in üst kuark kütlesi
x_L	SM'in sağ-elli üst kuark ile ağır üst kuark arasındaki karışımı belirleyen parametre
m_W	SM'in W ayar bozonu kütlesi
e_L	Sol elli elektron
μ_L	Sol elli muon
ψ_L	Sol elli spinör
τ_L	Sol elli tau
T_L	Sol-elli ağır üst kuark
t_L	Sol-elli üst kuark
T_a	$SO(5)$ Simetrisine ait jeneratörler
B	$SO(5)$ Simetrisine ait jeneratörleri oluşturmak için gerekli 5×5 'lik matris
ϵ_a	Sonsuz küçük dönüşümler
s_p, c_p	Sözde-skalerler için karışım açıları
m_s	Spin kuantum sayısı
W_k	$SU(2)_k$ alanı
g_k	$SU(2)_k$ alanının kuplaj sabiti
W_μ	$SU(2)$ simetrisinin ayar alanı
$Q_{1,2}^a$	$SU(5)$ simetrisine ait jeneratörler
τ^-	Tau
ν_τ	Tau nötrinosu
s_+, c_+	Tek yüklü skalerler için karışım açıları
c	Tılsımlı kuark
M_ϕ^2	Tüm skaler ϕ alanları için kütle terimi
B_k	$U(1)_k$ alanı
g'_k	$U(1)_k$ alanının kuplaj sabiti

Simge	Açıklama
B_μ	$U(1)$ simetrisinin ayar alanı
$Y_{1,2}$	$U(1)$ simetrisine ait jeneratörler
$U(N)$	Üniter Lie grubu
t	Üst kuark
$M_t^2(\Sigma)$	Üst kuarkın kütle matrisi
g_{V_i}	V_i Ayar alanı ile ilgili kuplaj sabiti
v	vakum beklenen değer
Q_{V_i}	V_i Ayar bozonuna ait 5×5 'lik jeneratör matrisidir
u	Yukarı kuark
G_u	Yukarı kuark tipi etkileşmelerin Yukawa sabiti
λ_i	Yukawa kuplajları
\mathcal{L}_Y	Yukawa Lagranjyeni
Q	Elektrik yükü
G^+	Yüklü Goldstone bozonu
Φ^+	Yüklü skaler
\mathcal{O}	Yüksek mertebeden
G^0	Yüksüz Goldstone bozonu
ϕ^0	yüksüz skaler
Y	Zayıf hiperyük
I	Zayıf izospin
I^3	Zayıf izospinin 3. bileşeni
\not{p}	$\gamma^\mu p_\mu$
\not{D}	$\gamma^\mu \mathcal{D}_\mu$
m_η^2	η alanı için kütle terimi
Π_\perp	ϕ_1 ve ϕ_2 alanlarının birbirine dik olduğu durumu tanımlar
Π_\parallel	ϕ_1 ve ϕ_2 alanlarının birbirine paralel olduğu durumu tanımlar
$\langle \phi \rangle$	ϕ alanının vakum beklenen değeri
\mathcal{V}_φ	φ skaler alanı için potansiyel
ϕ^+	+ Yüklü skaler
W^+	+ Yüklü W ayar bozonu
W^-	- Yüklü W ayar bozonu
$\vec{W}_{\mu\nu}$	W_μ^i ayar alanı için şiddet tensörü
∂_μ	4-boyutta türev
γ^5	5. Gamma matrisi

ŞEKİLLER DİZİNİ

Sayfa

Şekil 2.1. $\mu^2 > 0$ durumunda (2.18) denklemindeki Lagranjiyenin potansiyeli . . .	15
Şekil 2.2. $\mu^2 < 0$ durumunda (2.18) denklemindeki Lagranjiyenin potansiyeli . . .	15
Şekil 2.3. Evrenin enerji uzaklık skalası	27
Şekil 2.4. Vakum düzeltmeleri için döngü diyagramları	27
Şekil 2.5. SM kesilim skalası $\Lambda = 10 TeV$ alındığında Higgs kütlesi için ince-ayar miktarı	29
Şekil 2.6. 1-döngü seviyesinde Higgs kütlesine gelen katkılar	30
Şekil 3.1. Higgs parçacığına gelen kuantum katkılarının ortadan kaldırılması	54
Şekil 4.1. W_H^\pm ayar bozonunun kütlesinin modelin serbest parametresi olan zayıf karışım açısı s' 'nin bir fonksiyonu olarak değişimi	74
Şekil 4.2. W_H^\pm ayar bozonunun kütlesinin modelin serbest parametresi olan f kırılma skalasının bir fonksiyonu olarak değişimi	74
Şekil 4.3. W_H^\pm ayar bozonunun dört farklı bozunum kanalına ait bozunum genişlikleri ve toplam bozunum genişliğinin W_H^\pm kütlesine bağlı değişimi . . .	76
Şekil 4.4. Ağır üst kuark (T) kütlesinin modelin serbest parametresi olan v/f 'nin bir fonksiyonu olarak değişimi	77
Şekil 4.5. Ağır üst kuarkın (T) üç farklı bozunum kanalına ait bozunum genişlikleri ve toplam bozunum genişliğinin ağır üst kuark (T) kütlesine bağlı değişimi	78
Şekil 4.6. $e^-(p_1) e^+(p_2) \rightarrow W_H^\pm(p_3) T(p_4) b(p_5)$ sürecine ait temel seviyedeki Feynman diyagramları	79
Şekil 4.7. $f = 1 TeV$ için sürecin tesir kesitinin kütle merkezi enerjisi \sqrt{s} 'e bağlı değişimi	83
Şekil 4.8. $\sqrt{s} = 3 TeV$ 'de sürecin tesir kesitinin $\lambda_1 = \lambda_2$ için f 'ye bağlı değişimi .	84
Şekil 4.9. $\sqrt{s} = 3 TeV$ ve $f = 1 TeV$ için sürecin tesir kesitinin s' 'ye bağlı değişimi	85
Şekil 4.10. $\sqrt{s} = 3 TeV$ 'de sürecin tesir kesitinin s' 'ye bağlı değişimi $f = 1 TeV$.	86
Şekil A.1. Higgs üst kuark döngüsü	96
Şekil A.2. Higgs W bozon döngüsü	101
Şekil A.3. Higgs Higgs döngüsü	103
Şekil C.1. Dış çizgileri işaretlenmiş tipik KED diyagramı.	112

ÇİZELGELER DİZİNİ

	Sayfa
Çizelge 2.1. Fermiyon aileleri	7
Çizelge 2.2. Bozonlar ve kütleleri	8
Çizelge 2.3. Temel etkileşimler	8
Çizelge 2.4. Fiziksel teorilerin enerji skalaları	27
Çizelge 4.1. $v/f = 0.1$ için W_H^\pm ayar bozonunun kütlelerinin ve bozunum genişliklerinin s' 'ye bağlı değişimleri	76
Çizelge 4.2. $v/f = 0.1$ için ağır T kuark kütlelerinin ve bozunum genişliklerinin x_L 'ye bağlı değişimleri	79
Çizelge 4.3. Işınlılık değeri $L = 500 fb^{-1}$ alındığında $W_H^\pm T b$ sürecinde gözlemlenecek olay sayısı	84
Çizelge 4.4. $x_L = 0.35$, $\sqrt{s} = 3 TeV$, $f = 1 TeV$ ve $L = 500 fb^{-1}$ 'de farklı s ve s' değerleri için tesir kesiti ve olay sayısı	86
Çizelge 4.5. $x_L = 0.60$ için $\sqrt{s} = 3 TeV$, $f = 1 TeV$ ve $L = 500 fb^{-1}$ 'de $s=0.75$, 0.80 , 0.85 , 0.90 ve farklı s' değerleri için tesir kesiti ve olay sayısı	86
Çizelge D.1. Fermiyonlar ile yüksüz ayar bozonlarının bağlaşımları	116
Çizelge D.2. İki fermiyon bir skaler bağlaşımı	116
Çizelge D.3. Fermiyonlar ile yüklü ayar bozon bağlaşımları	116
Çizelge D.4. İki ayar bozonu bir skaler bağlaşımı	116

1. GİRİŞ

ATLAS ve CMS gruplarının Higgs bozonunu keşfetmesi ile birlikte Standart Model tamamlanmış oldu. Düşük enerji seviyelerinde Standart Model'in öngörülleri, yapılan deneylerle son derece uyumlu sonuçlar vermektedir. SM deneylerle uyumluluğunun yanı sıra çözüm getiremediği problemlere ve cevaplayamadığı sorulara sahiptir. Hiyerarşi problemi, fermiyon aile problemi, serbest parametre sayısı, karanlık madde karanlık enerji, baryon antibaryon asimetrisi bu problemlerden bazılarıdır.

W^\pm ve Z ayar bozonlarının kütlelerinden yola çıkılarak Higgs alanının vakum beklenen değeri $v \sim 246 \text{ GeV}$ olarak hesaplanmıştır. Elektrozayıf simetri kırılımı esnasında Higgs bozonunun kütle terimine yüksek mertebeden iraksak kuantum katkılar gelir. Gelen bu katkılar hiyerarşi problemine sebep olmaktadır.

SM'in problemlerini çözmek adına SM ötesinde, Süpersimetri (SÜSİ), Sağ Sol İkiz Higgs, Büyük birleşim kuramı, Küçük Higgs teorileri v.b. modeller önerilmektedir. Küçük Higgs (KH) teorileri, SM'in hiyerarşi problemine çözmek için oluşturulmuştur. KH teorilerinde Higgs, yüksek skalalarda yer alan simetrilerin kırılımından gelen Pseudo-Goldstone bozon olarak alınır. KH teorileri kollektif simetri kırılımına sahiptir. Simetri kırılımından sonra tanımlanacak, yeni ayar bozonları, skalerler ve fermiyonlar ile Higgs bozonunun kütle terimine gelecek katkılar ortadan kaldırılır.

Küçük Higgs Model (KHM), KH teorilerinin arasında serbest parametre sayısı az olmasından dolayı en ekonomik modeldir. KHM, global $SU(5)$ simetrisinin lineer olmayan (non-linear) sigma model ile global $SO(5)$ simetrisine kırılımını konu alır. Bu kırılım ile birlikte ağır ayar bozonları (W_H^\pm, Z_H, A_H), kompleks ikili (h^+, h^0) ve kompleks üçlü ($\phi^0, \phi^+, \phi^{++}$) alanları ortaya çıkar. Modelin içerisinde SM parçacıklarına karşılık gelen (W_L^\pm, Z_L, A_L) ayar bozonları da yer almaktadır. Bu parçacıklara ek olarak vektör tipli bir kuark alanı tanımlanarak, SM üst kuarkından Higgs bozonunun kütle terimine gelen yüksek mertebeli iraksak kuantum katkılar ortadan kaldırılır. Modelin önermiş olduğu tüm parçacıklar kendileri ve SM parçacıkları ile karışım halindedir.

Bu tezde, Küçük Higgs Modelde lineer elektron-pozitron çarpıştırıcılarında ağır W bozon, ağır üst kuark ve alt kuark üretim sürecinin modelin serbest parametrelerine bağımlılığı incelenmiştir. KHM'nin serbest parametreleri üzerinde elektrozayıf hassasiyet deneylerinde gelen sınırlamalar bulunmaktadır.

Bu tezin ikinci bölümünde Standart Model'in yapısı, üçüncü bölümde Küçük Higgs teorileri ve Küçük Higgs Model'in yapısı incelenmiştir. Dördüncü bölümde $e^-e^+ \rightarrow W_H^\pm T b$ sürecinin modelin serbest parametrelerine bağlı değişimi CalcHEP ve Mathematica programları kullanılarak incelenmiştir. Beşinci bölümde ise sürece ait elde edilen veriler tartışılmıştır.



2. KURAMSAL TEMELLER

2.1. Temel Parçacık Fiziğinin Tarihsel Gelişimi

"Maddeyi oluşturan en küçük yapı nedir?" sorusu parçacık fiziğinin gelişmesinde çok büyük rol oynar. Bu sorunun cevabı parçacık hızlandırıcılarında (ILC, CLIC, LHC, vb.) yapılan deneylerle günümüzde de aranmaya devam etmektedir.

Temel parçacıklar kendisini oluşturacak başka bir alt yapıya sahip olmayan parçacıklardır. Tarihsel olarak bakıldığında parçacık fiziği 1897 yılında J.J. Thomson'un elektronu keşfetmesi ile başladı (Thomson 1897). Katot ışınlarının çok hafif ve negatif yüklü olduklarını belirledi ve onlara tanecik (parçacık) adını verdi. Thomson yapmış olduğu çalışmalar sonucunda, atomun yüksüz kalması için (-) negatif yüklü elektronlarla birlikte (+) pozitif yüklü taneciklerin de atomun yapısında yer alması gerektiği sonucuna vardı. Thomson elde ettiği bu sonuçtan yola çıkarak önerdiği atom modeli üzümlü keke benzetildi. Bu modelde keki oluşturan malzeme (+) yükü, üzüm ise negatif yüklü olan elektronu temsil eder.

Thomson'un üzümlü kek modeli 1911 yılında Rutherford tarafından çürütüldü. Rutherford, atomun pozitif yükünü tanımladı. Bu pozitif yükün atomun çekirdek adı verilen çok küçük bir hacim içinde toplandığını ve atom kütesinin çok büyük bir kısmını oluşturduğunu gösterdi. En hafif atom çekirdeği olan hidrojene proton adını verdi.

Hidrojen atomu için güzel sonuçlar veren Rutherford atom modeli daha ağır parçacıklar için başarılı olamadı. İki elektronu olan helyum atomunun ağırlığı hidrojen atomundan dört kat daha fazlaydı. Bu problem 1932 yılında Chadwick tarafından protona çok yakın bir kütleye sahip yüksüz parçacık olan nötronun bulunması ile giderildi (Chadwick 1932). Elektron, proton ve nötronun bulunması ile atom için düşünülen temel yapı tamamlanmış oldu.

Bu olaylar gerçekleşirken 1900 yılında Planck, istatistik mekanik kullanarak elektromanyetik ışınım için karacisim spektrumunu açıklamaya çalıştı. Deneysel verilerle uyumlu

olabilmenin tek yolunun, elektromanyetik radyasyonun kuantizeli (kesikli) olduğunu varsaymaktan geçtiğini buldu. 1905 yılında Einstein elektromanyetik alanın kuantizeli olduğunu belirledi ve buradan yola çıkarak fotoelektrik olayı açıkladı. Bu çalışması ile Nobel fizik ödülünü aldı. 1923 yılına kadar elektromanyetik alanın kuantizeli olması fikri fizik dünyası tarafından olumsuz tepkiler aldı.

Compton durgun halde bulunan bir parçacık üzerine ışık gönderdi ve bu parçacıktan saçılan ışığın dalga boyunun gönderilen ışığın dalga boyundan büyük olduğunu gözlemledi. Klasik fizikte böyle bir gözlem yapmak mümkün değildi. Daha sonrasında ışığın kütlesi olmayan özel göreliliğin kinematiğine ve Planck enerji formülüne uyan bir parçacık olduğu varsayıldı ve bu parçacığa foton adı verildi. Böylece elektromanyetizma iki yüklü parçacık arasında foton alışverişi şeklinde incelenebildi.

1930 yılının ortalarına doğru atom iyi bir şekilde anlaşılmıştı. Atomun çekirdeğinde proton ile nötron yer alıyordu ve elektron bu çekirdeğin etrafında dönerken proton ile elektromanyetik etkileşim içinde bulunuyordu. Peki bu çekirdeği bir arada tutan şey neydi? Çekirdek, atomun merkezinde yer alan yaklaşık 10^{-14} metre boyutunda olup proton ve nötronlardan oluşur. Bu kadar ufak bir mesafede birbiri ile aynı yüke sahip olan bu parçacıkların birbirlerini çok güçlü bir şekilde itmeleri sonucunda çekirdeğin parçalanması gerekirdi. Bu durum parçacıkları bir arada tutan ve bilinmeyen bir kuvvetin varlığının göstergesiydi. Bu konuyla ilgili ilk önemli katkıyı Yukawa yaptı. Nükleon olarak adlandırılan (proton ile nötronun) bir alanın yardımı ile etkileştiklerini öngördü. Bu alanın etkilerinin nükleonun dışından gözlemlenemediği için kısa erimli olduğunu varsaydı. Bu kısa erimden dolayı aradaki alanın kuantasının (ara parçacığının) ağır olması gerekiyordu. Aynı süre zarfında yapılan kozmik ışın deneylerinde elektrondan yaklaşık 300 kat daha ağır bir parçacık olan pion keşfedildi.

Devam eden kozmik ışın deneyleri sonucunda elektron ile aynı özelliklere sahip ağır eşi olan muon keşfedildi. 1931 yılında Anderson ve ekibi elektron ile aynı kütleye ve spine sahip fakat pozitif yüklü olan elektronun antiparçacığı pozitronu deneysel olarak keşfetti ([Anderson 1933](#)). Pozitronun keşfi ile birlikte Dirac'ın (1928) ortaya atmış olduğu antiparçacık yorumu da sıkıntıdan kurtulmuş oldu.

İlk olarak nükleer beta bozunumunda ortaya çıkan nötrino kavramı 1930'larda W. Pauli

tarafından kütle, momentum ve açısal momentumun korunumu yasasının sağlanması için önerilmiştir. Başlangıçta Pauli bu parçacığa nötron adını vermiştir (1930'da nötron henüz keşfedilmemişti). Ancak 1932'de J. Chadwick kütlesi daha büyük olan bir parçacık keşfederek bu parçacığa da nötron adını vermiştir. 1934'de beta bozunmasının teorisini geliştiren E. Fermi kütlesi küçük olan bu parçacığa nötrino adını vermiştir ve nötrino da parçacık dünyasında yerini almıştır. 1947'de pionların deneysel olarak gözlemlenmesinin ardından parçacık dünyası tamamlanmış gibi görünüyordu (Griffiths 2015a). Ancak bu kanı uzun sürmedi, aynı yılın devamında yeni acayip parçacıklar gözlemlendi, hikaye henüz bitmemişti. 1950'li yıllarda parçacık hızlandırıcılarının ve dedektörlerinin gelişmesi baryon ve mezonların oluşturduğu hadron çeşitliliğini ortaya koydu. 1964'te sekiz-katlı yolun anlaşılması ile bu hadron çeşitliliğinin altında kuarkların bulunduğu ortaya çıktı. Yeni kuramlar ve gözlemler parçacık dünyasını büyütüyor, maddenin temel yapısını küçültüyordu. Tüm bunların yanı sıra, Fermi'nin (Griffiths 2015b) beta bozunumunun orijinal kuramında süreci tek bir noktada gerçekleşen bir temas olarak görmesi ve beta bozunumundan sorumlu zayıf kuvvetin kısa erimli olması Fermi'nin modelini düşük enerjilerde doğrularken, bu yaklaşımın yüksek enerjilerde başarısız olacağı ve yerini etkileşmenin bir parçacık değiş tokuşu ile iletildiği bir kuramın alması ortaya çıktı. Böylece etkileşmeye aracılık eden taşıyıcı parçacık-bozon adı da gittikçe genişleyen parçacık dünyasına eklendi.

2.2. Standart Model

Standart Model (SM), parçacık fiziğinin tarihsel gelişimi ile beraber maddeyi oluşturan temel parçacıkları ve bu parçacıkların nasıl etkileştiklerini açıklayan renormalize edilebilir bir ayar teorisi olup, deneysel verilerle uyum içindedir. Temel parçacık fiziğinin Standart Modeli temel parçacıkları spin-istatistik kuramı çerçevesinde, fermiyonlar ve bozonlar olarak iki gruba ayırır ve parçacıklar arasındaki etkileşme kuvvetlerinden; elektromanyetik kuvvet, zayıf kuvvet ve güçlü kuvveti üç ayar simetri grubu $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$ altında açıklamaktadır (Cincioğlu 2010). SM spin 0 parçacıklar olan bozonları tanımlayan Klein-Gordon ve spin 1/2 parçacıkları tanımlayan Dirac denklemi üzerine şekillendirilmiş görelî bir modeldir. SM'i tarihsel gelişim süreci içerisinde incelersek:

1964'te Glashow tarafından iki simetri grubu olan $SU(2)_L$ zayıf etkileşim simetri grubunu ve $U(1)_{EM}$ elektromanyetik etkileşim simetri grubunun $SU(2)_L \times U(1)_Y$ şeklinde birleştirilebildiğini öne sürdü. Daha sonra 1968'de Weinberg ve Salam kendiliğinden simetri kırılması vasıtasıyla ayar alanlarına kütle vermişlerdir (Weinberg 1967), (Salam 1968) (Salam 1959). Weinberg ve Salam'ın birbirinden bağımsız olarak $SU(2)_L$ ve $U(1)_Y$ ayar gruplarını birleştirmeyi hedefleyen modellerine 1970'te GIM (Glashow, Iliopoulos ve Maiani) mekanizması ile kuarklar teorie dahil edilmiştir. 1971'de 't Hooft, Glashow-Weinberg-Salam modelinin renormalize edilebilir bir model olduğunu göstermiştir ('t Hooft 1971a), ('t Hooft 1971b).

2.2.1. Standart Model'in parçacık yapısı ve etkileşmeler

2.2.1.1. Fermiyonlar

Fermiyonlar, yarım tam sayılı spin değerine ($\hbar/2, 3\hbar/2, 5\hbar/2, \dots$) sahip olup Fermi-Dirac istatistiğine uyan parçacıklardır ve birbirlerinden ayırt edilemezler. Fermiyonlar kendi etraflarında 360° rotasyon yaptığında dalga fonksiyonları kendi eksilisine dönüşür. Dalga fonksiyonlarının bu şekilde asimetric oluşu nedeniyle fermiyonlar Pauli dışarlama ilkesine uyarlar. Pauli dışarlama ilkesi, iki fermiyonun aynı anda aynı kuantum durumunda bulunamayacağını söyler. Buradaki kuantum durumunu tanımlayan kuantum sayıları, n baş kuantum sayısı, l açısai momentum kuantum sayısı, m_l manyetik kuantum sayısı ve m_s spin kuantum sayısıdır.

Fermiyonlar maddeyi oluşturan temel parçacıklar olup *leptonlar* ve *kuarklar* olarak iki sınıfa ayrılırlar (Çizelge 2.1). Leptonlar temel olarak üç aileden oluşmaktadır ve her bir leptonun kendine ait bir lepton sayısı vardır. Üç yüklü ve üç yüksüz olmak üzere altı çeşit lepton vardır. Yüklü olanlar elektron (e^-), muon (μ^-) ve tau (τ^-), yüksüz olanlar ise elektron nötrinosu (ν_e), muon nötrinosu (ν_μ) ve tau nötrinosu (ν_τ)'dur.

1964 yılında Murray Gell-Mann ve George Zweig birbirlerinden bağımsız olarak e^- ve p^+ çarpışmalarından toplanan verileri kullanarak proton ve nötronun aslında temel fermiyon olmayıp spinleri $1/2$ olan $(-1/3)e$ ve $(2/3)e$ yüke sahip 3 adet nokta-tipli parçacıktan oluşan kompozit parçacıklar olduklarını önerdiler (Zweig 1964), (Gell-Mann 1961). Bu

nokta-tipli parçacıklara kuark adı verildi. Kuarklar çeşni yapısına sahip temel fermiyonlardır. Yukarı (up), aşağı (down), tılsımlı (charm), acayip (strange), alt (bottom), üst (top) kuark olmak üzere altı farklı kuark çeşni bulunmaktadır (Çizelge 2.1). Kuark hapsi, kuarkların tek olarak gözlenebilmelerine izin vermez. Serbest gözlemlenemediklerinden dolayı yükleri, serbest gözlenebilir olan elektronun yükü cinsinden verilir. Kuarklar, elektrik yükünün yansıma renk yükü adı verilen bir yüke sahiptir.

FERMİYONLAR (Olive ve ark. 2014)						
Spin=1/2, 3/2, 5/2						
Kuarklar(spin=1/2)				Leptonlar(spin=1/2)		
Aile	Çeşni	Kütle(MeV/c ²)	Elektrik Yüğü	Çeşni	Kütle(MeV/c ²)	Elektrik Yüğü
1	u	2.3 ^{+0.7} _{-0.5}	2/3e	e ⁻	0.511	-1
	d	4.8 ^{+0.5} _{-0.3}	-1/3e	ν _e	(0.6 ± 1.9)10 ⁻⁶	0
2	c	1275±25	2/3e	μ ⁻	105.6	-1
	s	95 ±5	-1/3e	ν _μ	0.19	0
3	t	1.7 10 ⁵	2/3e	τ ⁻	1776.8	-1
	b	4180 ±30	-1/3e	ν _τ	18.2	0

Çizelge 2.1. Fermiyon aileleri

2.2.1.2. Bozonlar

Bozonlar, tam sayılı spin değerine ($\hbar, 2\hbar, 3\hbar$) sahip olup Bose-Einstein istatistiğine uyan parçacıklardır ve fermiyonlar gibi birbirlerinden ayırt edilemezler. Bozonların dalga fonksiyonları simetrik olup kendi etraflarında 360° rotasyon yaptıklarında kendilerine dönüşürler. Fermiyonlardan farklı olarak bir enerji durumuna yerleşebilecek parçacık sayısı üzerine herhangi bir kısıtlama yoktur. Kuvvet taşıyıcı parçacıkların tümü bozondur ve (Çizelge 2.2)'de verilmiştir.

2.2.1.3. Temel Kuvvetler

Günümüzde elde ettiğimiz bilgilere dayanarak doğada dört çeşit etkileşme yer almaktadır. Bunlar elektromanyetik, zayıf, güçlü ve kütle çekim kuvvetidir. Elektromanyetik

BOZONLAR (Olive ve ark. 2014)			
Spin=0,1,2			
Parçacık ismi	Kütle(GeV/c^2)	Elektrik yükü	Spin
Higgs(H)	125.7 ± 0.4	0	0
Foton(γ)	0	0	1
W^+	80.385 ± 0.015	+1	1
W^-	80.385 ± 0.015	-1	1
Z^0	91.1876 ± 0.0021	0	1
Gluon(g)	0	0	1
Graviton	0	0	2

Çizelge 2.2. Bozonlar ve kütleleri

kuvvet yüklü parçacıkların üzerine etkiyen ve günlük hayatta en fazla karşılaştığımız ikinci kuvvettir. Elektromanyetik kuvvetin erimi sonsuzdur. Zayıf kuvvet çekirdeklerin kararsız olmalarından sorumludur ara parçacıkları kütleli olduğundan dolayı kısa erimlidirler. Güçlü kuvvet nükleonları bir arada tutarak çekirdeğin parçalanmasına engel olan kuvvettir. Kütle çekim kuvveti, etkilerini günlük hayatta en fazla hissettiğimiz kuvvettir. Etkileri çok iyi bilinmesine rağmen ara parçacığı olduğu düşünülen graviton henüz deneylerde dedekte edilememiştir.

TEMEL KUVVETLER			
Kuvvet	Bağlı Şiddet	Menzil	Ara Parçacık
Elektromanyetik kuvvet	1/137	Sonsuz	Foton
Zayıf kuvvet	10^{-6}	10^{-18}	W^\pm, Z^0
Güçlü kuvvet	1	10^{-15}	Gluon
Kütle çekim kuvveti	10^{-39}	Sonsuz	Graviton

Çizelge 2.3. Temel etkileşimler

"Gluonlar kütesiz olduklarından elektrodinamikte olduğu gibi sonsuz menzilli bir kuvvete aracılık ederler. Bu bağlamda iki kuark arasındaki kuvvet aslında uzun menzillidir. Ancak kuark hapsi ve tek gluonun bulunmaması bunu bizden gizler. Proton gibi tekli bir durum sadece bir tekli, örneğin bir pion yayınlayıp soğurabilir. Bu yüzden bir protonla bir nötron arasında tek gluon değiş-tokuşu olamaz. Bu nedenle gözlemlediğimiz kuvvet kısa menzillidir. Eğer tekli gluon mevcut olsaydı, tekliler arasında değiş-tokuş edilebilir

ve güçlü kuvvet sonsuz menzilli bir bileşene sahip olurdu" (Griffiths 2008). Tüm temel kuvvetler, bağıl şiddetleri, menzilleri ve ara parçacıkları çizelge (2.3)'te verilmiştir.

2.3. Standart Model Lagranjyeni

Simetri, herhangi bir fiziksel sistem için tanımlanmış denklemleri veya nicelikleri rastgele seçilecek bir dönüşüm altında değişmeden bırakan veya kendisine götüren işlemdir. Simetriler kuantum alan teorisi ile oluşturulurlar. Eğer bir teori yazılmak isteniyorsa, fiziğin her noktada aynı kalması gerekir. Simetriler temelde uzay-zaman simetrileri ve iç simetriler olarak ikiye ayrılırlar. Poincare grubunun oluşturduğu simetri, uzay-zaman simetrisidir (Khamseh 2013). İç simetriler ise alanlar üzerinde etkilidir. Başka bir söylemle alanlar tarafından oluşturulan matematiksel uzaylara etki ederler. İç simetriler literatürde yerel ve global olmak üzere iki gruba ayrılır.

SM, kuantum alan teorisi çerçevesinde global ve yerel olmak üzere iki simetriye sahiptir. Yerel simetriler ayar simetrisi olarak da adlandırılır. Ayar simetrileri operatör dönüşümlerinin uzayın herhangi bir noktasına göre değişebildiği yani sabit olmadığı dönüşümleri içeren simetrilerdir. Global simetriler ise operatör dönüşümlerinin uzayın herhangi bir noktasına bağlı olmadığı yani uzayda sabit olduğu dönüşümleri içeren simetrilerdir. Global simetriler sürekli veya kesikli simetriler olabilir. Hem yerel simetriler hem de global simetriler abelyen ve üniter olan $U(N)$ ayar grubu ile temsil edilirler.

2.3.1. Kuantum Elektrodinamiği

Kuantum elektrodinamiği (KED) , (Greiner ve Reinhardt 2008), (Feynman 1961), (Boyarkin 2011), sonuçları deneylerle doğrulanmış ilk kuantum alan teorisidir. Elektromanyetik alanın kuantumu olan foton ile elektronun relativistik denklemi olan Dirac denklemi üzerine kuruludur. KED, yerel $U(1)_{EM}$ simetrisine sahiptir. Serbest fermiyon alanı için Dirac Lagranjyeni

$$\mathcal{L}_{Dirac} = \bar{\psi} (i\gamma^\mu \partial_\mu - m) \psi, \quad \hbar = c = 1 \quad (2.1)$$

ile verilir. (2.1) denklemindeki Lagranjiyen faz dönüşümleri altında değişmezdir.

$$\psi \rightarrow \psi' = e^{i\theta} \psi \begin{cases} \theta & \text{sabit bir sayı ise} & \text{Global} \\ \theta(x) & \text{konuma bağlı bir ifade ise} & \text{Yerel} \end{cases} \quad (2.2)$$

dönüşüm adını alırlar.

Global faz dönüşümü uygulanmış spinörler

$$\psi' = e^{i\theta} \psi, \quad \bar{\psi}' = e^{-i\theta} \bar{\psi} \quad (2.3)$$

ile verilir. Bu spinörler Dirac denkleminde yerine yerleştirilirse

$$\mathcal{L}' = \bar{\psi}'(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi' = \bar{\psi}(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi = \mathcal{L} \quad (2.4)$$

olur. Global faz dönüşümleri altında Dirac Lagranjiyeni değişmezdir.

Dirac Lagranjiyenini yerel dönüşümler altında incelemek için spinörler

$$\psi' = e^{i\theta(x)} \psi, \quad \bar{\psi}' = e^{-i\theta(x)} \bar{\psi} \quad (2.5)$$

şeklinde tanımlanırsa Dirac Lagranjiyeni

$$\begin{aligned} \mathcal{L}' &= \bar{\psi}'(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi' \\ \mathcal{L}' &= \mathcal{L}_{Dirac} - \bar{\psi}\gamma^\mu \partial_\mu(\theta(x))\psi \end{aligned} \quad (2.6)$$

olur.

Dirac Lagranjiyeninin, yerel dönüşümler altında değişmez kalması gerekirken ikinci terim bir problem oluşturmaktadır. Lagranjiyende yer alan fazlalık terimi ortadan kaldırmak için ayar invaryansı tanımlanmalıdır. $U(1)_{EM}$ alanının ayar invaryansı yani kovaryant türevi

$$\mathcal{D}_\mu = \partial_\mu + iqA_\mu \quad (2.7)$$

şeklinde tanımlanır. Kovaryant türevin tanımlanmasının amacı global olarak değişmez olan bir Lagranjiyenin, yerel olarak değişmez hale getirmektir. Kovaryant türevde yer alan A_μ foton alanı

$$A'_\mu = A_\mu - \partial_\mu(\theta(x)) \quad (2.8)$$

ile dönüşür. KED'nin ayar dönüşümü $U(1)_{EM}$ ayar dönüşümüdür. (2.7) denklemini, (2.8) denklemini ve (2.5) denklemini

$$\mathcal{L}' = \bar{\psi}'(i\gamma^\mu \mathcal{D}_\mu - m)\psi' \quad (2.9)$$

denkleminde yerine yerleştirilirse

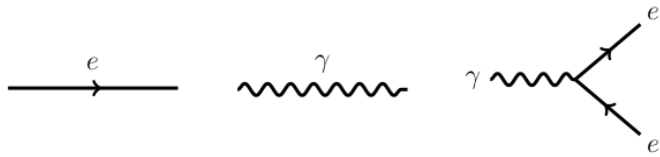
$$\mathcal{L}' = \mathcal{L}_{Dirac} - q\bar{\psi}\gamma^\mu A_\mu\psi \quad (2.10)$$

elde edilir. Bu denklemdaki ikinci terim yüklü parçacık ile foton alanının etkileşme terimidir. Eğer Lagranjiyene A_μ alanı gibi bir vektör alan ekleniyorsa aynı zamanda bu vektör alan içinde bir kinetik terim eklenmelidir. Proca Lagranjiyeni spin 1 parçacıklar için yazılır ve (Schwartz 2014)

$$\mathcal{L}_{Proca} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + \frac{1}{2}m^2 A_\mu A^\mu \quad (2.11)$$

ile verilir. Proca Lagranjiyenindeki ilk terim yerel ayar dönüşümleri altında değişmezdir. İkinci terim ise yerel dönüşümler altında değişmez değildir ve Lagranjiyen içerisinde foton alanı için kütle teriminin yazılablmesini yasaklar.

KED için Lagranjiyen

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{KED} &= \mathcal{L}_{Dirac} + \mathcal{L}_{Etkileşme} + \mathcal{L}_{Proca} \\
&= \bar{\psi} (i\gamma^\mu \partial_\mu - m) \psi - \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} - q\bar{\psi}\gamma^\mu A_\mu \psi
\end{aligned} \tag{2.12}$$


olur. İlk terim serbest fermiyon için kinetik terim, ikinci terim serbest foton için kinetik terim, son terim ise q yüküne sahip fermiyon ile fotonun etkileşme terimidir.

Yerel ayar değişmezliğinin gerekliliği, ayar alanı olan A_μ vektör alanının varlığına ihtiyaç duyar.

2.3.2. Kuantum Renk Dinamiği

Kuantum renk dinamiği (KRD) (Greiner *ve ark.* 2002), (Jegerlehner 2016), güçlü kuvvetin ara parçacığı olan gluonlar ile kuarkların etkileşmesini inceler. KRD'nin ayar simetrisi yerel $SU(3)_C$ simetrisidir. G_μ^a , $SU(3)_C$ grubunun ayar alanı olmak üzere,

$$F_{\mu\nu}^a = \partial_\mu G_\nu^a - \partial_\nu G_\mu^a - g_s f^{abc} G_\mu^b G_\nu^c \tag{2.13}$$

olarak yazılır. g_s güçlü etkileşmeler için kuplaj sabiti, $F_{\mu\nu}^a$ ise güçlü etkileşmeler için alan şiddet tensörüdür. Bu terim bize gluonların birbirleri ile etkileşme terimlerini verir. Bunu daha net görebilmek için güçlü etkileşmeler için yazılacak kinetik Lagranjiyen incelenirse,

$$\mathcal{L}_{Kinetik} = -\frac{1}{4} F_a^{\mu\nu} F_{a\mu\nu} = \mathcal{L}_0 + g_s f_{abc} (\partial^\mu G_\mu^a) G_{b\mu} G_{c\nu} + g_s^2 (f_{abc} G_b^\mu G_c^\nu) (f_{ade} G_{d\mu} G_{e\nu}) \tag{2.14}$$

\mathcal{L}_0 serbest alan Lagranjiyeni, ikinci terim üçlü gluon-gluon etkileşmesini üçüncü terim ise dördümlü gluon-gluon etkileşimlerini ifade eder. Bu kinetik Lagranjiyene fermiyon Lagranjiyeni de eklenirse

$$\mathcal{L}_{KRD} = \bar{\psi} (i\mathcal{D} - m) \psi - \frac{1}{4} F_{a\mu\nu} F_a^{\mu\nu}, \quad \hbar = c = 1 \quad (2.15)$$

olur ve $SU(3)_C$ alanının kovaryant türevi

$$\mathcal{D}_\mu = \partial_\mu + ig_s T^a G_\mu^a \quad (2.16)$$

olarak bulunur. T^a , Ekler (B.3)'te verilen $SU(3)$ grubunun jeneratörleridir. Kovaryant türev (2.14) denkleminde yerine yerleştirilip genişletilirse,

$$\mathcal{L}_{\text{Etkileşim}} = -g_s \bar{\psi} T_a \gamma^\mu G_\mu^a \psi \quad (2.17)$$

gluon-fermion etkileşim terimi (2.17) denklemindeki gibi bulunur ve bu denklemden yola çıkarak fermiyonlarla gluonların kuplajı T_a ile orantılıdır. Güçlü etkileşimler vektör-benzeri etkileşimlerdir. Leptonlar $SU(3)_C$ altında tekli olarak dönüşürler ve bundan dolayı $T_a = 0$ olur. $T_a = 0$ olması leptonlarla gluonların etkileşemeyecekleri anlamına gelir.

2.3.3. Elektrozayıf Model

Bölüm (2.3.1) ve (2.3.2)'de tanımlanan KED ve KRD ara parçacıkları olan foton ve gluonlar kütesiz olduklarından dolayı KED ve KRD'nin sahip oldukları simetrisi kırılmamıştır. SM'in ayar simetrisi olan $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$ simetri gruplarından $SU(2)_L \times U(1)_Y$ simetrisinin ara parçacıkları olan W^\pm ve Z^0 ayar bozonları kütlelidir. Fakat bu ayar bozonları için yazılacak kütle terimleri teorinin renormalize edilebilirliğini ve Lagranjiyenin değişmezliğinin bozulmasına sebep olacağından izinli değildir. Bu problemi aşmak adına kendiliğinden simetri kırılımı mekanizması öne sürülmüştür.

2.3.4. Kendiliğinden Simetri Kırılması

Ayar alanlarına kütle vermenin ve renormalize edilebilirliğin korunması kendiliğinden simetri kırılması mekanizması ile sağlanabilir.

Simetri kırılımının temel mekanizmasını anlamak için skaler bir alan ele alınırsa, bu skaler alan için Lagranjiyen

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}(\partial_\mu\varphi)^2 - \frac{1}{2}\mu^2(\varphi)^2 - \frac{1}{4}\lambda(\varphi)^4 \quad (2.18)$$

ile verilir ve φ skaler alanı temsil etmektedir. Sisteme ait potansiyelin extremum değerini bulabilmek için potansiyelin skaler alan φ 'ye göre türevi alınıp sifıra eşitlenerek sistemin minimum enerjeye sahip olduğu

$$\mu^2\varphi + \lambda\varphi^3 = 0 \quad (2.19)$$

değerler bulunabilir.

$$\varphi(\mu^2\varphi + \lambda\varphi^2) = 0 \quad (2.20)$$

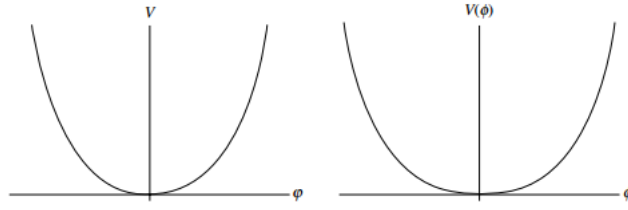
(2.20) denkleminde de görüleceği gibi sisteme ait iki adet minimum durumu vardır. Bunlardan ilki

$$\varphi = 0 \quad (2.21)$$

durumdur.

(2.18) denkleminde μ kütleli skaler alanın kütleliğini temsil eden $\mu^2 > 0$ durumuna karşılık gelir. φ^4 , etkileşme şiddetinin λ tarafından belirlendiği dört alanın etkileştiği terimdir. Bu durumdaki potansiyel şekil (2.1)'de gösterilmiştir. $\varphi = 0$ sistemin minimum durumudur.

Bir diğer minimum değeri olan



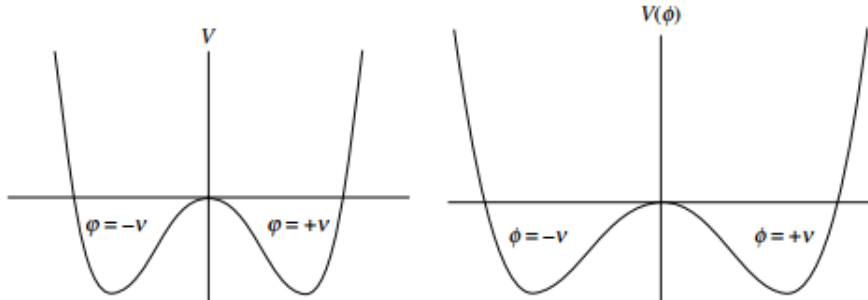
Şekil 2.1. $\mu^2 > 0$ durumunda (2.18) denklemindeki Lagranjiyenin potansiyeli

$$\mu^2 \varphi + \lambda \varphi^2 = 0 \quad (2.22)$$

denkleminde bakacak olursak bu eşitliğin sıfır olmasını sağlayacak tek durum $\mu^2 < 0$ olduğu durumdur. (2.22) denklemini çözüldüğünde muhtemel iki minimum değerinin olduğu görülür. Bu değerler

$$\varphi = \pm \sqrt{-\frac{\mu^2}{\lambda}} = \pm v \quad (2.23)$$

olur. Bu mekanizmayı futbol topunun üzerine koyulmuş bir bilardo topu ile daha basit bir şekilde açıklayabiliriz. Bilardo topu, $\varphi = 0$ durumunda yani futbol topunun üstünde iken kararsızdır ve en ufak bir değişimde veya etkide futbol topunun üst kısmından yuvarlanmaya başlar ve gerçek minimum değerler olan $\varphi = +v$ ve $\varphi = -v$ durumlarından birine gelir. Burada herhangi bir durumun seçilmesi simetrinin kırılmasına sebep olur.



Şekil 2.2. $\mu^2 < 0$ durumunda (2.18) denklemindeki Lagranjiyenin potansiyeli

Genel olarak Lagranjiyeni minimum yapacak değerlerin $\varphi = \pm v$ oldukları görülmektedir. Parçacık spektrumunu açıklamak için bulunan minimum çevresindeki küçük pertürbasyon terimlerine bakılmalıdır. Bunu yapabilmek için de vakumun merkezinde bir alan tanımlanmalıdır. $\eta(x)$, pozitif minimum olan v etrafındaki küçük pertürbasyonları temsil eden bir alan olarak aşağıdaki gibi tanımlanabilir.

$$\eta(x) = \varphi(x) - v \quad , \quad \varphi(x) = v + \eta(x) \quad (2.24)$$

Tanımlanan yeni alan (2.18) denkleminde yerine yerleştirilip işlem yapılırsa, $v = \text{sabit}$ olduğundan $\partial_\mu v = 0$ olur ve kinetik terim,

$$\mathcal{L}_{Kin}(\eta) = \frac{1}{2}(\partial_\mu(v + \eta))(\partial^\mu(v + \eta)) = \frac{1}{2}(\partial_\mu\eta)(\partial_\mu\eta) \quad (2.25)$$

haline gelir potansiyel terim ise

$$\begin{aligned} \mathcal{V}(\eta) &= \frac{1}{2}\mu^2(\eta + v)^2 + \frac{1}{4}\lambda(\eta + v)^4 \\ &= -\frac{1}{2}\lambda v^2\eta^2 - \lambda v^3\eta - \frac{1}{2}\lambda v^4 + \frac{1}{4}\lambda\eta^4 + \lambda\eta^3v + \frac{6}{4}\lambda v^2\eta^2 + \lambda\eta v^3 + \frac{1}{4}\lambda v^4 \end{aligned} \quad (2.26)$$

şeklini alır. Bu durumda Lagranjiyen φ 'de simetriktir. Fakat minimum etrafındaki küçük pertürbasyon olan η 'da simetrik değildir ($\mathcal{V}(\eta) \neq \mathcal{V}(-\eta)$). Sadece η^2 'ye kadar olan terimler alınır;

$$\mathcal{L}(\eta) = \frac{1}{2}(\partial_\mu\eta)(\partial_\mu\eta) - 2\lambda v^2\eta^2 \quad (2.27)$$

bulunabilir bu denklemden yola çıkarak η alanı için kütle terimi,

$$m_\eta^2 = 2\lambda v^2 \quad , \quad m_\eta = \sqrt{2\lambda v^2} = \sqrt{-2\mu^2} \quad (2.28)$$

olur. Burada da $\mu^2 < 0$ ve $\mu^2 > 0$ olmak üzere iki durum söz konusudur. Kütlelerin gerçel

olması için $\mu^2 < 0$ durumu incelenmelidir.

Lagranjiyen ilk simetrisini korumasına rağmen, vakum değeri, η alanında simetrik kalmadı yani simetri kendiliğinden kırılmış oldu.

2.3.5. Goldstone teoremi

Kendiliğinden kırılan her sürekli global simetriye kütesiz skaler alanlar eşlik eder (Goldstone 1961). Kütesiz skaler alanlar için Lagranjiyen

$$\mathcal{L}(\varphi) = \frac{1}{2}(\partial_\mu \varphi)^2 - \mathcal{V}_\varphi \quad (2.29)$$

ile verilir. $\mathcal{L}(\varphi)$ bazı simetri grupları altında değişmezdir ve φ alanındaki çok küçük değişimler,

$$\delta\varphi = i\epsilon_a T^a \varphi \quad (2.30)$$

ile verilir, ϵ sonsuz küçük dönüşüm, T^a imajiner antisimetrik matristir.

$\mathcal{V}(\varphi)$ potansiyelinin minimumu etrafında pertürbasyonlar yapıldığında, φ alanının $\mathcal{V}(\varphi)$ potansiyelini minimum yapacak $\langle \varphi \rangle = v$ vakum beklenen değerine sahip olması beklenir. Bir çok alan için potansiyel

$$\mathcal{V}_{j_1 \dots j_n}(\varphi) = \frac{\partial^n}{\partial \varphi_{j_1} \dots \partial \varphi_{j_n}} \mathcal{V}(\varphi) \quad (2.31)$$

şeklinde tanımlanabilir. v ' nin, \mathcal{V} potansiyelinin bir ekstremum noktası olması

$$\mathcal{V}_j(v) = 0 \quad (2.32)$$

durumuna bağlıdır. Bu duruma ek olarak, v ' de minimum olma durumu

$$\mathcal{V}_{jk}(v) \geq 0 \quad (2.33)$$

ile verilir.

İkinci türev matrisi $\mathcal{V}_{jk}(v)$, skalerin kütle kare matrisidir. Bunu $\mathcal{V}(\varphi)$ potansiyelini değişken alanlar olan $\eta = \varphi - v$ cinsinden Taylor serisine açarak görebiliriz. Kütle terimi ise $\frac{1}{2}\mathcal{V}_{jk}\phi'_j\phi'_k$ şeklindedir.

Vakum beklenen değeri v 'nin (2.30) denklemindeki dönüşümler altındaki davranışı incelenirse iki durum söz konusu olur. Bunlardan ilki

$$T_a v = 0 \quad (2.34)$$

durumdur. Burada tüm a değerleri için simetri kırılmamıştır. (2.34) denklemini için yapılabilecek en genel tanım; "vakum beklenen değeri T_a yüküne sahip değildir ve bundan dolayı vakumda bir yük ortaya çıkmaz" olur.

Diğer durum ise

$$T_a v \neq 0 \quad (2.35)$$

durumdur. T_a yükü vakumda ortaya çıkar ve böylece yüke bağlı akı korunur. Bu durum kendiliğinden simetrinin kırılmasıdır.

Orjinal simetriye ait jeneratörlerden bir kısmı kendiliğinden kırılırken, bir kısmı kırılmaz. (2.34) denklemini sağlayan jeneratör kümesi,

$$T_a v = 0 \quad , \quad T_b v = 0 \quad , \quad [T_a, T_b]v = 0 \quad (2.36)$$

eşitliğini sağladıklarından dolayı komütasyon bağıntıları altında kapalıdır ve orjinal simetri grubunun kırılmamış alt grubunu oluştururlar. Çünkü $\mathcal{V}(\varphi)$ potansiyeli (2.30) denklemindeki dönüşümler altında invarianttır.

$$\mathcal{V}(\varphi + \delta\varphi) - \mathcal{V}(\varphi) = i\mathcal{V}_k(\varphi)\epsilon_a(T^a)_{kl}\varphi_l = 0 \quad (2.37)$$

bu denklem φ_j 'ye göre değiştirilirse

$$\mathcal{V}_{jk}(\varphi)(T^a)_{kl}\phi_l + \mathcal{V}_k(\varphi)(T^a)_{kj} = 0 \quad (2.38)$$

elde edilir. $\varphi = v$ alınıp denklemde yerine koyulduğunda ikinci terim (2.32) denkleminin dolaylı düşer ve

$$\mathcal{V}_{jk}(v)(T^a)_{kl}v_l \quad (2.39)$$

elde edilir. $\mathcal{V}_{jk}(v)$ terimi skaler alanlar için kütle kare matrisidir ve matris formunda yazılırsa

$$M^2 T^a v = 0 \quad (2.40)$$

şeklini alır. Kırılmamış alt gruba ait olan tüm T^a değerleri (2.40) denklemini sağlar. Fakat (2.40) denklemi, $T^a v \neq 0$ durumunda, $T^a v$ 'nin, özdeğerleri sıfır olan M^2 matrisinin, özvektörleri olmasını gerektirir. O'da kütleli bozon alanına karşılık gelir ve

$$\phi^T T^a v \quad (2.41)$$

ile tanımlanır ve Goldstone bozon olarak adlandırılır.

2.3.6. Yerel simetri kırılımı ve Higgs mekanizması

Goldstone teoremine göre, sürekli global simetrisinin kendiliğinden kırılması sıfır spinli kütleli bozon alanlarının varlıklarını öngörür. Sürekli yerel simetrisinin kendiliğinden kırılması ise bu kırılma ile ilişkili ayar bozonlarının kütle kazanması gerekliliğini öngörür. Bu mekanizma kütleli spin 1 parçacıkların tanımlanmasını sağlar. Ayar alanları, yerel

ayar invaryansı ve kendiliğinden simetri kırılma mekanizmasını içerisinde bulunduran mekanizmaya Higgs mekanizması denir (Higgs 1964), (Englert ve Brout 1964), (Guralnik ve ark. 1964). Higgs mekanizması, sıfırdan farklı taban durumda olan alanların, ayar bozonlarının kütlelerinin kaynağı olabileceklerini açıklar.

Ayar bozonlarının bu mekanizma yolu ile nasıl kütle kazandıklarını görmek adına Higgs mekanizmasını, abelyan $U(1)_{EM}$ simetrisine uygulayalım; KED bölümünde Lagranjiyenin değişmez kalmasını sağlamak için tanımlanan kovaryant türev ve vektör potansiyel olarak tanımlanan A_μ alanı ise

$$\mathcal{D}_\mu = \partial_\mu + iqA_\mu \quad A'_\mu = A_\mu - \partial_\mu(\theta(x)) \quad (2.42)$$

ile verilir. Kompleks skaler alan ve kütesiz A_μ ayar alanını içeren Lagranjiyen

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}(\mathcal{D}_\mu\varphi^\dagger)(\mathcal{D}^\mu\varphi) - \frac{1}{2}\mu^2(\varphi^\dagger\varphi) + \frac{1}{4}\lambda(\varphi^\dagger\varphi)^2 - \frac{1}{4}F^{\mu\nu}F_{\mu\nu} \quad (2.43)$$

ile verilir. İlk terim kovaryant türevi ikinci ve üçüncü terim potansiyel terimi son terim ise ayar alanı için kinetik terimi ifade eder.

Minimum enerji durumu olan vakum durumu $h(x)$ gerçel alanı ile pertürbe edilirse,

$$\varphi = \frac{v}{\sqrt{2}} + \frac{h(x)}{\sqrt{2}} \quad (2.44)$$

olarak yazılabilir. Burada $h(x)$ Higgs alanı, φ ise gerçel skaler bir alanı temsil eder.

(2.43) denklemindeki Lagranjiyenin ilk terimi açılırsa ve (2.44) denklemindeki φ' alanı,

(2.42) denklemindeki kovaryant türev ifadesinde yerine koyulursa

$$\frac{1}{2}(\mathcal{D}_\mu\varphi')(\mathcal{D}^\mu\varphi') = \frac{1}{2} \left[(\partial_\mu + iqA_\mu) \left(\frac{v}{\sqrt{2}} + \frac{h(x)}{\sqrt{2}} \right) \right] \left[(\partial^\mu - iqA^\mu) \left(\frac{v}{\sqrt{2}} + \frac{h(x)}{\sqrt{2}} \right) \right] \quad (2.45)$$

olur. (2.43) denklemindeki Lagranjiyende ikinci terim olan potansiyel terimi, alanlar ve

$\mu^2 = -\lambda v^2$ eşitliği yerine yerleştirilirse

$$\begin{aligned}\mathcal{V}_\varphi &= \frac{1}{2}\mu^2(\varphi^\dagger\varphi) + \frac{1}{4}\lambda(\varphi^\dagger\varphi)^2 \\ &= -\frac{1}{2}\lambda v^2 \left(\frac{v}{\sqrt{2}} + \frac{h(x)}{\sqrt{2}} \right) \left(\frac{v}{\sqrt{2}} + \frac{h(x)}{\sqrt{2}} \right) + \frac{1}{4}\lambda \left[\left(\frac{v}{\sqrt{2}} + \frac{h(x)}{\sqrt{2}} \right) + \left(\frac{v}{\sqrt{2}} + \frac{h(x)}{\sqrt{2}} \right) \right]^2\end{aligned}\quad (2.46)$$

bulunur. Lagranjiyenin kinetik kısmı ile potansiyel kısmı toplanır ve parçalar halinde incelenirse, Higgs alanı için serbest Lagranjiyen

$$\mathcal{L}_{serbest}^{Higgs} = \frac{1}{2}\partial_\mu h(x)\partial^\mu h(x) - \frac{1}{2}\lambda v^2(h(x))^2 \quad (2.47)$$

olarak elde edilir. İlk terim Higgs için kinetik terimi, ikinci terim ise Higgs alanı için kütle terimidir.

Aynı şekilde foton alanı için de serbest Lagranjiyen aşağıdaki gibi

$$\mathcal{L}_{serbest}^{foton} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + \frac{1}{2}q^2v^2A_\mu A^\mu \quad (2.48)$$

yazılabilir. (2.47) denkleminde olduğu gibi buradaki ilk terim kinetik kısmı içerir. İkinci kısım ise

$$m_{foton}^2 = \frac{1}{2}q^2v^2 \quad (2.49)$$

dir ve foton için kütle terimidir. Eğer $U(1)_{EM}$ simetrisi Higgs mekanizması ile kırılmış olsaydı foton (2.49) denkleminde ifade edilen şekilde bir kütle terimine sahip olacaktı. Fakat foton kütsüz bir ayar bozonu olduğundan dolayı, $U(1)_{EM}$ ayar simetrisi kırılmamış bir simetridir.

2.3.7. Simetri Kırılımından Sonra Elektrozayıf Model

Ayar teorilerindeki kendiliğinden kırılma mekanizması olan Higgs mekanizmasını da inceledikten sonra elektrozayıf kuvvet ele alınabilir.

Glashow-Weinberg-Salam modeli, zayıf kuvvetin ara parçacıkları olan W^\pm ve Z^0 ayar bozonlarının başlangıçta kütsüz olmalarını, yeni teori için oluşturulacak Lagranjiyen elektron, müon ve tau için kütle terimleri içermemelerini, ayar simetrisi gibi iç simetri grupları altında invaryant olmasını, eklenecek bir skaler alan (Higgs alanı) sıfırdan farklı bir vakum beklenen değeri oluşturacak ve kendiliğinden simetri kırılması sonucunda elektron, müon, tau ve ayar bozonları için kütle terimleri ortaya çıkarken, foton ve nötrinolar yine kütsüz olarak kalacak şekilde ayarlanmıştır.

Simetri kırılma mekanizmasında kullanılacak Higgs skaler alanı $SU(2)_L \times U(1)$ simetrisi altında ikili olarak,

$$\varphi = \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix}$$

tanımlanır. Higgs alanının elektrozayıf yükleri $I_3 = -1/2$ ve $Y = 1$ dir. Higgs ikilisinin içerisindeki alanlar (Bilenky 1982)

$$\phi^+ = 0 \quad , \quad \phi^0 = \frac{v + h(x)}{\sqrt{2}} \quad (2.50)$$

şeklinde seçilebilirler. Buradaki v terimi 0 haricinde bir vakum beklenen değeri oluşturarak simetriyi kırıp ayar bozonları ve leptonlar için kütle terimlerini oluşturacak terimdir. $h(x)$ ise Higgs alanıdır.

2.3.7.1. Simetri kırılımı sonucunda ayar bozonlarının kütle terimleri

Simetri kırılımından sonra ayar bozonları için kütle terimleri Lagranjiyede yer alan $\left[(\mathcal{L}^\mu \varphi)^\dagger \mathcal{L}_\mu \varphi \right]$ kinetik kısımdan elde edilebilir. Higgs ikilisi kovaryant türevde yerine yerleştirildiğinde (Bogoliubov ve Shirkov 1982)

$$\mathcal{D}_\mu\varphi = \partial_\mu\varphi + i\frac{g}{2}\vec{\tau} \cdot \vec{W}_\mu\varphi + i\frac{g'}{2}B_\mu\varphi \quad (2.51)$$

olur. Burada $\vec{\tau}$, $SU(2)$ matrisleridir. Alanlar için

$$W_\mu^+ = \frac{W_\mu^1 - iW_\mu^2}{\sqrt{2}}, \quad W_\mu^- = \frac{W_\mu^1 + iW_\mu^2}{\sqrt{2}} \quad (2.52)$$

tanımlamalarının ardından kovaryant türev ve kovaryant türevin kompleks eşleniği $(\partial^\mu\varphi)^\dagger \partial_\mu\varphi$ çarpıldığında ayar bozonları için kütle terimleri

$$\mathcal{L}_{bozon}^{k\u00fctle} = +\frac{v^2g^2}{4}W^{\mu-}W_\mu^+ + \frac{g^2v^2}{8}W^{\mu3}W_\mu^3 - \frac{gg'v^2}{8}W^{\mu3}B_\mu - \frac{gg'v^2}{8}B^\mu W_\mu^3 + \frac{g'^2v^2}{8}B^\mu B_\mu \quad (2.53)$$

elde edilir. W^+ ile W^- , W_μ^3 ve B_μ alanları ile karışım halinde olmadığından ilk terimden W^+ ve W^- için kütle değeri

$$M_W^2 = \frac{g^2v^2}{4}, \quad M_W = \frac{gv}{2} \quad (2.54)$$

olur. Aynı durum karışım halinde olduklarından dolayı W_μ^3 ve B_μ alanları için yapılamaz. Kütle Lagranjiyenindeki son dört terim matris formunda aşağıdaki gibi

$$\mathcal{L} = \begin{pmatrix} B_\mu & W_\mu^3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{8}g^2v^2 & -\frac{1}{8}gg'v^2 \\ -\frac{1}{8}gg'v^2 & \frac{1}{8}g^2v^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} B^\mu \\ W^{\mu3} \end{pmatrix} \quad (2.55)$$

yazılabilir. Alanlar karışım halinde olduklarından gözlemlenemezler. Gözlemlenebilir nicelikler özdeğerler olduğundan (2.55) denklemindeki matris diyagonalize edilmelidir.

Matrisler

$$U^\dagger A U = D \quad (2.56)$$

ifadesi ile diyagonalize edilir. (2.55) denklemindeki matrisi diyagonalize etmek için

$$\begin{pmatrix} B^\mu \\ W^{\mu 3} \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}} \begin{pmatrix} A^\mu \\ Z^\mu \end{pmatrix} \quad (2.57)$$

matrisi kullanılır. Alınacak herhangi bir matris sağdan ve soldan bu matris ile çarpıldığında değişmeden kalacaktır. (2.57) matrisi (2.55) eşitliğinde yerine yerleştirilirse

$$\begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{8}g^2v^2 & -\frac{1}{8}gg'v^2 \\ -\frac{1}{8}gg'v^2 & \frac{1}{8}g'^2v^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix} \quad (2.58)$$

ifadesi bulunur $\cos \theta = c$ ve $\sin \theta = s$ yazılır $\frac{1}{8}v^2$ katsayı olarak dışarı alınıp ve matris çarpımları gerçekleştirildiğinde

a ve b değerleri için

$$\begin{aligned} a &= c^2g^2 - 2scgg' + s^2g'^2 \\ b &= s^2g^2 + 2scgg' + c^2g'^2 \\ 0 &= gg'(s^2 - c^2) - scg^2 + scg'^2 \end{aligned} \quad (2.59)$$

eşitlikleri yazılabilir.

Bu eşitlikler çözüldükten sonra a ve b , değerleri Lagranjyende yerine yerleştirildiğinde

$$\mathcal{L} = 0\frac{1}{8}v^2A_\mu A^\mu + \frac{1}{8}v^2(g'^2 + g^2)Z_\mu Z^\mu \quad (2.60)$$

olur. (2.60) denkleminde foton ve Z^0 bozonu için kütle değerleri

$$M_A = 0 \quad , \quad M_Z = \frac{1}{2\sqrt{2}}v\sqrt{g'^2 + g^2} \quad (2.61)$$

olarak bulunur. SM'in elektrozaıf simetri grubu Higgs mekanizması ile kırıldığında W^\pm ve Z^0 ayar bozonları kütle kazanırken foton kütsüz kalmaktadır.

2.3.7.2. Simetri kırılımı sonucunda leptonların kütle terimleri

Simetri kırılımı sonrasında Dirac Lagranjyeni kütle terimi ile birlikte aşağıdaki gibi

$$\mathcal{L}_{Lepton} = i\bar{\psi}_L\gamma^\mu\partial_\mu\psi_L + i\bar{\psi}_R\gamma^\mu\partial_\mu\psi_R - m_l(\bar{\psi}_R\psi_L + \bar{\psi}_L\psi_R) \quad (2.62)$$

ifade edilir. Kütle teriminde yer alan m skaler bir sayıdır ve Higgs ikilisi bu denklemde yerine yerleştirildiğinde

$$\mathcal{L} = G(\bar{\psi}_R\varphi^\dagger\psi_L + \bar{\psi}_L\varphi\psi_R) \quad (2.63)$$

elde edilir. Burada G , Higgs alanı ile leptonların etkileşmelerinin şiddetini belirleyen etkileşme terimidir. Leptonların ilk ailesinden olan elektron ele alınır ve Higgs alanı (2.62) denklemde yerine yerleştirildiğinde

$$\mathcal{L} = G \left\{ v\bar{e}_R e_L + \frac{h(x)}{\sqrt{2}}\bar{e}_R e_L + v\bar{e}_L e_R + \frac{h(x)}{\sqrt{2}}\bar{e}_L e_R \right\} \quad (2.64)$$

elde edilir. Elektron için kütleli içeren terim

$$- Gv(\bar{e}_R e_L + \bar{e}_L e_R) \quad (2.65)$$

dir. Elektronun kütlesi $m_e = Gv$ ile verilir. Higgs mekanizması ile $U(1)_{EM}$ simetrisine kırılan yerel $SU(2)_L \times U(1)_Y$ simetrisi elektron için kütle terimi yaratırken nötrinoyu külesiz bırakır. Fakat yapılan deneylerde nötrinoların çok ufakta olsa kütleli oldukları gözlemlenmiştir. Bu da SM'nin tamamlanmamış bir model olduğunun ve SM'in ötesinde yeni modellerin tanımlanabileceğinin bir göstergesidir.

2.4. Standart Model'in Problemleri

Standart Model düşük enerji skalalarında deneylerle mükemmel olarak adlandırılabilir derecede uyumlu sonuçlar veren başarılı bir teoridir fakat halen deneysel verilere ihtiyaç duymaktadır. Bu denli başarılı olmasının yanı sıra cevaplamakta eksik kaldığı sorulara, açıklamakta yetersiz kaldığı olgulara ve çözüm getiremediği problemlere de sahiptir.

Bu problemlerden bazıları

- Hiyerarşi problemi
- Temel sabitler ve kuplajların değerleri
- Baryon Antibaryon asimetrisi
- Karanlık madde ve karanlık enerji
- Nötrino osilasyonları ve kütleleri
- Kuantumsal kütle çekimi
- ...

dir.

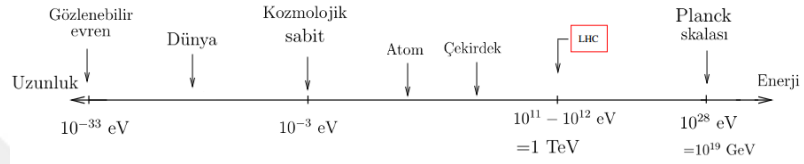
2.4.1. Hiyerarşi problemi

Standart Model'in en büyük problemlerinden biri hiyerarşi problemidir. Tüm fizik teorilerinin etkili olduğu alanlar ve uygulamalar farklıdır. Çeşitli teoriler veya fiziğin çalışma alanları ve onların enerji skalaları çizelge (2.4) de verilmiştir (Postma 2006). Parçacık fiziğinde farklı skalalar arasında çok büyük enerji farkları bulunmaktadır. Özellikle Elektrozayıf skala (10^2) ile Planck skalası (10^{19}) arasındaki fark elektrozayıf simetri kırılımı sırasında doğal olmayan etkilere yol açar. Evrenin enerji skalası şekil (2.3)'te görselleştirilmiştir (Tong 2007).

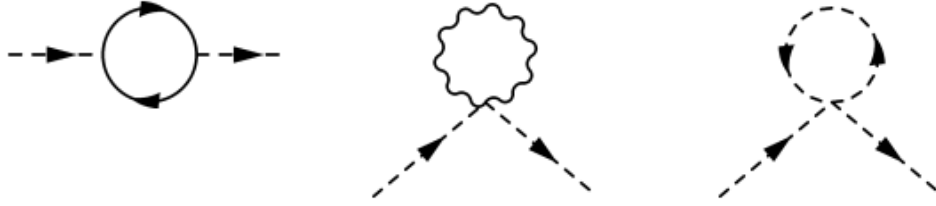
Standart Model'in kesilim skalasının Λ olduğunu varsayalım. Bu skalada tanımlanacak

Fiziksel Teoriler	Enerji skalası
Atom Fiziki	$\sim 1 eV - 10 keV$
Nükleer Fizik	$\sim 1 MeV - 1 GeV$
Elektrozayıf Teori	$\sim 10^2 GeV - (?) GeV$
Büyük Birleşik Teoriler	$10^{14} GeV$
Sicim Teorisi	$10^{19} GeV$

Çizelge 2.4. Fiziksel teorilerin enerji skalaları



Şekil 2.3. Evrenin enerji uzaklık skalası



Şekil 2.4. Vakum düzeltmeleri için döngü diyagramları

yeni fizik, ayar kuplajlarına, Yukawa kuplajına ve Higgs potansiyeline bağlıdır.

Standart Model'in enerji skalası veya Standart Model'de yer alan tüm parçacıkların kütleleri Higgs alanının vakum beklenen değeri ile orantılıdır. $\langle \phi \rangle$, Higgs alanının potansiyelini minimum yapacak şekilde belirlenir.

$$\mathcal{V}_\phi = -\mu^2 \phi^2 + \lambda \phi^4 \quad (2.66)$$

$$\langle \phi \rangle = \frac{\mu}{\sqrt{2\lambda}}$$

μ parametresine gelen ilgili diyagram katkıları şekil (2.4)'deki gibidir ve diyagramlar

Higgs kütlesi için vakum düzeltmeleri içerirler. Bu vakum düzeltmeleri üst kuark döngüsünden, $SU(2) \otimes U(1)$ ayar bozonu döngüsünden ve Higgs'in kendisi ile yapmış olduğu döngüden gelir. Bu diyagramlardan gelen katkıların tümü sonsuzluk getirdiğinden dolayı bazı yöntemlerle bu sonsuzlukların ortadan kaldırılması gerekmektedir. Boyutsal düzenleme (Dimensional regularization) ('t Hooft ve Veltman 1972), (Bollini ve Giambiagi 1972), ('t Hooft 1973), (Ryder 1996) veya Pauli-Villars düzenlemesi (Pauli-Villars regularization) (Pauli ve Villars 1949) bu sonsuzlukları gidermek için kullanılabilir. Kesilim skalası olarak Λ alındığında şekil (2.4)'de yer alan tüm diyagramlar kesilim skalasına kuadratik olarak bağlı olurlar. Böylece μ parametresi

$$\mu^2 = \mu_0^2 + \Lambda^2 (\lambda_t^2 c_1 + g^2 c_2 + \lambda c_3 + \text{yüksek mertebeli terimler}) \quad (2.67)$$

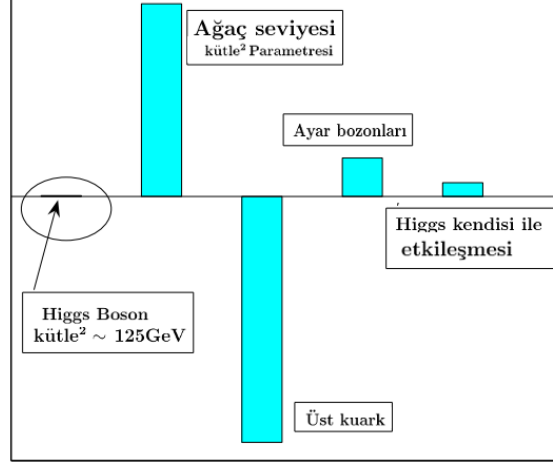
olur ve burada $\mu_0 = \sqrt{2\lambda} \langle \phi \rangle$ dir. Ayar bozonlarının kütleleri üzerinden gelen elektrozayıf ölçümlerden yola çıkarak $\langle \phi \rangle \sim 250 GeV$ civarında olduğunu biliyoruz. Eğer Standart Model, Planck skalasına çekilirse yeni kesilim skalası değeri $\Lambda = 10^{19} GeV$ olacaktır. Bu durumda

$$\frac{\mu^2}{\Lambda^2} = 10^{-34} = \frac{\mu_0^2}{\Lambda^2} + (\lambda_t^2 c_1 + g^2 c_2 + \lambda c_3 + \text{yüksek mertebeli terimler}) \quad (2.68)$$

olacaktır. Böylece Higgs kütle parametresinin, Standart Model parçacıklarının bilinen kütleleri, Higgs' in fiziksel kütlelerinin düşük enerji skalasındaki değerini korumak için 10^{34} mertebesinde ince-ayara (Popovic 2002) (fine-tuning) tabi tutulması gerekir. Ayrıca μ_0^2/Λ^2 değeri teoreminin yüksek enerji skalasına bağlıdır ve düşük enerji skalalarında ince-ayara ihtiyaç duymaz.

Kesilim skalası olan $\Lambda = 10 TeV$ civarında alındığında yapılması gerekli ince-ayar miktarı yaklaşık olarak Higgs kütlelerinin %1 mertebesinde (Postma 2006). Bu durum şekil (2.5)'te görselleştirilmiştir.

$\Lambda = 1 TeV$ alındığında, döngülerden gelen katkılar yaklaşık olarak, üst kuark döngüsü için $-(200 GeV)^2$, $SU(2) \otimes U(1)$ ayar bozonları döngüsü için $(75 GeV)^2$ ve Higgs döngüsü için $(45 GeV)^2$ 'dir. Bu durumda ince-ayar'a ihtiyaç yoktur.



Şekil 2.5. SM kesilim skalası $\Lambda = 10 TeV$ alındığında Higgs kütlesi için ince-ayar miktarı

Tanımlanacak yeni fiziğin enerji skalası, Standart Model' in enerji skalasından çok farklı olmamalıdır. 2. dereceden Higgs kütlesi yani 1-döngü seviyesindeki Higgs kütlesi

$$m_H^2 = \frac{1}{2}\lambda v^2 + \Delta m_{H,i}^2 \quad (2.69)$$

denklemleri ile hesaplanabilir. Burada $\Delta m_{H,i}$, i . parçacıktan gelecek olan katkıyı temsil eder. Higgs kütlesine 1-döngü seviyesinde, fermiyonlardan, ayar bozonlarından ve kendisi ile yaptığı kuplajdan kuantum katkılar gelir.

Şekil (2.6)'de görüleceği üzere 1-döngü seviyesindeki kuantum katkılar kesilim skalası Λ 'ya bağımlıdır ve kuadratik olarak iraksama gösterirler. Higgs kütlesine gelen bu katkılar

$$\delta m_H^2 = \frac{\Lambda^2}{16\pi^2} (\lambda^2 + g^2 - 6\lambda_t^2) \quad (2.70)$$

şeklinde ifade edilir. Eğer $\Lambda \gg 10 TeV$ alınırsa Higgs kütlesine gelecek olan kuantum katkıları Higgs'in kendi kütlesinden çok çok büyük olacaktır.

$$\delta m_H^2 \gg m_H^2 \quad (2.71)$$

$$\begin{aligned}
& \sim \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \frac{1}{k^2 - M_H^2} \sim \frac{1}{16\pi^2} \lambda^2 \Lambda^2 \sim \delta_H m_H^2 \\
& \sim \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \frac{1}{k^2 - M_G^2} \sim \frac{1}{16\pi^2} g^2 \Lambda^2 \sim \delta_G m_H^2 \\
& \sim \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \frac{i}{\not{k} - m_f} \frac{i}{(\not{k} - \not{p}) - m_f} \sim -\frac{3}{8\pi^2} \lambda_t^2 \Lambda^2 \sim \delta_f m_H^2
\end{aligned}$$

Şekil 2.6. 1-döngü seviyesinde Higgs kütesine gelen katkılar

denklemleri ile ifade edilen bu durum hiyerarşi problemi olarak adlandırılır. Higgs kütesi yeni fizik skalalarına kuadratik olarak hassasiyet gösterir. Bu problem sadece temel skalerlerde görülür.

Skalerlerin aksine fermiyonlara ve ayar bozonlarına gelen katkıları onların kütleleri ile orantılıdır. Böylelikle fermiyonlar ve ayar bozonlarının kütleleri teorik olarak doğaldır. Fermiyonların kütleleri kiral simetri tarafından korunurken ayar bozonlarının kütleleri ayar simetrisi tarafından korunur. Bu parçacıkların kütle parametrelerine gelen katkıları (2.72) denkleminde gösterildiği gibi kesilim skalasına logaritmik olarak bağıllık gösterir.

$$\begin{aligned}
\Delta m_e &\sim m_e \ln \left(\frac{\Lambda}{m_e} \right) \\
\Delta m_W^2 &\sim m_W^2 \ln \left(\frac{\Lambda}{m_W} \right)
\end{aligned} \tag{2.72}$$

2.4.2. Temel sabitler ve kuplajların değerleri

Standart Model toplamda 19 adet serbest parametreye sahiptir. Bu serbest parametreler deneylerde bulunup teorinin içine aktarılmışlardır. Bu serbest parametreler ;

- 9 adet Fermiyon kütlesi (izelge (2.1))
- 4 adet karışım açısı (Beringer ve ark. 2012)
- Vakum beklenen değeri $v = 246 \text{ GeV}$ (Amsler ve ark. 2008)
- Higgs bozonun kütlesi $m_H = 125.3 \pm 0.6 \text{ GeV}$ (Collaboration 2012)
- KRD vakum açısı $\Theta_{KRD} \sim 0$ (Abe ve ark. 1995)
- 3 tane kuplaj sabiti, $SU(3)_C$ için g_s , $SU(2)_L$ için g ve $U(1)_Y$ için g' değerleri

2.4.3. Baryon-antibaryon asimetrisi

Evrende gözlenen baryon-antibaryon asimetrisi, hareket denklemlerinde elektrik yükü ve parite simetrisinin ihlal edildiğini gösterir. Baryon-antibaryon asimetrisinin sebebi nedir? sorusuna SM cevap verememektedir.

2.4.4. Karanlık enerji ve karanlık madde

Evrenin sadece %4.9' luk kısmı bildiğimiz maddeden yani baryonik maddeden oluşmaktadır. Geriye kalan %95.1' lik kısmı için SM herhangi bir açıklama yapamamaktadır. Karanlık madde veya karanlık enerji için herhangi bir aday gösterememektedir.

Kozmik mikrodalga arkaplan ışınması lmleri (Ade ve ark. 2014) (Frieman ve ark. 2008) evrenin %68.3' lk kısmının karanlık enerjiden oluştuğunu göstermektedir. Bu enerjinin, evrenin ivmelenerek genişlemesinden sorumlu olan ve evrenin her yerine yayılan hipotetik bir enerji olduğu düşünülmektedir.

2.4.5. Nötrino osilasyonları ve kütleleri

Son dönemlerde yapılan deneylerde nötrinoların, SM'in öngörülerinin aksine az da olsa kütleye sahip oldukları görülmüştür. Nötrino fiziği şu an en fazla çalışma yapılan alanlardan biridir. Seesaw mekanizması yardımıyla veya nötrinoları yeni fermiyonlar olan Majorana fermiyonu olarak tanımlayarak bu problem çözülmeye çalışılmaktadır. Daha geniş ve detaylı bilgi için (Kodama *ve ark.* 2001) ve (Tong 2007) referansları incelenebilir.

2.4.6. Kuantumlu kütle çekimi

SM' de kütle çekiminin kuantum teorisi yer almaz. Süpersimetri, Sicim kuramı ve Döngü Kuantum kütle çekimi kuramları (Quevedo *ve ark.* 2010), (Schwarz *ve ark.* 1988), (Rovelli 2007) gibi bir çok model kütle çekiminin kuantum teorisini oluşturmaktadır. Fakat oluşturulan mekanizmalardan hiçbiri tümüyle kabul görmemiştir.

2.5. Standart Model Ötesi Modeller

Standart Model'in güvenilirliği ve hassasiyeti gerçekleştirilen deneysel araştırmalar ile kuramsal hesaplamaların uyumu ile belirlenir. SM, düşük enerji skalalarında oldukça başarılı sonuçlar verirken enerji skalası TeV mertebelerine çıktıkça bir takım sorunlar yaşamakta ve bu sorunlara çözüm getirememektedir. Bu noktadan yola çıkarak SM'nin düşük enerji skalalarında geçerli olduğunu yüksek enerji skalalarındaki fiziği incelemek adına başka teorilerin de bulunabileceği sonucuna varabiliriz. SM'nin (2.4) bölümünde incelenen problemlerinden birine veya birkaç tanesine çözüm üretmek adına Standart Model ötesi modeller önerilmiştir. Bu modellerden birkaçı,

- Küçük Higgs Teorileri
- Sağ Sol İkiz Higgs Model
- İki Higgs İkili Model

- Süpersimetri
- Teknirenk
- Kompozit Modeller
- Büyük Birleşim kuramı
- ...

örnek olarak verilebilir.

2.5.1. Sağ Sol ikiz Higgs model

Sağ-Sol İkiz Higgs Model ([Goh ve Su 2007](#)), ([Chacko ve ark. 2006](#)) Standart Model'in hiyerarşi problemini çözmek adına oluşturulmuş SM ötesi bir modeldir. İkiz Higgs modelin sağ-sol simetrik modelin içerisine eklenmesi ile oluşturulmuştur. SM'nin sahip olduğu parçacık spektrumuna ek olarak TeV mertebesinde kütleyle sahip yeni fermiyonlar ve bozonlar ve Higgs'ler tanımlanmaktadır. Tanımlanan bu yeni ağır parçacıklar ile elektrozayıf simetri kırılımı sırasında Higgs kütle terimine gelen kuantum katkılar ortadan kaldırılır. Modelin tanımladığı yeni Higgs'lerden bazıları SM hem ayar bozonları ile hem de fermiyonlar ile etkileşirken bazıları sadece bozonlar ile etkileşirler.

2.5.2. Süpersimetri (SÜSİ)

Standart Model ötesinde yer alan modellerden en fazla bilinen ve en çok çalışılan modeldir. SÜSİ, her fermiyon için bir bozonik eş her bozon için ise bir fermiyonik eş tanımlamaya olanak sağlayacak bir uzay zaman simetrisidir. Örneğin; kuark eşi olarak skuarkları, elektrona eşi olarak selektronu ve W bozon eşi olarak da Wino tanımlanır. Modelde her parçacık için bir süpersimetrik eş tanımlanmıştır. SÜSİ, hiyerarşi problemini farklı spin değerlerine sahip olan fermiyonik ve bozonik eşleri kullanarak ortadan kaldırır. Literatürde çok fazla süpersimetrik model yer almaktadır. SM en küçük genişletilmiş hali olarak Minimal Süpersimetrik Model'dir. Daha detaylı bilgiye ([Martin 1997](#)), ([Lykken 1996](#)) ve ([Labelle 2010](#))'den ulaşılabilir.

2.5.3. İki Higgs Dublet Model

Standart Model (SM) tek bir Higgs skaler alanı ile oluşturulmuş olsa da SM'nin simetrisi iki veya daha fazla alanlardan oluşmasını engellemez. $SU(2)_L \times U(1)_Y$ ayar grubunu temel alan İki Higgs Dublet Model (2HDM), aynı kuantum sayılarına sahip $Y = 1$ hiperyüküklü iki Higgs skaler alanından oluşmaktadır. Böylece bu model aynı kuantum sayılarına sahip Φ_1 ve Φ_2 olacak şekilde iki dublet ile oluşturulmuştur. İki Higgs dubletlerine bağlı olarak oluşan v_1 ve v_2 vakum beklenen değerleri ile SM Higgs alanının v_{SM} vakum beklenen değeri arasında $v_{SM}^2 = v_1^2 + v_2^2$ şeklinde bağlantı vardır (Osland ve ark. 2008), (Diaz 2002).

2.5.4. Teknirenk

Bu modelde temel skaler olan Higgs alanı yer almaz. Onun yerine yüksek enerjilerde etkileşme gösteren *teknifermiyon* alanları vardır. Bu teknifermiyonlar, Higgs gibi davranan spinsiz yoğunluğu kırarlar. Bu yoğunluk kırılımı sonucunda elektrozayıf simetri kırılımı tetiklenir. Elektrozayıf hassasiyet ölçümlerinin getirdiği sınırlamalar ile teknirenk modellerini birleştirmek oldukça zordur. Teknirenk modelleri hakkında daha yaygın çalışmalara (Eidelman ve ark. 2004) ve (Kaul 1983)' ten ulaşılabilir.

2.5.5. Kompozit Modeller

SM kuarklar ve leptonları en temel parçacıklar olarak tanımlar ve herhangi bir içyapıya sahip olmadıklarını söyler. Lepton ve kuark ailelerinin, aile içerisindeki kütleleri haricindeki tüm kuantum sayılarının aynı olması, leptonlar ve kuarkların zayıf etkileşmelerde benzer özellik göstermesi gibi nedenlerden dolayı bir iç yapıya sahip olabilecekleri düşünülmüştür. Kompozit modellerde leptonlar ve kuarkların preon adı verilen noktasal parçacıklardan oluştuğu öngörülmektedir. Bu öngörü ilk olarak 1974 yılında Jogesh Pati ve Abdus Salam tarafından ortaya atılmıştır (Pati ve Salam 1974).

2.5.6. Büyük Birleşim Kuramı

1861-1865 yılları arasında James Clerk Maxwell elektrik alan ile manyetik alan arasındaki ilişkiyi açıklayarak elektromanyetizmayı tanımlamıştır. Aynı birleşme durumunu evrende yer alan dört temel kuvvetten üçü için de geçerli olabileceği düşünülmektedir. Bu 3 kuvvetin yüksek enerji skalalarında tek bir kuvvet olması gerektiğini öngören kuramlar Büyük Birleşim Kuramları olarak adlandırılır. Bu teoriler, SM'nin ayar simetrisi olan $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$ simetrisinin daha genel olan başka bir simetrisinin alt grubu olarak alır ve bu simetrilere ait kuplaj sabitlerinin yüksek enerji skalalarında tek bir noktada birleşebileceğini öngörürler. Daha detaylı bilgi için (Mills 2000) ve (de Boer 1994) incelenebilir.

3. MATERYAL ve YÖNTEM

3.1. Küçük Higgs Teorileri

Küçük Higgs (Little Higgs) teorileri (KHT), SM'de yer alan hiyerarşi problemini çözmek adına oluşturulmuş süpersimetrik olmayan teorilerdir. Hiyerarşi problemini, SM'de yer alan Higgs bozonunu, yüksek enerji seviyelerindeki simetrilerin kırılımından gelen Pseudo-Goldstone bozon olduğunu kabul ederek çözer. Higgs kütle parametresine kuantum katkılar gelebilmesi için yüksek enerji seviyelerindeki simetri ile elektrozayıf simetrinin ikisinin birden kırılması gerekir. Böylelikle 1-döngü seviyesindeki kuadratik ıraksama terimleri, eklenecek yeni ek simetri tarafından engellenmiş olur.

3.2. Modelin Temelleri

Küçük Higgs teorilerinde Higgs parçacığı bir Pseudo-Goldstone Bozon olarak tanımlanır. Küçük Higgs teorileri, dörtlü etkileşmelerin yanı sıra ayar ve Yukawa etkileşmelerini içerirken 1-döngü seviyesinde kuadratik ıraksama terimleri ortaya çıkarmazlar. Yüksek enerji skalalarında yer alan simetrilerin kırılmasıyla beraber Higgs parçacıkları oluşur. Küçük Higgs teorilerinde, elektrozayıf simetri kırılımı ve bu kırılım mekanizmasına benzer başka bir simetri kırılımı ile birlikte toplam iki adet simetri kırılımı meydana gelir. İlk olarak 1970'lerde Weinberg (Weinberg 1972), Georgi ve Kaplan (Kaplan ve Georgi 1984) ve Dimopoulos (Kaplan ve ark. 1984), KRD'de pionların kütle kazanım mekanizmasını inşa etmeyi denediler. Kuantum alan teorisinde, sürekli simetrinin kendiliğinden kırılması ile kütesiz kuantum olan Goldstone bozonları ortaya çıkar. Pseudo-Goldstone bozonları, Goldstone bozonları gibi sürekli simetrinin kırılması ile oluşurlar, fakat bu simetri tümüyle kırılmalıdır. Pseudo-Goldstone bozonlarının oluşabilmesi için Lagranjiyenin içerisine simetriyi kıracak bir terim eklenmelidir. KRD'de kuark çeşni simetrisi kuark yoğunlaşması ile kırılır. Bu simetri kırılmasıyla oluşan pionlar, KRD'nin Pseudo-Goldstone bozonlarıdır. Çünkü Lagranjiyenin içerisine, simetriyi kıracak ve Goldstone bozonlarını

oluşturacak bir potansiyel (kütle) terimi eklenir. Eklenen bu terim Goldstone bozonlarını Pseudo-Goldstone bozonlarına çevirir.

2001 yılında Nima Arkani-Hamed, Andy Cohen ve Howard Georgi, Higgs alanının içerisinde bulunduğu simetri uzayının genişletilebileceğini öngördüler. Genişletilen simetri uzayı, simetri kırılma mekanizmaları ile bilinen $SU(2) \times U(1)$ simetrisine indirgenmeliydi. Bu mekanizma Küçük Higgs teorilerinin temel yapı taşı oluşturuyordu (Arkani-Hamed ve ark. 2001). Oluşturulan ilk modelde (Arkani-Hamed ve ark. 2002b) global simetrinin kırılımı lineer olmayan (non-linear) sigma model ile gerçekleştiriliyordu.

Küçük Higgs teorileri (Arkani-Hamed ve ark. 2001), (Arkani-Hamed ve ark. 2002b), (Arkani-Hamed ve ark. 2002a), (Arkani-Hamed ve ark. 2002c), (Kaplan ve Schmaltz 2003), (Low ve ark. 2002), (Han ve ark. 2003), (Schmaltz ve Tucker-Smith 2005) kesilim skalası $\Lambda = 10 TeV$ civarında geçerli olan teorilerdir. Elektrozayıf hassasiyet ölçümlerindeki sınırlamalar (EWPD) (Csaki ve ark. 2003a), (Csaki ve ark. 2003b), (Hewett ve ark. 2003), (Chen ve Dawson 2004), (Kilian ve Reuter 2004), (Meade ve Reece 2006) 10 TeV civarındaki enerjilerde yeni teorilerin oluşumuna izin verir.

Küçük Higgs teorileri, 100 GeV mertebesindeki enerjilerde yer alan elektrozayıf skala ile $\Lambda = 10 TeV$ civarındaki kesilim skalaları arasındaki boşluğu, yeni simetritler ve kırılma mekanizmaları tanımlayarak doldurur (Lukkezen 2008).

Yüksek enerjilerde yer alan bu tür modellerin özellikleri (Han ve ark. 2003),

- Higgs alanları; Λ gibi yüksek enerji skalalarında meydana gelen global simetrinin kırılması ile oluşan Goldstone bozonlarıdır (Dimopoulos ve Preskill 1982), (Georgi ve Kaplan 1984), (Georgi ve ark. 1984), (Dugan ve ark. 1985), (Banks 1984).
- Higgs alanları, elektrozayıf skalada gerçekleşen simetri kırılımlıyla Pseudo-Goldstone bozon olurlar ve kütle kazanırlar.
- Higgs alanları yaklaşık global simetri tarafından korunur. Böylelikle 1-döngü seviyesinde kuadratik ıraksama terimleri ortadan kalkar. Ayrıca Λ gibi yüksek enerji skalalarında ince-ayar'a ihtiyaç duymadan Higgs kütle terimi hafif kalmış olur.

tanımlamalarıyla ifade edilmektedir. Küçük Higgs teorilerinde 1-döngü seviyesinde kuadratik ıraksama terimlerinin ortaya çıkmamasının sebebi, sahip olunan simetrinin iki veya

daha fazla kuplaj tarafından kırılmasıdır. Tabii ki bu şekildeki kırılmalar birden fazla simetriyi kıracakları için kuadratik ıraksama terimleri yine oluşacaktır. Fakat oluşacak yeni kuadratik ıraksama terimleri en az 2-döngü seviyesinde olup çok ufak katkılar getireceklerdir.

Λ kesilim skalası ile, global simetriyi kıran f mertebesindeki vakum beklenen değeri (v) ve elektrozayıf skalanın vakum beklenen değeri olan v arasındaki ilişki boyutsal analiz (naive dimensional analysis) kullanılarak yazılabilir. L adet döngüye sahip olan efektif aksiyonların operatör katsayılarına gelen katkılar (Cohen ve ark. 1997)

$$\frac{1}{g^2} \left(\frac{g^2}{16\pi^2} \right)^L \quad (3.1)$$

ifadesi ile verilir. Her bir döngü için $1/16\pi^2$ 'lik bir çarpan gelir. Doğal bir teoride g 'nin renormalize edilebilir olabilmesi için 4π 'ye eşit veya daha küçük olması gerekir. Bu nedenle kesilim skalası, modelin kırılma skalası f ve elektrozayıf kırılma skalası v 'ye aşağıdaki gibi,

$$\Lambda = g f = g^2 v \quad , \quad \Lambda \approx 4\pi f \approx 16\pi^2 v \quad (3.2)$$

bağlıdır. Bu ifadeler, $v \approx 100 \text{ GeV}$ için teorinin 10 TeV seviyelerine kadar geçerli bir teori olacağını söyler.

Küçük Higgs teorileri, Yukawa ve ayar sektörlerinin yapısına bağlı olarak literatürde Çarpım (Product) grup model ve Basit (Simple) grup model olarak ikiye ayrılırlar.

Çarpım grup modelleri, G ile temsil edilen global simetri gruplarına sahiptirler. Skaler bir alanın vakum beklenen değeri ile global G simetrisi, H ile tanımlanan alt simetri grubuna kırılır. G global simetrisinin içerisinde iki veya daha fazla ayar grubu bulunur ve yoğunlaşma ile SM ayar grubu olan $SU(2) \times U(1)$ 'e kırılır.

Çarpım grup model içerisinde, $SU(5)/SO(5)$ üzerine kurulu Küçük Higgs (Littlest Higgs) model (Arkani-Hamed ve ark. 2002b), Minimal Moose (Arkani-Hamed ve ark. 2002c), (Schmaltz ve Tucker-Smith 2005), $SU(6)/SP(6)$ üzerine kurulu modeller (Low ve ark. 2002), eklenen custodial simetrisiyle genişletilmiş Küçük Higgs model (Georgi ve Kaplan 1984), (Chang ve Wacker 2004), (Chang 2003), $SU(9)/SU(8)$ üzerine kurulu modeller (Skiba ve Terning 2003) bulunmaktadır.

Çarpım grup içerisinde yer alan modeller, yeni tanımlanan ayar gruplarına ait serbest parametreler içerirler. Fermiyon kısmının genişletilmesinde de en ekonomik olan modellerdir. Örneğin Küçük Higgs Model'de sadece bir tane fermiyon tanımlanır. Bu tanımlanan fermiyon, SM üst kuarkından (t) gelen kuadratik ıraksama terimlerini ortadan kaldırmakta kullanılacak yeni ağır üst kuarktır (T).

Süpersimetrik modeller, R parite olarak adlandırılan SM parçacıklarını çift (even), süpersimetrik eşleri ise tek (odd) olarak tanımlayan bir simetriye sahiptir. Bu simetri, süpersimetrik parçacıkların sadece çiftler halinde üretilmelerini sağlar (Mohapatra 2015). Aynı şekilde çarpım grubunda yer alan modellerde de kesikli simetri olan T parite tanımlanmaktadır. Bu simetri altında SM parçacıkları T-çift (T-even) yeni parçacıklar ise T-tek (T-odd) olarak tanımlanırlar (Cheng ve Low 2003), (Cheng ve Low 2004).

Basit grupta yer alan modeller SM ayar grubu olan $[SU(2) \times U(1)]$ 'in $[SU(N) \times U(1)]$ 'e genişletilmesi ile oluşturulan modellerdir. Bu modellerde kolektif simetri kırılımının gerçekleştirilebilmesi için birden fazla sigma model alanına ihtiyaç vardır. Basit grupta, $SU(3) \times U(1)$ ayar grubuna sahip En Basit Küçük Higgs Model (Simplest Little Higgs Model) veya Schmaltz model (Schmaltz 2004), $SU(4) \times U(1)$ ayar grubuna sahip model (Kaplan ve Schmaltz 2003) bulunmaktadır.

Basit grupta yer alan modellerin, ayar gruplarında yeni serbest parametreler yoktur. SM ayar grubuna kırılım sağlandıktan sonra, SM ayar kuplajlarını yeniden oluşturabilecek

şekilde düzenlenirler.

3.3. Küçük Higgs Model

Küçük Higgs Model (KHM) (Arkani-Hamed *ve ark.* 2002b), Küçük Higgs teorilerinin (KHT) çarpım grubunda yer alan teoriler arasındaki en ekonomik modeldir. Ekonomik olmasının yanı sıra diğer modellerle karşılaştırma yapılabilecek kadar da zengin bir modeldir. Modelin kırılım mekanizması, G global simetrisinin kendi alt grubu olan H global simetrisine kırılımı üzerine kuruludur. Alt grup olarak tanımlanan H simetrisi SM'nin elektrozayıf simetri grubu olan $SU(2)_L \times U(1)_Y$ ayar grubunu da içerisinde barındırmalıdır. Kırılım TeV mertebesinde vakum beklenen değeri verecek olan f skalasında meydana gelir. Higgs kütle teriminin hafif kalması için Higgs, Pseudo-Goldstone bozon olarak alınır.

Tek bir simetrinin var olmasından dolayı SM'de olduğu gibi ayar etkileşimleri 1-döngü seviyesinde kesilim skalasına bağlı olarak kuadratik ıraksama meydana getirecektir. Gelecek olan kuadratik ıraksama katkılarını ortadan kaldırmak amacıyla G global simetrisi bir yerine iki tane $SU(2)_L \times U(1)_Y$ ayar grubunu içerecek şekilde aşağıdaki gibi

$$G \subset G_1 \times G_2 = [SU(2)_1 \times U(1)_1] \times [SU(2)_2 \times U(1)_2] \quad (3.3)$$

tanımlanır.

Kolektif simetri kırılımının uygulanabilmesi için burada yer alan G_i global ayar simetrisinin, diğer global ayar simetrisinin alt grupları ile komut olacak şekilde tanımlanmalıdır. Böyle bir tanımlama ile birlikte her bir G global simetrisi Higgs alanlarının kütle kazanmalarına engel olacaktır. Higgs için kütle teriminin oluşabilmesi, tanımlanan iki global simetrinin ikisinin de kırılmasına bağlıdır.

Küçük Higgs Model'de G , $SU(5)$ global simetrisini, alt grubu olan H ise $SO(5)$ global simetrisini temsil eder. Boyutsal analiz (Luty 1998) metodu ile modelin kesilim skalası $\Lambda \sim 4\pi f$ olarak ayarlanır. $\Lambda \sim 4\pi f$ skalasındaki global $SU(5)$ simetrisi alt grubu olan global $SO(5)$ simetrisine kırılır. Bu kırılım Σ skaler alanları için vakum beklenen değeri

(f) ortaya çıkarır. Vakum beklenen değeri oluşurken aynı zamanda $[SU(2) \times U(1)]^2$ simetrisi alt grubu olan SM'nin elektrozayıf ayar grubu olan $SU(2)_L \times U(1)_Y$ simetrisine kırılır. Bu kırılımla birlikte 14 adet Goldstone bozonu oluşur ve kırılmamış $SU(2)_L \times U(1)_Y$ simetrisi altında

$$1_0 \oplus 3_0 \oplus 2_{\pm\frac{1}{2}} \oplus 3_{\pm 1} \quad (3.4)$$

şeklinde dönüşürler. Burada yer alan 1_0 gerçel tekliyi (singlet), 3_0 gerçel üçlüyü (triplet), $2_{\pm\frac{1}{2}}$ kompleks ikiliyi (dublet) ve $3_{\pm 1}$ kompleks üçlüyü (triplet) temsil eder. Kırılan on dört adet Goldstone bozondan dört tanesi 1_0 gerçel tekli ve 3_0 gerçel üçlü, $G_1 \times G_2$ simetrisi elektrozayıf simetri grubuna kırıldığında, Higgs mekanizması ile f mertebesinde kütleyle sahip yeni W_H^\pm , Z_H , A_H ağır ayar bozonları tarafından yutulurlar. Geriye kalan on adet Goldstone bozon, $2_{\pm\frac{1}{2}}$, SM'nin elektrozayıf ayar grubunun kompleks ikilisi (h^+ , h^0) ve $3_{\pm 1}$, modelin önermiş olduğu kompleks üçlüyü (ϕ^0 , ϕ^+ , ϕ^{++}) oluşturur. KHM ağır parçacıkların yanı sıra KHM içerisinde SM ayar bozonlarına karşılık gelecek W_L^\pm , Z_L , A_L ayar bozonlarını da içerir. Kompleks üçlü f mertebesinde kütleyle sahiptir. Tüm bu parçacıklara ek olarak SM üst kuarkından (t) gelecek katkıları ortadan kaldırmak için modelin içerisine SM üst kuarkının ağır eşi olan ağır bir üst kuark (T) tanımlanmalıdır. Tanımlanan parçacıkların tümü hem kendileri ile hem de SM parçacıkları ile karışım halindedir. Küçük Higgs Model T-parite altında incelendiğinde KHM'nin önermiş olduğu A_H ayar bozonu karanlık madde adayıdır.

Simetri kırılımı gerçekleştikten sonra ayar ve Yukawa etkileşimleri global $SO(5)$ simetrisini kırarak kalan Pseudo-Goldstone bozonları için Coleman-Weinberg potansiyelini (Coleman ve Weinberg 1973a) üretirler. Coleman-Weinberg potansiyelinin etkisi ile kompleks üçlü f mertebesinde kütleyle sahip olur. Aynı zamanda Coleman-Weinberg potansiyeli Higgs ikilisinde yer alan yüksüz bileşen için v vakum beklenen değerini oluşturur ve elektrozayıf simetri kırılımını başlatır.

3.4. Modelin Yapısı

Küçük Higgs Model, global $SU(5)$ simetrisinin global $SO(5)$ simetrisine kırılımını konu alan lineer olmayan sigma model üzerine kurulu bir modeldir. Global $SU(5)$ simetrisi, Σ skaler alanının vakum beklenen değeri tarafından global $SO(5)$ simetrisine kırılır. Bu kırılım f skalasında meydana gelir. Σ alanının vakum beklenen değeri Σ_0 , 5×5 'lik simetrik bir matris olarak (Arkani-Hamed ve ark. 2002b),

$$\langle \Sigma \rangle = \Sigma_0 = \begin{pmatrix} & & \mathbb{I}_{2 \times 2} \\ & 1 & \\ \mathbb{I}_{2 \times 2} & & \end{pmatrix} \quad (3.5)$$

şeklinde tanımlanır. Σ_0 'ın simetri kırılım mekanizmasını sağlayıp sağlamadığını görmek adına global $SU(5)$ simetrisinin jeneratörlerine dönüşüm uygulamalıyız. $SU(5)$ simetrisinin genel jeneratörleri Ekler (B.4)'te yer alan $SU(5)$ jeneratörleri bölümünde yer almaktadır. Bu jeneratörlerin içerisinde simetrik olanların yanı sıra antisimetrik olanlar da bulunmaktadır. Antisimetrik olanlar global $SO(5)$ simetrisine ait jeneratörlerdir.

Yeni jeneratörler

$$T_a = B \tilde{\lambda}_a B^{-1} \quad (3.6)$$

ifadesi ile tanımlanabilir. Burada B (van Kappel 2008),

$$B = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1+i & 0 & 0 & 1-i & 0 \\ 0 & 1+i & 0 & 0 & 1-i \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 1-i & 0 & 0 & 1+i & 0 \\ 0 & 1-i & 0 & 0 & 1+i \end{pmatrix} \quad (3.7)$$

şeklinde verilir. Eğer,

$$[\tilde{\lambda}_a, \tilde{\lambda}_b] = i f_{abc} \tilde{\lambda}_c \quad (3.8)$$

eşitliği sağlanırsa T_c 'de $SU(5)$ Lie cebrine uyacaktır. Bu durumu görmek adına $[T_a, T_b]$ komütasyon ilişkisi incelenirse

$$[T_a, T_b] = [B \tilde{\lambda}_a B^{-1}, B \tilde{\lambda}_b B^{-1}] = if_{abc} B \tilde{\lambda}_c B^{-1} = if_{abc} T_c \quad (3.9)$$

ifadesi elde edilir. $\Sigma_0 = B^T B = B^2$ ifadesini sağlar. Bu ifade $T_a \Sigma_0$ da yerine koyulursa

$$T_a \Sigma_0 = (B \tilde{\lambda}_a B^{-1}) B^2 = B \tilde{\lambda}_a B = \pm (B \tilde{\lambda}_a B)^T = \pm \Sigma_0 T_a^T \quad (3.10)$$

ifadesi elde edilir. Burada (+) işareti simetrik jeneratörleri, (-) işareti ise anti-simetrik jeneratörleri temsil eder.

Σ alanı $SU(5)$ ayar dönüşümleri altında

$$\Sigma' \rightarrow U \Sigma U^T \quad (3.11)$$

ifadesi ile tanımlanır. Burada U , $SU(5)$ jeneratörlerine bağlı olarak

$$U = e^{i\theta^a T_a} \quad (3.12)$$

eşitliği ile tanımlanır. Kırılmamış durumda olan jeneratörler, Σ_0 vakum beklenen değerini korumalıdır. Başka bir söylemle,

$$U \Sigma_0 U^T = \Sigma_0 \quad (3.13)$$

olmalıdır. (3.12) denkleminde yer alan U seriye açılıp (3.13) denkleminde yerine yerleştirilirse

$$\begin{aligned} \Sigma_0 &= (1 + i\theta^a T_a) \Sigma_0 (1 + i\theta^a T_a^T) \\ &= \Sigma_0 + i\theta^a (\Sigma_0 T_a^T + T_a \Sigma_0) + \mathcal{O}(\theta^2) \end{aligned} \quad (3.14)$$

ifadesi elde edilir. Bu eşitlikten yola çıkarak kırılmamış jeneratörlerin,

$$\Sigma_0 T_a^T + T_a \Sigma_0 = 0 \quad (3.15)$$

ifadesini sağlaması gerekir. (3.15) eşitliğine uyan jeneratörler anti simetrik olup $SO(5)$ jeneratörleridirler. Geriye kalan simetrik 14 jeneratör ise

$$T_a \Sigma_0 - \Sigma_0 T_a^T = 0 \quad (3.16)$$

ifadesine uyarlar ve kırılırlar.

$[SU(2)_1 \times U(1)_1] \times [SU(2)_2 \times U(1)_2]$ ayar gruplarının $SU(5)$ içerisine aktarılması gerekir. $SU(2)$ jeneratörleri $SU(5)$ içerisine;

$$Q_1^a = \begin{pmatrix} \frac{\sigma^a}{2} & \\ & 0_{3 \times 3} \end{pmatrix}, \quad Q_2^a = \begin{pmatrix} 0_{3 \times 3} & \\ & -\frac{\sigma^{a*}}{2} \end{pmatrix} \quad (3.17)$$

şeklinde aktarılabilir. Burada σ_a Ekler (B.1)'de verilen $SU(2)$ jeneratörleridir. Bu şekilde yapılacak tanımlama ile Q_1^a , sağ alt tarafta yer alan $SU(3)$ simetrisinin kırılmadan kalmasını sağlar. Aynı durum Q_2^a içinde geçerli olup sol üst tarafta yer alan $SU(3)$ simetrisinin kırılmadan kalmasını garanti eder. $U(1)$ jeneratörleri ise

$$Y_1 = \frac{1}{10} \begin{pmatrix} -3 & & & & \\ & -3 & & & \\ & & 2 & & \\ & & & 2 & \\ & & & & 2 \end{pmatrix}, \quad Y_2 = \frac{1}{10} \begin{pmatrix} -2 & & & & \\ & -2 & & & \\ & & -2 & & \\ & & & 3 & \\ & & & & 3 \end{pmatrix} \quad (3.18)$$

şeklide aktarılabilir. Bu jeneratörlerin lineer kombinasyonları

$$Q^a = \frac{1}{\sqrt{2}}(Q_1^a + Q_2^a), \quad Y = Y_1 + Y_2 \quad (3.19)$$

şeklinde yazılabilir. Bu lineer kombinasyonlar kırılmamış jeneratörler için tanımlanan (3.15) denkleminde yerine koyulursa $SU(2)$ jeneratörleri için

$$Q_a \Sigma_0 + \Sigma_0 Q_a^T = \frac{1}{2\sqrt{2}} \begin{pmatrix} & \sigma_a \\ 0 & \\ -\sigma_a^* & \end{pmatrix} + \frac{1}{2\sqrt{2}} \begin{pmatrix} & -\sigma_a \\ 0 & \\ \sigma_a^T & \end{pmatrix} = 0 \quad (3.20)$$

ifadesi, $U(1)$ için ise

$$Y \Sigma_0 + \Sigma_0 Y^T = \begin{pmatrix} & -1_{2 \times 2} \\ 0 & \\ 1_{2 \times 2} & \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} & 1_{2 \times 2} \\ 0 & \\ -1_{2 \times 2} & \end{pmatrix} = 0 \quad (3.21)$$

elde edilir.

Kırılan jeneratörler ise

$$Q'^a = \frac{1}{\sqrt{g_1^4 + g_2^4}} (g_1^2 Q_1^a - g_2^2 Q_2^a) \quad (3.22)$$

ifadesi ile verilir.

3.5. Skaler Alan

Σ skaler alanı lineer olmayan sigma modelde (Arkani-Hamed ve ark. 2002b),

$$\Sigma = e^{\frac{i\Pi}{f}} \Sigma_0 e^{\frac{i\Pi^T}{f}} \quad (3.23)$$

ifadesi ile tanımlanır ve f modelin serbest parametrelerinden kırılma skalasıdır. Σ ifadesinde yer alan Π ,

$$\Pi = \begin{pmatrix} h^\dagger/\sqrt{2} & \phi^\dagger \\ h/\sqrt{2} & h^*/\sqrt{2} \\ \phi & h^T/\sqrt{2} \end{pmatrix} \quad (3.24)$$

matrisi ile verilir ve Goldstone bozon matrisi olarak adlandırılır. Burada h kompleks ikili ϕ ise kompleks üçlüyü temsil eder ve

$$h = (h^+, h^0) \quad , \quad \phi = \begin{pmatrix} \phi^{++} & \phi^+/\sqrt{2} \\ \phi^+/\sqrt{2} & \phi^0 \end{pmatrix} \quad (3.25)$$

şeklinde tanımlanırlar. Σ skaler alanı aşağıdaki gibi

$$\Sigma = e^{\frac{i\Pi}{f}} \Sigma_0 e^{\frac{i\Pi^T}{f}} = e^{2\frac{i\Pi}{f}} \Sigma_0 \quad (3.26)$$

ifade edilmiştir. Bu ifade yazılırken (3.16) denkleminde yararlanılmıştır. (3.26) denkleminde yer alan Σ ifadesindeki üstel terim, Σ_0 vakum beklenen değeri etrafında seriye açılırsa

$$\begin{aligned} \Sigma &= \left(1 + 2\frac{i}{f}\Pi + \frac{1}{2!} \left(\frac{2i}{f}\right)^2 \Pi \Pi \right) \Sigma_0 \\ &= \Sigma_0 + 2\frac{i}{f} \Pi \Sigma_0 - \frac{2}{f^2} \Pi \Pi \Sigma_0 \end{aligned} \quad (3.27)$$

ifadesi elde edilir. Bu noktaya kadar bir problem yoktur fakat (3.23) denkleminde yer alan Σ alanı, (3.16) denklemini kullanılmadan (3.5) denkleminde yer alan vakum beklenen değeri etrafında seriye açıldığında

$$\Sigma = e^{\frac{i\Pi}{f}} \Sigma_0 e^{\frac{i\Pi^T}{f}} = \Sigma_0 + 2\frac{i}{f} \Pi \Sigma_0 - \frac{1}{f^2} \Pi \Pi \Sigma_0 \quad (3.28)$$

ifadesi elde edilir. Son işlemde (3.16) denklemini kullanılmıştır. (3.27) ve (3.28) denklemlerinde seriye açılmış olan Σ ifadeleri birbirine eşit değildir. Eşitliğin sağlanamaması son terimlerden kaynaklıdır. (3.27) denkleminin son teriminde yer alan 2 çarpanı Σ skaler alanındaki bazı terimlere 2 kat daha fazla katkı yapacak ve köşe terimlerinin farklılaşmasına, şiddet değerlerinin değişmesine sebep olacaktır. Bundan sonraki hesaplamalarda (3.28) denkleminde verilen Σ skaler alanı kullanılacaktır.

Π Goldstone bozon matrisi ve Σ_0 vakum beklenen değeri (3.28) denkleminde yerleştirildiğinde Σ skaler alanı

$$\Sigma = \Sigma_0 + \frac{2i}{f} \begin{pmatrix} \phi^\dagger & h^\dagger/\sqrt{2} & 0_{2 \times 2} \\ h^*/\sqrt{2} & 0 & h/\sqrt{2} \\ 0_{2 \times 2} & h^T/\sqrt{2} & \phi \end{pmatrix} - \frac{1}{f^2} \begin{pmatrix} h^\dagger h^*/2 & \phi^\dagger h^T/\sqrt{2} & h^\dagger h/2 + \phi^\dagger \phi \\ \phi^\dagger h/\sqrt{2} & h h^\dagger & h^* \phi/\sqrt{2} \\ h^T h^*/2 + \phi \phi^\dagger & h^\dagger \phi/\sqrt{2} & h^T h/2 \end{pmatrix} \quad (3.29)$$

olarak elde edilir.

3.6. Küçük Higgs Lagranjyeni

Lokal $G_1 \times G_2 = [SU(2)_1 \times U(1)_1] \times [SU(2)_2 \times U(1)_2]$ simetrisi altında değişmeden kalan efektif (etkin) Lagranjyeni (Han ve ark. 2003)

$$\mathcal{L}_{\text{efektif}} = \mathcal{L}_\Sigma + \mathcal{L}_G + \mathcal{L}_Y + \mathcal{L}_F - V_{CW}(\Sigma) \quad (3.30)$$

ifadesi ile verilir. Burada \mathcal{L}_Σ skaler kinetik terim ve ayar bozon terimlerini, \mathcal{L}_G ayar terimlerini, \mathcal{L}_Y fermiyonların Yukawa kuplajlarını, \mathcal{L}_F fermiyon kinetik terimini, $V_{CW}(\Sigma)$

ifadesi ise \mathcal{L}_Σ ve \mathcal{L}_Y tarafından üretilen Coleman-Weinberg potansiyelini tanımlar.

3.6.1. Skaler kinetik terim

Lineer olmayan sigma modelde, Σ skaler alanı için Lagranjiyen (Arkani-Hamed ve ark. 2002b),

$$\mathcal{L}_\Sigma = \frac{1}{2} \frac{f^2}{4} \text{Tr} [D_\mu \Sigma (D^\mu \Sigma)^\dagger] \quad (3.31)$$

ifadesi ile verilir. Lagranjiyende (\mathcal{L}_Σ) yer alan kovaryant türev ise (Arkani-Hamed ve ark. 2002b)

$$D_\mu \Sigma = \partial_\mu \Sigma - i \sum_{k=1}^2 [g_k (W_k \Sigma + \Sigma W_k^T) + g'_k (B_k \Sigma + \Sigma B_k^T)] \quad (3.32)$$

şeklinde ifade edilir. Kovaryant türevde yer alan $SU(2)_k$ ve $U(1)_k$ alanları,

$$W_k = W_{\mu k}^a Q_k^a, \quad B_k = B_{\mu k} Y_k \quad (3.33)$$

ifadeleri ile tanımlanırlar. g_k ve g'_k , Q_k^a ve Y_k sırası ile $SU(2)_k$ ve $U(1)_k$ alanlarına ait kuplaj sabitleri ve jeneratörleridir. Simetri kırılma mekanizmasıyla beraber Σ_0 vakum beklenen değeri ayar bozonlarına f mertebesinde kütle kazandırır. (3.31) denkleminde yer alan Σ alanı yerine vakum beklenen değeri Σ_0 alınırsa ayar bozonları için kütle terimlerini içeren Lagranjiyen elde edilir. Kovaryant türevde $D_\mu \Sigma = D_\mu \Sigma_0$ alınırsa,

$$\begin{aligned}
D_\mu \Sigma_0 &= \partial_\mu \Sigma_0 - i \sum_{k=1}^2 [g_k W_{\mu k}^a (Q_k^a \Sigma_0 + \Sigma_0 Q_k^{T a}) + g'_k B_{\mu k} (Y_k \Sigma_0 + \Sigma_0 Y_k^T)] \\
&= -i \sum_{k=1}^2 \left[\frac{g_k}{2} W_{\mu k}^a \begin{pmatrix} & \sigma^a \\ & 0 \\ \sigma_{T a} & \end{pmatrix} + g'_k B_{\mu k} \frac{1}{10} \begin{pmatrix} & -\mathbb{I}_{2 \times 2} \\ & 4 \\ -\mathbb{I}_{2 \times 2} & \end{pmatrix} \right] \\
&= i \left[\frac{g_1}{2} W_{\mu 1}^a \begin{pmatrix} & \sigma^a \\ & 0 \\ \sigma_{T a} & \end{pmatrix} + g'_1 B_{\mu 1} \frac{1}{10} \begin{pmatrix} & -\mathbb{I}_{2 \times 2} \\ & 4 \\ -\mathbb{I}_{2 \times 2} & \end{pmatrix} \right. \\
&\quad \left. + \frac{g_2}{2} W_{\mu 2}^a \begin{pmatrix} & -\sigma^a \\ & 0 \\ -\sigma_{* a} & \end{pmatrix} + g'_2 B_{\mu 2} \frac{1}{10} \begin{pmatrix} & \mathbb{I}_{2 \times 2} \\ & -4 \\ \mathbb{I}_{2 \times 2} & \end{pmatrix} \right] \tag{3.34}
\end{aligned}$$

ifadesi ve kompleks eşlenik için

$$\begin{aligned}
(D^\mu \Sigma_0)^\dagger &= \partial^\mu \Sigma_0 + i \sum_{k=1}^2 [g_k W_k^{\mu a} (Q_k^{* a} \Sigma_0 + \Sigma_0 Q_k^{\dagger a}) + g'_k B_k^\mu (Y_k \Sigma_0 + \Sigma_0 Y_k^T)] \\
&= i \sum_{k=1}^2 \left[\frac{g_k}{2} W_k^{\mu a} \begin{pmatrix} & \sigma^{* a} \\ & 0 \\ \sigma^a & \end{pmatrix} + g'_k B_k^\mu \frac{1}{10} \begin{pmatrix} & -\mathbb{I}_{2 \times 2} \\ & 4 \\ -\mathbb{I}_{2 \times 2} & \end{pmatrix} \right] \\
&= i \left[\frac{g_1}{2} W_1^{\mu a} \begin{pmatrix} & \sigma^{* a} \\ & 0 \\ \sigma^a & \end{pmatrix} + g'_1 B_1^\mu \frac{1}{10} \begin{pmatrix} & -\mathbb{I}_{2 \times 2} \\ & 4 \\ -\mathbb{I}_{2 \times 2} & \end{pmatrix} \right. \\
&\quad \left. + \frac{g_2}{2} W_2^{\mu a} \begin{pmatrix} & -\sigma^{T a} \\ & 0 \\ -\sigma^a & \end{pmatrix} + g'_2 B_2^\mu \frac{1}{10} \begin{pmatrix} & \mathbb{I}_{2 \times 2} \\ & -4 \\ \mathbb{I}_{2 \times 2} & \end{pmatrix} \right] \tag{3.35}
\end{aligned}$$

ifadesi elde edilir. Elde edilen bu kovaryant türevler (3.31) denkleminde yer alan kinetik terimde yerine yerleştirilirse

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_\Sigma(\Sigma = \Sigma_0) &= \frac{1}{2} \frac{f^2}{4} \text{Tr}[D_\mu \Sigma_0]^2 \\
&= \frac{1}{16} \frac{f^2}{4} [g_1^2 W_{\mu 1}^a W_1^{\mu a} + g_2^2 W_{\mu 2}^a W_2^{\mu a} - 2g_1 g_2 W_{\mu 1}^a W_2^{\mu a}] \\
&\quad + \frac{1}{2} \frac{f^2}{4} \frac{9}{50} [g_1'^2 B_{\mu 1} B_1^\mu + g_2'^2 B_{\mu 2} B_2^\mu - 2g_1' g_2' B_{\mu 1} B_2^\mu]
\end{aligned} \tag{3.36}$$

olur. Burada W_μ ve B_μ alanlarının karışımları yazılmamıştır. (3.36) denkleminde yola çıkarak

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_\Sigma(\Sigma = \Sigma_0) &= \frac{1}{16} (W_{\mu 1}^a W_{\mu 2}^a) \frac{f^2}{4} \begin{pmatrix} g_1^2 & -g_1 g_2 \\ -g_1 g_2 & g_2^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} W_1^{\mu a} \\ W_2^{\mu a} \end{pmatrix} \\
&\quad + \frac{9}{100} (B_{\mu 1} B_{\mu 2}) \frac{f^2}{4} \begin{pmatrix} g_1'^2 & -g_1' g_2' \\ -g_1' g_2' & g_2'^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} B_1^\mu \\ B_2^\mu \end{pmatrix}
\end{aligned} \tag{3.37}$$

elde edilir. Elektrozayıf simetri kırılımı öncesinde ayar bozonlarının kütle öz durumlarını elde edebilmek için aşağıdaki matrislerin diyagonalize (köşegenleştirme) edilmesi gerekir.

$$\frac{f^2}{4} \begin{pmatrix} g_1^2 & -g_1 g_2 \\ -g_1 g_2 & g_2^2 \end{pmatrix}, \quad \frac{f^2}{4} \begin{pmatrix} g_1'^2 & -g_1' g_2' \\ -g_1' g_2' & g_2'^2 \end{pmatrix} \tag{3.38}$$

Diyagonalizasyon işlemini gerçekleştirmek için gerekli olan ortanormal dönüşümler (Thompson 2007)

$$\begin{pmatrix} W \\ W' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} s & c \\ -c & s \end{pmatrix} \begin{pmatrix} W_1^{\mu a} \\ W_2^{\mu a} \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} B \\ B' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} s' & c' \\ -c' & s' \end{pmatrix} \begin{pmatrix} B_1^\mu \\ B_2^\mu \end{pmatrix} \tag{3.39}$$

ile verilir ve

$$\begin{aligned}
W &= sW_1 + cW_2 & W' &= -cW_1 + sW_2 \\
B &= s'B_1 + c'B_2 & B' &= -c'B_1 + s'B_2.
\end{aligned} \tag{3.40}$$

şeklinde de yazılabilirler. Buradaki s ve s' , ve c ve c' , $[SU(2)_1 \times U(1)_1] \times [SU(2)_2 \times U(1)_2]$ ayar alanları arasındaki karışım açılarıdır ve

$$\begin{aligned}
c &= \frac{g_1}{\sqrt{g_1^2 + g_2^2}} & s &= \frac{g_2}{\sqrt{g_1^2 + g_2^2}} \\
c' &= \frac{g_1'}{\sqrt{g_1'^2 + g_2'^2}} & s' &= \frac{g_2'}{\sqrt{g_1'^2 + g_2'^2}}.
\end{aligned} \tag{3.41}$$

ile tanımlanırlar. SM kuplajları ile modele ait karışım açıları arasında $g = g_1 s = g_2 c$ ve $g' = g_1' s' = g_2' c'$ ilişkisi vardır. SM kuplaj sabitleri ile modele ait kuplaj sabitleri arasında ise

$$\frac{1}{g^2} = \frac{1}{g_1^2} + \frac{1}{g_2^2}, \quad \frac{1}{g'^2} = \frac{1}{g_1'^2} + \frac{1}{g_2'^2} \tag{3.42}$$

ilişkisi vardır. Dönüşümlerde kullanılan matrislerde, genel olarak kullanılan dönüşüm matrislerinden farklı olarak $s \leftrightarrow c$ ve $s' \leftrightarrow c'$ şeklinde dönüşüm yapılmıştır (Han ve ark. 2003), (Thompson 2007), (van Kappel 2008). Alanlara bu dönüşümler uygulandığında W' ve B' için kütle özdeğerleri,

$$m_{W'} = \frac{1}{2} f \sqrt{g_1^2 + g_2^2} = \frac{g}{2sc} f, \quad m_{B'} = \frac{1}{2\sqrt{5}} f \sqrt{g_1'^2 + g_2'^2} = \frac{g'}{2\sqrt{5}s'c'} f \tag{3.43}$$

ifadeleri ile verilirken, SM ayar bozonları olan W ve B , f skalasında kütesizdir.

3.6.2. Ayar bozonu döngüsünden gelen katıklar

Bir önceki bölümde (3.29) denkleminde yer alan Σ skaler alanının, kırılım skalası olan f içermeyen sıfırcı bileşeni olan ilk terim ele alındı. Bu durum bize ayar bozonları için kütle öz durumlarını verdi. $\frac{1}{f^2}$ terimlerin elde edilebilmesi için Σ skaler alanının birinci bileşeni olan $1/f$ içeren iki terimin veya $1/f^2$ içeren ikinci bileşen ile sıfırcı bileşenin çarpılması gerekir.

3.6.2.1. W döngüsü

Σ skaler alanının birinci bileşeni olan $1/f$ içeren iki terimin çarpılması ile veya $1/f^2$ içeren ikinci bileşen ile sıfırcı bileşenin çarpılması ile elde edilen $\frac{1}{f^2}$ 'li terimlerde yer alan W ile B alanları arasındaki karışımlar göz ardı edilecektir. Sadece W ayar bozonlarından oluşan Lagranjiyen (Lukkezen 2008)

$$\mathcal{L}_\Sigma(W W) = \frac{f^2}{8} \text{Tr} \left[(g_1 W_{\mu 1}^a E_{W_1^a} + g_2 W_{\mu 2}^a E_{W_2^a}) \left(g_1 W_1^{\mu b} E_{W_1^b}^\dagger + g_2 W_2^{\mu b} E_{W_2^b}^\dagger \right) \right] \quad (3.44)$$

ifadesi ile verilir. Burada yer alan $E_{W_1^a}$ ifadesi

$$\begin{aligned} E_{W_1^a} &= Q_a^1 \Sigma + \Sigma Q_1^{aT} \\ &= \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & 0 & \sigma^a \\ 0 & 0 & 0 \\ \sigma^{aT} & 0 & 0 \end{pmatrix} + \frac{i}{f} \begin{pmatrix} \sigma^a \phi^\dagger + \phi^\dagger \sigma^{aT} & \sigma^a h^\dagger / \sqrt{2} & 0 \\ h^* \sigma^{aT} / \sqrt{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\ &\quad - \frac{1}{2f^2} \begin{pmatrix} \sigma^a h^* h^\dagger / 2 + h^* h^\dagger \sigma^{aT} / 2 & \sigma^a \phi^\dagger h^T / \sqrt{2} & \sigma^a h^\dagger h / 2 + \sigma^a \phi^\dagger \phi \\ h \phi^\dagger \sigma^{aT} & 0 & 0 \\ h^T h^* \sigma^{aT} / 2 + \phi \phi^\dagger \sigma^{aT} & 0 & 0 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (3.45)$$

şeklindedir. $E_{W_2^a}$ ifadesi ise

$$\begin{aligned}
E_{W_2^a} &= Q_a^2 \Sigma + \Sigma Q_a^{aT} \\
&= -\frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & 0 & \sigma^{a\dagger} \\ 0 & 0 & 0 \\ \sigma^{a*} & 0 & 0 \end{pmatrix} - \frac{i}{f} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & h\sigma^{a\dagger}/\sqrt{2} \\ 0 & \sigma^{a*} h^T/\sqrt{2} & \sigma^{a\dagger} \phi + \phi \sigma^{a*} \end{pmatrix} \\
&\quad + \frac{1}{2f^2} \begin{pmatrix} 0 & 0 & h^\dagger h \sigma^{a\dagger}/2 + \phi^\dagger \phi \sigma^{a\dagger} \\ 0 & 0 & h^* \phi \sigma^{a\dagger}/\sqrt{2} \\ \sigma^{a*} h^T h^* + \sigma^{a*} \phi \phi^\dagger & \sigma^{a*} \phi h^\dagger/\sqrt{2} & \sigma^{a\dagger} h h^T + h h^T \sigma^{a*} \end{pmatrix}
\end{aligned} \tag{3.46}$$

şeklinde elde edilir. $E_{W_1^a}$ ve $E_{W_2^a}$ terimlerinin bulunduğu kısımda sadece $1/f^2$ katsayılı terimler alınır

$$\begin{aligned}
Tr [E_{W_1^a} E_{W_1^b}^\dagger] &= \frac{1}{f^2} Tr [2\phi \phi^\dagger \delta_{ab} + 2\sigma^{b*} \phi^\dagger \sigma^{aT} \phi + h^\dagger h \delta_{ab}] - 2\frac{1}{4f^2} Tr [2h^\dagger h \delta_{ab} + 4\phi^\dagger \phi \delta_{ab}] \\
Tr [E_{W_2^a} E_{W_2^b}^\dagger] &= \frac{1}{f^2} Tr [2\phi \phi^\dagger \delta_{ab} + 2\sigma^{b*} \phi^\dagger \sigma^{aT} \phi + h^\dagger h \delta_{ab}] - 2\frac{1}{4f^2} Tr [2h^\dagger h \delta_{ab} + 4\phi^\dagger \phi \delta_{ab}] \\
Tr [E_{W_1^a} E_{W_2^b}^\dagger] &= 2\frac{1}{4f^2} Tr [2h^\dagger h \delta_{ab} + 4\phi^\dagger \phi \delta_{ab}] \\
Tr [E_{W_2^a} E_{W_2^b}^\dagger] &= 2\frac{1}{4f^2} Tr [2h^\dagger h \delta_{ab} + 4\phi^\dagger \phi \delta_{ab}]
\end{aligned} \tag{3.47}$$

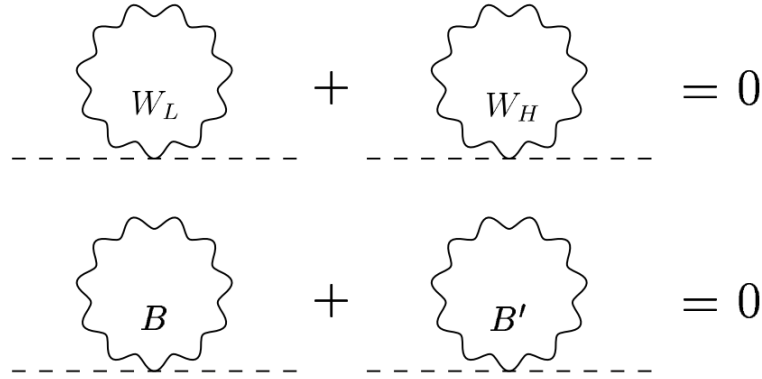
ifadeleri elde edilir. Bu ifadeler elde edilirken $Tr[h^T h^*] = Tr[h^\dagger h]$ eşitliği ve σ matrislerinin anti-komütatif olma özelliklerinden yararlanılmıştır. Elde edilen tüm bu terimler (3.44) denkleminde yerine yerleştirilir ve düzenlenirse

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_\Sigma(W W) &= \frac{1}{4} g_1^2 W_{\mu 1}^a W_1^{\mu b} Tr[\sigma^{b*} \phi^\dagger \phi \sigma^{aT}] \\
&\quad + \frac{1}{4} g_2^2 W_{\mu 2}^a W_2^{\mu b} Tr[\sigma^{b*} \phi^\dagger \phi \sigma^{aT}] \\
&\quad + \frac{1}{4} g_1 g_2 W_{\mu 1}^a W_2^{\mu b} Tr[h^\dagger h \delta_{ab} + 2\phi^\dagger \phi \delta_{ab}]
\end{aligned} \tag{3.48}$$

olur. (3.48) denklemindeki terimler incelenirse, 1-döngü seviyesinde kuadratik ıraksama terimlerinin oluşmasına sebep olacak $h h^\dagger W_i W_i$ şeklinde bir terimin olmadığı görülür. Kütle öz durumlarının ifade edildiği (3.40)'daki denklemler kullanılırsa (Han ve ark. 2003)

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_\Sigma(W W) = & \frac{g^2}{4} \left[W_L^a W_L^b - \frac{(c^2 - s^2)}{sc} W_L^a W_H^b \right] \cdot \text{Tr} \left[h^\dagger h \delta_{ab} + 2\phi^\dagger \phi \delta_{ab} + 2\sigma^{b*} \phi^\dagger \sigma^{aT} \phi \right] \\ & - \frac{g^2}{4} \left[W_H^a W_H^b \text{Tr} [h^\dagger h + 2\phi^\dagger \phi] - \frac{c^4 + s^4}{2s^2 c^2} W_H^a W_H^b \text{Tr} [2\sigma^{b*} \phi^\dagger \sigma^{aT} \phi] \right] \end{aligned} \quad (3.49)$$

olur. L ve H alt indisleri sırası ile ayar bozonlarının hafif ve ağır olma durumlarını tanımlar. Elde edilen bu denklem incelenirse W_L ve W_H ayar bozonlarından gelen katkılar aynıdır fakat zıt işaretlidir. Zıt işaretli olmasından dolayı Higgs kütesine 1-döngü seviyesinde W_L 'den gelen kuantum katkılar, şekil (3.1) de görselleştirildiği şekilde model tarafından tanımlanan yeni ağır ayar bozonu olan W_H tarafından ortadan kaldırılır.



Şekil 3.1. Higgs parçacığına gelen kuantum katkılarının ortadan kaldırılması

3.6.2.2. B döngüsü

W döngüsü için yapılan işlemlerin aynısı burada da yapılacaktır. Σ skaler alanının birinci bileşeni olan $1/f$ içeren iki terimin çarpılması ile veya $1/f^2$ içeren ikinci bileşen ile sıfıncı bileşenin çarpılması ile elde edilen $\frac{1}{f^2}$ 'li terimlerde yer alan W ile B alanları arasındaki karışımlar göz ardı edildiğinde sadece B ayar bozonlarından oluşan Lagranjiyen (Lukkezen 2008)

$$\mathcal{L}_\Sigma(B B) = \frac{f^2}{8} \text{Tr} \left[(g'_1 B_{\mu 1} E_{B_1} + g'_2 B_{\mu 2} E_{B_2}) \left(g'_1 B_1^\mu E_{B_1}^\dagger + g'_2 B_2^\mu E_{B_2}^\dagger \right) \right] \quad (3.50)$$

şeklinde verilir. Bu denklemde yer alan E_{B_1} ifadesi

$$\begin{aligned}
E_{B_1} &= Y_1 \Sigma + \Sigma Y_1^T \\
&= \frac{1}{10} \begin{pmatrix} 0 & 0 & -\mathbb{I}_{2 \times 2} \\ 0 & 4 & 0 \\ -\mathbb{I}_{2 \times 2} & 0 & 0 \end{pmatrix} + \frac{i}{5f} \begin{pmatrix} -6\phi^\dagger & -h^\dagger/\sqrt{2} & 0 \\ -h^*/\sqrt{2} & 0 & 2h/\sqrt{2} \\ 0 & 2h^T/\sqrt{2} & 4\phi \end{pmatrix} \\
&\quad - \frac{1}{10f^2} \begin{pmatrix} -3h^*h^\dagger & -\phi^\dagger h^T/\sqrt{2} & -h^\dagger h/2 - \phi^\dagger \phi \\ -h\phi^\dagger/\sqrt{2} & 4h h^\dagger & 2\sqrt{2}h^*\phi \\ -h^T h^*/2 - \phi\phi^\dagger & 2\sqrt{2}\phi h^\dagger & h h^T \end{pmatrix}
\end{aligned} \tag{3.51}$$

şeklinde dir. E_{B_2} ifadesi ise

$$\begin{aligned}
E_{B_2} &= Y_2 \Sigma + \Sigma Y_2^T \\
&= \frac{1}{10} \begin{pmatrix} 0 & 0 & \mathbb{I}_{2 \times 2} \\ 0 & -4 & 0 \\ \mathbb{I}_{2 \times 2} & 0 & 0 \end{pmatrix} + \frac{i}{5f} \begin{pmatrix} -4\phi^\dagger & -2\sqrt{2}h^\dagger & 0 \\ -2\sqrt{2}h^* & 0 & h/\sqrt{2} \\ 0 & h^T/\sqrt{2} & 6\phi \end{pmatrix} \\
&\quad - \frac{1}{10f^2} \begin{pmatrix} -2hh^\dagger & -2\sqrt{2}\phi^\dagger h^T & -h^\dagger h/2 - \phi^\dagger \phi \\ -2\sqrt{2}h\phi^\dagger & 4h h^\dagger & h^*\phi/\sqrt{2} \\ -h^T h^*/2 - \phi\phi^\dagger & \phi h^\dagger/\sqrt{2} & 3h h^T \end{pmatrix}
\end{aligned} \tag{3.52}$$

olarak elde edilir. E_{B_1} ve E_{B_2} terimlerinin bulunduğu kısımda sadece $1/f^2$ katsayılı terimler alınırsa

$$\begin{aligned}
Tr [E_{B_1} E_{B_1}^\dagger] &= \frac{1}{25f^2} \left[-2\frac{1}{4} Tr (34hh^\dagger + 4\phi\phi^\dagger) + Tr (17h^\dagger h + 52\phi\phi^\dagger) \right] \\
Tr [E_{B_2} E_{B_2}^\dagger] &= \frac{1}{25f^2} \left[-2\frac{1}{4} Tr (34hh^\dagger + 4\phi\phi^\dagger) + Tr (17h^\dagger h + 52\phi\phi^\dagger) \right] \\
Tr [E_{B_1} E_{B_2}^\dagger] &= \frac{1}{25f^2} \left[-2\frac{1}{4} Tr (-34hh^\dagger - 4\phi\phi^\dagger) + Tr (8h^\dagger h + 48\phi\phi^\dagger) \right] \\
Tr [E_{B_2} E_{B_1}^\dagger] &= \frac{1}{25f^2} \left[-2\frac{1}{4} Tr (-34hh^\dagger - 4\phi\phi^\dagger) + Tr (8h^\dagger h + 48\phi\phi^\dagger) \right]
\end{aligned} \tag{3.53}$$

ifadeleri elde edilir. (3.53) denklemi elde edilirken $Tr[h^T h^*] = Tr[h^\dagger h]$ eşitliği kullanılmıştır. Yukarıdaki ifadelerde yer alan ilk terimler Σ alanında yer alan f içermeyen sıfırıncı terim ile $1/f^2$ içeren ikinci terimin çarpımından, ikinci terimler ise $1/f$ içeren iki terimin çarpımından gelir. Bulunan tüm bu terimler (3.50) denklemine yerine koyulur ve düzenlenirse

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_\Sigma(B B) &= \frac{1}{4}g_1^2 B_{\mu 1} B_1^\mu Tr[\phi^\dagger \phi] \\ &+ \frac{1}{4}g_2^2 B_{\mu 2} B_2^\mu Tr[\phi^\dagger \phi] \\ &+ \frac{1}{4}g_1' g_2' B_{\mu 1} B_2^\mu Tr[h h^\dagger + 2\phi^\dagger \phi]\end{aligned}\tag{3.54}$$

ifadesi bulunur. (3.54) denklemine W döngüsünde olduğu gibi kuadratik ıraksamaya neden olacak $h h^\dagger B_i B_i$ şeklinde bir terim bulunmamaktadır. Kütle öz durumlarının ifade edildiği (3.40)'daki denklemler kullanılırsa (Han ve ark. 2003)

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_\Sigma(B B) &= g'^2 \left[B_L B_L - \frac{c'^2 - s'^2}{s' c'} B_L B_H \right] \cdot Tr\left[\frac{1}{4}h^\dagger h + \phi^\dagger \phi\right] \\ &- g'^2 \left[B_H B_H Tr\left[\frac{1}{4}h^\dagger h\right] - \frac{(c'^2 - s'^2)}{4s' c'} B_H B_H Tr[\phi^\dagger \phi] \right]\end{aligned}\tag{3.55}$$

elde edilir. Yine W döngüsünde olduğu gibi B_L ve B_H alanlarından gelen katkılar aynı olup zıt işaretlidirler. Zıt işaretli olmasından dolayı Higgs kütlelerine 1-döngü seviyesinde B_L alanından gelen kuantum katkılar, şekil (3.1) de görselleştirildiği şekilde modelin tanımlamış olduğu yeni ağır ayar bozonu olan B_H tarafından ortadan kaldırılır.

3.6.3. Ayar kinetik terimi

Ayar kinetik terimi (van Kappel 2008)

$$\mathcal{L}_G = -\frac{1}{4} \sum_{j=1}^2 (W_{ja}^{\mu\nu} W_{j\mu\nu}^a + B_{ja}^{\mu\nu} B_{j\mu\nu}^a) \quad (3.56)$$

ile verilir. $W^{\mu\nu}$ ve $B^{\mu\nu}$ alanlarına ait alan şiddet tensörleri aşağıdaki gibi ifade edilir.

$$W^{\mu\nu} = \partial^\mu W^\nu - \partial^\nu W^\mu + i [W^\mu, W^\nu] \quad , \quad B^{\mu\nu} = \partial^\mu B^\nu - \partial^\nu B^\mu \quad (3.57)$$

Ayar kinetik terimi açıldığında üçlü ve dörtlü ayar bozonları ve etkileşme terimleri ortaya çıkacaktır. Ayar kinetik Lagrenjiyeni genişletildiğinde bulunacak olan köşe faktörleri (Han ve ark. 2003) ve (Buras ve ark. 2006) çalışmalarında verilmiştir.

3.6.4. Fermiyonlar ve etkileşimleri

Standart Model'de fermiyonlar Higgs alanı ile yapmış oldukları Yukawa etkileşimlerinin sonucunda kütle kazanırlar. SM ötesi modellerin hepsi fermiyonlardan gelecek kuantum katkılarını ortadan kaldırmak için modele yeni fermiyonlar ekler. Higgs alanı ile en büyük Yukawa kuplajına sahip olan fermiyon üst kuarktır (t). Yukawa kuplajının diğer fermiyonlara oranla çok büyük olması sebebiyle Higgs kütle terimine en büyük katkı üst kuarktan gelir. Yukawa kuplajları üst kuarkın Yukawa kuplajına oranla çok küçük kaldıklarından dolayı diğer fermiyonlar için yeni partnerler tanımlanmasına gerek yoktur. $\Lambda = 10 TeV$ olduğu enerji skalasında Higgs kütle terimine üst kuark haricindeki kuarklardan gelen katkılar ince-ayar gerektirmeyecek kadar küçük olup ihmal edilebilir. Küçük Higgs Model, Küçük Higgs teorilerinin çarpım grubunda yer almasından dolayı ekstra fermiyonların tanımlanmasına izin verir. Küçük Higgs Model, SM'nin üst kuark döngüsünden gelecek olan kuadratik ıraksama katkılarını ortadan kaldırmak için modele SM'de yer alan üst kuarkın (t) ağır eşi olan yeni bir üst kuark (T) tanımlar.

Modelin içerisine eklenecek olan bu ağır üst kuark, \tilde{t} ve \tilde{t}^c ile temsil edilirler ve tekli gibi dönüşürler. Tanımlanan yeni ağır üst kuarklar hem sağ-elli hem de sol-elli tekli gibi dönüşür. Tekli olarak dönüşmeleri, Weyl fermiyonu olduklarını gösterir ve Lagranjiyen içerisinde kütle terimi yazılmasına izin verirler. Tanımlanan Weyl fermiyonları olan ağır üst kuarklar için yazılacak olan kütle terimi f mertebesinde olmalıdır. \tilde{t} ve \tilde{t}^c iki $SU(3)$ simetrisi altında $(\mathbf{3}, 1)$ ve $(\bar{\mathbf{3}}, 1)$ kuantum sayılarına sahiplerdir. Tanımlanan yeni üst kuarklar

$$\chi = (b_3, t_3, \tilde{t}) \quad (3.58)$$

şeklinde bir satır matris ile ifade edilir.

Σ skaler alanının, SM üst kuarkı ve tanımlanan yeni üst kuarklarla olan etkileşimleri (Arkani-Hamed ve ark. 2002b),

$$\mathcal{L}_t = \frac{1}{2} \lambda_1 f \epsilon_{ijk} \epsilon_{xy} \chi_i \Sigma_{jx} \Sigma_{ky} u_3^c + \lambda_2 f \tilde{t} \tilde{t}^c + h.c. \quad (3.59)$$

ifadesi ile verilir. Burada $i, j, k; 1, 2, 3$ xy ise 4 ve 5 değerlerini alabilir. u_3^c ise sağ-elli SM üst kuarkıdır. λ_1 , tanımlanan yeni ağır üst kuarkın (T) SM'nin üst kuarkı (t) ile yapmış olduğu etkileşmenin şiddetini gösteren kuplaj sabitidir. λ_2 ise tanımlanan yeni ağır üst kuarkın (T) kendisi ile yapmış olduğu etkileşmenin şiddetini belirleyen kuplaj sabitidir.

Küçük Higgs teorilerindeki temel prensip, simetrilere biri kırıldığında diğer simetri Higgs'in Goldstone bozon olarak kalmasını sağlar ve Higgs kütle terimine katkı gelmesini engeller. Ancak iki simetri de kırılırsa Higgs, Pseudo-Goldstone bozon haline gelir ve 1-döngü seviyesinden Higgs kütle terimine katkı gelmez.

Lagranjiyeden görüleceği gibi ilk terim $SU(3)_1$ simetrisini değişmez bırakırken, $SU(3)_2$ simetrisini kırar. Lagranjiyede yer alan ikinci terim ise $SU(3)_2$ simetrisini değişmez bırakırken $SU(3)_1$ simetrisini kırar. Başka bir şekilde ifade edersek $\lambda_1 = 0$ olduğunda $SU(3)_2$ değişmezdir, $\lambda_2 = 0$ olduğunda ise $SU(3)_1$ değişmez kalır. Higgs kütle terimine katkı gelebilmesi için hem λ_1 hem de λ_2 'nin sıfırdan farklı değerler alması gerekir. Bu

koşullarla birlikte Higgs kütle terimine 1-döngü seviyesinde üst kuark sektöründen kuadratik ıraksamaların gelemeyeceği görülmektedir (van Kappel 2008).

Σ alanında yer alan h ve ϕ alanlarının fermiyonlarla olan etkileşim terimlerini görmek adına Σ alanı kendi vakum beklenen değeri etrafında $1/f^2$ içeren ikinci terime kadar genişletilip üç ve daha fazla alan içeren terimler çıkarılırsa

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_t = \lambda_2 f \tilde{t} \tilde{t}^c + i \lambda_1 \left\{ -b_3 \left[\sqrt{2} h^+ + \frac{i}{f} \left(\frac{h^- \phi^{++}}{\sqrt{2}} + \frac{h^{0*} \phi^+}{2} \right) \right] u_3^c \right. \\ - t_3 \left[\sqrt{2} h^0 + \frac{i}{f} \left(\frac{h^- \phi^+}{2} + \frac{h^{0*} \phi^0}{\sqrt{2}} \right) \right] u_3^c \\ \left. + \tilde{t} \left[-i f + \frac{i}{f} \left(\frac{h^+ h^-}{2} + \frac{h^0 h^{0*}}{2} + \phi^{++} \phi^{--} + \phi^+ \phi^- + \phi^0 \phi^{0*} \right) \right] u_3^c \right\} + h.c. \end{aligned} \quad (3.60)$$

olur. Elde edilen bu ifade literatürde yer alan (Han ve ark. 2003), (Poschenrieder 2007), (van Kappel 2008) çalışmalardan kat sayı olarak farklıdır. Bu farklılığın sebebi Σ alanının (3.28) denklemindeki gibi açılmasından kaynaklanır.

(3.60) denklemdeki \mathcal{L}_t Lagranjyeninde bulunan ϕ alanlarından gelen katkılar göz ardı edilirse

$$\mathcal{L}_t \sim \lambda_2 f \tilde{t} \tilde{t}^c - \frac{\lambda_1}{2f} h h^{0*} \tilde{t} u_3^c + \lambda_1 f \tilde{t} u_3^c - i t_3 \lambda_1 \sqrt{2} h^0 u_3^c + h.c. + \dots \quad (3.61)$$

olur. \tilde{t}^c ve u_3^c karışımları (Poschenrieder 2007)

$$t_R^c = u_3^c = \frac{\lambda_2 u_3^c - \lambda_1 \tilde{t}^c}{\sqrt{\lambda_1^2 + \lambda_2^2}}, \quad T_R^c = \tilde{t}^c = \frac{\lambda_1 u_3^c + \lambda_2 \tilde{t}^c}{\sqrt{\lambda_1^2 + \lambda_2^2}} \quad (3.62)$$

ile verilir. Bu denklemlerden u_3^c ve \tilde{t}^c ifadeleri çekilip (3.61) denklemine yerine yerleştirildiğinde

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_t = f \sqrt{\lambda_1^2 + \lambda_2^2} \tilde{t} \tilde{t}^c - \frac{\lambda_1}{2f} h h^{0*} \tilde{t} \left(\frac{\lambda_2 u_3^c + \lambda_1 \tilde{t}^c}{\sqrt{\lambda_1^2 + \lambda_2^2}} \right) \\ - i t_3 \lambda_1 \sqrt{2} h^0 \left(\frac{\lambda_2 u_3^c + \lambda_1 \tilde{t}^c}{\sqrt{\lambda_1^2 + \lambda_2^2}} \right) + h.c. + \dots \end{aligned} \quad (3.63)$$

denklemini elde edilir. Denklemde yer alan ilk terim yeni ağır üst kuark için kütle terimi

$$m_{\bar{t}} = f \sqrt{\lambda_1^2 + \lambda_2^2} \quad (3.64)$$

olur. f skalasında $t_L = t_3$, SM üst kuarkına (t) karşılık gelir ve bu aşamada kütesiz kalır. Alt tip kuarklar (d, s, b) ve 3 lepton ailesi için Yukawa etkileşimlerini veren Lagranjiyen (3.59) denklemindeki Lagranjiyen ile aynı formda olup aşağıdaki gibi

$$\mathcal{L}_Y = \frac{1}{2} \lambda_d f \epsilon_{ijk} \epsilon_{xy} \chi_i \sum_{jx}^* \sum_{ky}^* d^c + h.c. \quad (3.65)$$

yazılır. Lagranjiyende yer alan $\chi_i = (q_i, 0)$ 'dir. q_i SM ikilisini, λ_d ise alt tip kuarklar için Yukawa kuplajıdır.

Fermiyonlar için kinetik terim

$$\mathcal{L}_F = \sum_f \bar{\psi}_f i \not{D} \psi_f \quad (3.66)$$

olup SM fermiyon Lagranjiyeni formundadır. Kovaryant türev

$$D_\mu = \partial_\mu - i \sum_{j=1}^2 (g_j W_{\mu j} + g'_j B_{\mu j}) \quad (3.67)$$

'dir. $W_{\mu j} = W_{\mu j}^a Q_j^a$ ve $B_{\mu j} = B_{\mu j} Y_j$ 'dir. Burada f modelin kırılma skalası değildir fermiyonların çeşni ve kiralite durumlarını ifade eder. Çeşni Lagranjiyende yer alacak parçacıkları, kiralite ise bu parçacıkların sağ-elli veya sol elli olma durumlarını tanımlar.

3.6.5. Efektif Higgs potansiyeli

Küçük Higgs Modelde Lagranjiyenin simetriyi koruyabilmesi için temel (tree-ağaç) seviyede Higgs alanı için potansiyel terimi izinli değildir. Higgs için potansiyel terimi,

Yukawa ve ayar etkileşimleri tüm simetriyi kırdıktan sonra bir veya daha fazla döngü seviyesinde ortaya çıkar. Bu sistem ilk olarak Coleman ve Weinberg tarafından 1973 yılında yapılmış oldukları çalışmada tanımlanmıştır (Coleman ve Weinberg 1973b) ve literatürde Coleman-Weinberg potansiyeli olarak adlandırılır. Ayar bozonları ve fermiyon döngülerinden gelen radyatif düzeltmeler Coleman-Weinberg potansiyeli ile (Han ve ark. 2003)

$$V = \lambda_{\phi^2} f^2 \text{Tr}[\phi^\dagger \phi] + i \lambda_{h\phi h} f (h\phi^\dagger h^T - h^* \phi h^\dagger) - \mu^2 h h^\dagger + \lambda_{h^4} (h h^\dagger)^2 \quad (3.68)$$

ifade edilir. Burada yer alması gereken ϕ^4 ve $\phi^2 h^2$ terimlerinden gelecek katkılar çok az olacağından ihmal edilebilir. Coleman-Weinberg potansiyelinde yer alan λ_{ϕ^2} , $\lambda_{h\phi h}$ ve λ_{h^4} terimleri modelin serbest parametreleri olan ayar kuplajları ve üst kuark Yukawa kuplajını içeren katsayılarıdır.

Coleman-Weinberg potansiyeline ayar bozonlarından gelen kuadratik ıraksama terimleri, $\Lambda \sim 4 \pi f$ alındığında (Arkani-Hamed ve ark. 2002b),

$$V_g = \frac{\Lambda^2}{16\pi^2} \text{Tr} [M_V^2(\Sigma)] = a f^2 \text{Tr} [M_V^2(\Sigma)] \quad (3.69)$$

ile verilir. Burada $M_V^2(\Sigma)$ ayar bozonlarının kütle matrisi olup (3.31) denkleminde verilen Lagranjiyenden (Thompson 2007)

$$M_V^2(\Sigma)_{ij} = \frac{1}{4} f^2 g_{V_i} g_{V_j} \text{Tr} \left[(Q_{V_i} \Sigma + \Sigma Q_{V_i}^T) (Q_{V_j} \Sigma + \Sigma Q_{V_j}^T)^\dagger \right] \quad (3.70)$$

elde edilebilir. V_i ve V_j , $[SU(2) \times U(1)]_1 \times [SU(2) \times U(1)]_2$ ayar gruplarına ait ayar bozonlarıdır ve i, j ; 1 ve 2 değerlerini alabilirler. g_{V_i} , V_i ayar bozonu ile ilişkili kuplaj sabiti, Q_{V_i} ise V_i ayar bozonuna ait 5×5 'lik jeneratör matrisidir.

(3.70) denkleminde yer alan ayar bozonlarının kütle matrisi (3.69) denkleminde yerine yerleştirilirse

$$V_g = \frac{1}{4} a f^4 \sum_j \left\{ g_j^2 \sum_a [Tr [(Q_j \Sigma + \Sigma Q_j^T)(Q_j \Sigma + \Sigma Q_j^T)^\dagger]] + g_j^2 Tr [(Y_j \Sigma + \Sigma Y_j^T)(Y_j \Sigma + \Sigma Y_j^T)^\dagger] \right\} \quad (3.71)$$

elde edilir.

$$Tr[ABC] = Tr[CBA] \quad , \quad Tr[(ABC)^\dagger] = Tr[ABC] \quad (3.72)$$

iz özelliklerinin yanı sıra $\Sigma \Sigma^* = 1_{5 \times 5}$ özelliği kullanılarak

$$V_g = \frac{1}{2} a f^4 \sum_j \left\{ g_j^2 \sum_a Tr[(Q_j^a \Sigma)(Q_j^a \Sigma)^*] + g_j^2 Tr[(Y_j \Sigma)(Y_j \Sigma)^*] \right\} \quad (3.73)$$

bulunur. V_g potansiyelinde yer alan a bir katsayı olup değeri ise Λ skalasındaki morötesi (UV) fiziğe bağlıdır. $[SU(2) \times U(1)]^2$ simetrisi f skalasında $SU(2)_L \times U(1)_Y$ simetrisine kırılır. Higgs alanı tüm $[SU(2) \times U(1)]_i$ dönüşümleri altında değişmez kalmalıdır. h ve ϕ alanlarının kırılmamış $SU(3)_i$ ayar grupları altındaki dönüşüm kuralları aşağıdaki gibi tanımlanır ([Arkani-Hamed ve ark. 2002b](#)).

G_1 ayar etkileşimleri $SU(3)_1$ simetrisini değişmez bırakırken, h ve ϕ alanları

$$h_d \rightarrow h_d + f \epsilon_d + \dots \quad , \quad \phi_{de} \rightarrow \phi_{de} - i(\epsilon_d h_e + \epsilon_e h_d) + \dots \quad (3.74)$$

ifadeleri ile G_2 ayar etkileşimleri $SU(3)_2$ simetrisini değişmez bırakırken, h ve ϕ alanları ise

$$h_d \rightarrow h_d + f \eta_d + \dots \quad , \quad \phi_{de} \rightarrow \phi_{de} + i(\eta_d h_e + \eta_e h_d) + \dots \quad (3.75)$$

ifadeleri ile dönüşür. Değişmeden kalan nicelik ise ([Poschenrieder 2007](#))

$$\left| \phi_{de} \pm \frac{i}{2f} (h_d h_e + h_e h_d) \right|^2 \quad (3.76)$$

ifadesi ile verilir. d ve e ; 1 ve 2 değerlerini alır. (3.73) denklemindeki potansiyele, Σ alanında yer alan h ve ϕ içeren bu terimler eklenirse (Poschenrieder 2007)

$$V_g = \frac{1}{2}a(g_1^2 + g_1'^2) \left\{ f^2 Tr [\phi^\dagger \phi] - \frac{if}{2}(h\phi^\dagger h^T - h^* \phi h^\dagger) + \frac{1}{4}(h h^\dagger)^2 + \dots \right\} \\ + \frac{1}{2}a(g_2^2 + g_2'^2) \left\{ f^2 Tr [\phi^\dagger \phi] + \frac{if}{2}(h\phi^\dagger h^T - h^* \phi h^\dagger) + \frac{1}{4}(h h^\dagger)^2 + \dots \right\} \quad (3.77)$$

elde edilir.

Coleman-Weinberg potansiyeline fermiyonlardan gelecek olan kuadratik iraksamalar

$$V_f = -\frac{3}{8} \frac{\Lambda^2}{\pi^2} Tr[M_t(\Sigma)M_t^\dagger(\Sigma)] \quad (3.78)$$

ile hesaplanır. 3 çarpanı kuarkların renk faktöründen gelir. Burada $M_t(\Sigma)$ üst kuark için kütle matrisidir ve (Thompson 2007)

$$[M_t(\Sigma)]_{ij} = \frac{\lambda_1}{2} f \epsilon_{ikl} \epsilon_{wx} \Sigma_{kw} \Sigma_{lx} \delta_{j2} + \lambda_2 f \delta_{i3} \delta_{j3} \quad (3.79)$$

ile verilir. $[M_t(\Sigma)]_{ij}$ kütle matrisi (3.78) denkleminde yerine yerleştirilirse,

$$V_f = -\frac{3\Lambda_1^2 \lambda_1^2 f^2}{8\pi^2} \frac{1}{4} (\epsilon_{ikl} \epsilon_{wx} \Sigma_{kw} \Sigma_{lx} \delta_{j2} + \lambda_2 f \delta_{i3} \delta_{j3}) \\ \times (\epsilon_{imn} \epsilon_{yz} \Sigma_{my} \Sigma_{nz} \delta_{j2} + \lambda_2 f \delta_{i3} \delta_{j3}) \quad (3.80)$$

elde edilir, f^4 ile orantılı sabit terimler çıkarılırsa (Thompson 2007)

$$V_f = -3a' \frac{\lambda_1^2 f^4}{2} \epsilon_{ikl} \epsilon_{wx} \epsilon_{imn} \epsilon_{yz} \Sigma_{kw} \Sigma_{lx} \Sigma_{my}^* \Sigma_{nz}^* \quad (3.81)$$

elde edilir. V_f ifadesi, Σ alanı h için kuadratik, ϕ için ise kuartik terimlere kadar genişletilirse

$$V_f = 24a' \lambda_1^2 \left[f^2 Tr[\phi^\dagger \phi] + \frac{if}{2}(h\phi^\dagger h^T - h^* \phi h^\dagger) + \frac{1}{4}(h h^\dagger)^2 \right] \quad (3.82)$$

olur. Üst kuark kaynaklı olarak ortaya çıkan potansiyel, (3.77) denkleminde verilen

$[SU(2) \times U(1)]_i$ ayar bozonları tarafından üretilen potansiyelle aynı formdadır ve global $SU(3)$ simetrisini koruduklarından dolayı aynı formda çıkmışlardır.

Ayar bozonları ve fermiyonlardan gelen katkıları içeren efektif potansiyel (3.68) denkleminde verilmiştir. Efektif potansiyelde yer alan λ katsayıları,

$$\begin{aligned}\lambda_{\phi^2} &= \frac{a}{2} \left[\frac{g^2}{s^2 c^2} + \frac{g'^2}{c'^2 s'^2} \right] + 8a' \lambda_1^2 \\ \lambda_{h\phi h} &= -\frac{a}{4} \left[\frac{(c^2 - s^2)g^2}{c^2 - s^2} + \frac{(c'^2 - s'^2)}{c'^2 - s'^2} \right] + 4a' \lambda_1^2 \\ \lambda_{h^4} &= \frac{a}{8} \left[\frac{g^2}{s^2 c^2} + \frac{g'^2}{c'^2 s'^2} \right] + 2a' \lambda_1^2 = \frac{1}{4} \lambda_{\phi^2}\end{aligned}\quad (3.83)$$

dir. Bu denklemde 1-döngü seviyesindeki logaritmik ıraksamalar ve 2-döngü seviyesindeki kuadratik ıraksama terimleri kesilim skalasına oranla oldukça küçük olmalarından dolayı ihmal edilmiştir. λ katsayıları da tanımlandıktan sonra Coleman-Weinberg potansiyeli incelendiğinde Higgs alanı için kütle terimini oluşturacak $f^2 h h^\dagger$ şeklinde bir terim bulunmadığı görülmektedir. Bunun sebebi modelde kolektif simetri kırılımının gerçekleşmesidir. Kolektif simetri kırılımı, Higgs kütle terimine 1-döngü seviyesinde kuadratik ıraksama terimlerinin gelmesini engeller. Coleman-Weinberg potansiyeli incelenmeye devam edilirse ϕ kompleks üçlüsü için $M_{\phi^2} = \lambda_{\phi^2} f^2$ şeklinde bir kütle teriminin yer aldığı görülür. Elektrozayıf simetri kırılımı sadece $M_{\phi^2} > 0$ olduğunda gerçekleşir.

(3.68) denkleminde verilen Coleman-Weinberg potansiyelinde $h^\dagger h$ 'nin önünde yer alan μ^2 terimi Tao Han ve ark. 2003 yılında yapmış oldukları çalışma da serbest parametre olarak tanımlanmıştır (Han ve ark. 2003). Perelstein'in 2005 yılında yapmış olduğu "Little Higgs models and their phenomenology" adlı çalışmada (Perelstein 2007) Higgs kütle parametresi olan μ^2 'ye 1-döngü seviyesinde ağır ayar bozonlarından, üst kuarktan ve kompleks üçlü ϕ 'den gelen katkılar, Λ_S hard cut-off ile hesaplanmıştır. 2-döngü seviyesindeki kuadratik ıraksama terimleri, 1-döngü seviyesindeki logaritmik ıraksama terimlerinden $\log(4\pi)$ faktörü kadar daha küçüktür. Bu durumdan yola çıkarak, "elektrozayıf simetri kırılımını üst kuark döngüsünden gelen logaritmik ıraksama katkıları başlatır" yorumu yapılmıştır. Bu yorumla birlikte μ^2 terimi artık serbest bir parametre değildir.

3.7. Elektrozayıf Simetri Kırılması

$\mu^2 > 0$ olduğunda Coleman-Weinberg potansiyeli, elektrozayıf simetri kırılımını tetikleyerek h ve ϕ alanları için vakum beklenen değerlerini (Han ve ark. 2003)

$$\langle h \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(0 \quad v) \quad , \quad \langle \phi \rangle = -i \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & v' \end{pmatrix} \quad (3.84)$$

ile verir. Vakum beklenen değerleri (3.68) denklemindeki Coleman-Weinberg potansiyelinde yerine yerleştirilirse

$$V_{\text{efektif}} = \lambda_{\phi^2} f^2 v'^2 - \lambda_{h\phi h} f v^2 v' - \mu^2 \frac{v^2}{2} + \lambda_{h^4} \frac{v^4}{4} \quad (3.85)$$

ifadesi elde edilebilir. Bu potansiyeli minimum yapacak v ve v' değerleri (Han ve ark. 2003)

$$v^2 = \frac{\mu^2}{\lambda_{h^4} - \lambda_{h\phi h}^2 / \lambda_{\phi^2}^2} \quad , \quad v' = \frac{\lambda_{h\phi h} v^2}{2\lambda_{\phi^2} f} \quad (3.86)$$

dir. h ve ϕ alanlarının kütle öz durumları cinsinden ifadeleri (Han ve ark. 2003)

$$\begin{aligned} h^0 &= [(c_0 H - s_0 \Phi^0 + v) + i(c_p G^0 - s_p \Phi^P)] / \sqrt{2} \\ \phi^0 &= [(s_p G^0 + c_p \Phi^P) - i(s_0 H + c_0 \Phi^0 + \sqrt{2}v')] \sqrt{2} \\ h^+ &= c_+ G^+ - s_+ \Phi^+ \\ \phi^+ &= -i(s_+ G^+ + c_+ \Phi^+) \\ \phi^{++} &= -i\Phi^{++} \end{aligned} \quad (3.87)$$

dir. Burada H ve ϕ^0 yüksüz skalerler, Φ^P yüksüz Pseudoskaler, Φ^+ ve Φ^{++} yüklü skalerler, G^+ ve G^0 ise SM ayar bozonları olan W ve Z tarafından yutulacak Goldstone bozonlarıdır.

Pseudoskalerler ve tek yüklü skalerler için karışım açıları (Han ve ark. 2003)

$$\begin{aligned}
s_p &= \frac{2\sqrt{2}v'}{\sqrt{v^2 + 8v'^2}} \simeq 2\sqrt{2}\frac{v'}{v} \quad , \quad c_p = \frac{v}{\sqrt{v^2 + 8v'^2}} \simeq 1 - 4\frac{v'^2}{v^2} \\
s_+ &= \frac{2v'}{\sqrt{v^2 + 4v'^2}} \simeq 2\frac{v'}{v} \quad , \quad c_+ = \frac{v}{\sqrt{v^2 + 4v'^2}} \simeq 1 - 2\frac{v'^2}{v^2}
\end{aligned} \tag{3.88}$$

ile verilir. yüksüz skalerler için karışım açıları ise (Han ve ark. 2003)

$$s_0 \simeq 2\sqrt{2}\frac{v'}{v} \quad , \quad c_0 \simeq 1 - 4\frac{v'^2}{v^2} \tag{3.89}$$

dir. Higgs kütle terimi (Han ve ark. 2003)

$$M_H^2 \simeq 2(\lambda_{h^4} - \lambda_{h\phi h}^2/\lambda_{\phi^2})v^2 = 2\mu^2 \tag{3.90}$$

şeklinde bulunur. Tüm skaler ϕ alanları için kütle terimleri aynıdır ve (Han ve ark. 2003)

$$M_\phi^2 \simeq \lambda_{\phi^2} f^2 \tag{3.91}$$

ile verilir.

3.8. Simetri Kırılımı Sonrası Ayar Sektörü

Coleman-Weinberg potansiyeli elektrozayıf simetri kırılımını başlatarak Higgs alanı için bir potansiyel üretir. Elektrozayıf simetri kırılımıyla birlikte SM ayar bozonları kütle kazanırken yeni ağır ayar bozonlarının da kütle terimlerine düzeltmeler gelecektir. Bir önceki bölümde (3.84) denkleminde tanımlanmış olan vakum beklenen değerleri,

$$\langle h \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(0 \quad v) \quad , \quad \langle \phi \rangle = -i \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & v' \end{pmatrix} \tag{3.92}$$

(3.29) denkleminde yer alan Σ alanında yerine yerleştirilerek genişletildikten sonra (3.32)

ve (3.31) denklemleri kullanılarak (van Kappel 2008)

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_\Sigma = & \frac{1}{2} W_\mu^{\prime a} W^{\mu a} \left[\frac{g^2}{4s^2 c^2} f^2 - \frac{1}{4} g^2 v^2 \right] + W_\mu^a W^{\mu a} \left[\frac{1}{4} g^2 v^2 \left(1 - \frac{v^2}{6f^2} \right) \right] \\
& + \frac{1}{2} W_\mu^3 W^{\mu 3} \left[\frac{1}{4} g^2 v^2 \left(1 - \frac{v^2}{6f^2} \right) \right] - W_\mu^a W^{\mu a} \left[\frac{1}{4} g^2 v^2 \frac{(c^2 - s^2)}{2sc} \right] \\
& + \frac{1}{2} B_\mu^{\prime} B^{\mu} \left[\frac{g^{\prime 2}}{20s^2 c^2} - \frac{1}{4} g^{\prime 2} v^2 \right] + \frac{1}{2} B_\mu B^\mu \left[\frac{1}{4} g^2 v^2 \left(1 - \frac{v^2}{6f^2} \right) \right] \\
& - B_\mu B^\mu \left[\frac{1}{4} g^2 v^2 \frac{(c^{\prime 2} - s^{\prime 2})}{2s' c'} \right] + W_\mu^3 B^\mu \left[\frac{1}{4} g g' v^2 \left(1 - \frac{v^2}{6f^2} \right) \right] \\
& + W_\mu^{3\prime} B^{\mu} \left[-\frac{1}{8} g g' v^2 \left(\frac{c s'}{s c'} + \frac{s c'}{c s'} \right) \right] - W_\mu^3 B^{\mu} \left[\frac{1}{4} g g' v^2 \frac{(c^2 - s^2)}{2s' c'} \right] \\
& - W_\mu^{3\prime} B^\mu \left[\frac{1}{4} g g' v^2 \frac{(c^2 - s^2)}{2sc} \right]
\end{aligned} \tag{3.93}$$

ifadesine dönüştürülebilir. Bu ifade diyagonalize edilebilir bir kütle matrisidir. Bu denklemin elde edilmesinde (Wolfram Research 2014) kullanılmış ve $v' = 0$ (Poschenrieder 2007) olarak alınmıştır. Yüklü ayar bozonları için kütle öz durumları (van Kappel 2008), (Poschenrieder 2007),

$$W_L^\pm = W^\pm + \frac{v^2}{2f^2} sc(c^2 - s^2) W'^\pm \tag{3.94}$$

$$W_H^\pm = W'^\pm - \frac{v^2}{2f^2} sc(c^2 - s^2) W^\pm \tag{3.95}$$

ile verilir. Bu kütle öz durumlarına karşılık gelen kütle terimleri ise (Poschenrieder 2007)

$$M_{W_L^\pm}^2 = m_W^2 \left[1 - \frac{v^2}{f^2} \left(\frac{1}{6} + \frac{1}{4} (c^2 - s^2)^2 \right) \right] \tag{3.96}$$

$$M_{W_H^\pm}^2 = m_W^2 \left[\frac{f^2}{s^2 c^2 v^2} - 1 \right] \tag{3.97}$$

dir. Denklemlerde yer alan $m_W = gv/2$ değerine sahip olup SM'deki W bozonun kütle-sidir. W_L , SM'de yer alan W bozonundan v^2/f^2 mertebesinde farklılık gösterir. $f \rightarrow \infty$ gittiğinde, W_L , SM W bozonuna indirgenir. W_H ise modelin önermiş olduğu f mertebesinde kütleyle sahip yeni yüklü ayar bozonudur.

Yüksüz ayar bozonları için kütle özdurumları ise (Poschenrieder 2007),

$$\begin{aligned}
A_L &= s_w W^3 + c_w B, \\
Z_L &= c_w W^3 + s_w B + x_Z^{W'} \frac{v^2}{f^2} W^{3'} + x_Z^{B'} \frac{v^2}{f^2} B', \\
A_H &= B' + x_H \frac{v^2}{f^2} W^{3'} - x_Z^{B'} \frac{v^2}{f^2} (c_w W^3 + s_w B), \\
Z_H &= W^{3'} - x_H \frac{v^2}{f^2} B' - x_Z^{W'} \frac{v^2}{f^2} (c_w W^3 + s_w B)
\end{aligned} \tag{3.98}$$

ifadeleri ile verilir. Yüksüz ayar bozonları için verilen kütle özdurumlarında yer alan parametreler

$$\begin{aligned}
x_H &= \frac{5}{2} g g' \frac{s c s' c' (c^2 s'^2 + s^2 c^2)}{5 g^2 s'^2 c'^2 - g'^2 s^2 c^2} \\
x_Z^{W'} &= \frac{1}{2 c_w} s c (c^2 - s^2) \\
x_Z^{B'} &= \frac{1}{2 s_w} s' c' (c'^2 - s'^2)
\end{aligned} \tag{3.99}$$

tanımlanmaktadır. Bu parametrelerde yer alan s_w ve c_w SM zayıf karışım açıları olan Weinberg açılarıdır ve aşağıdaki şekilde tanımlanırlar:

$$s_w = \frac{g'}{\sqrt{g^2 + g'^2}}, \quad c_w = \frac{g}{\sqrt{g^2 + g'^2}} \tag{3.100}$$

(3.98) denkleminde verilen kütle özdurumlarına karşılık gelen yüksüz ayar bozonlarının kütle terimleri (Poschenrieder 2007),

$$\begin{aligned}
M_{A_L}^2 &= 0 \\
M_{Z_L}^2 &= m_Z^2 \left[1 - \frac{v^2}{f^2} \left(\frac{1}{6} + \frac{1}{4}(c^2 - s^2)^2 + \frac{5}{4}(c'^2 - s'^2)^2 \right) \right] \\
M_{A_H}^2 &= m_Z^2 s_w^2 \left(\frac{f^2}{5s'^2 c'^2 v^2} - 1 \right) \\
M_{Z_H}^2 &= m_w^2 \left(\frac{f^2}{s^2 c^2 v^2} - 1 \right)
\end{aligned} \tag{3.101}$$

olurlar. Kütle terimlerinde yer alan A_L , SM fotonuna karşılık gelen modele ait hafif fotondur. Z_L ise SM'de yüksüz ayar bozonu olan Z^0 'dan v^2/f^2 mertebesinde farklılık göstermektedir. $f \rightarrow \infty$ gittiğinde SM yüksüz ayar bozonu Z^0 'a karşılık gelir. A_H ve Z_H sırası ile model tarafından önerilen kütle terimine sahip ağır foton ve ağır yüksüz Z bozonudur. Ayrıca kütle terimlerinde yer alan m_Z ise SM ayar bozonu olan Z^0 'ın kütesidir ve $m_Z = gv/2c_w$ ile verilir.

3.9. Simetri Kırılımdan Sonra Fermiyon Sektörü

Coleman-Weinberg potansiyeli ile kırılan Elektrozayıf simetri sonucunda fermiyonlar Higgs alanı ile Yukawa etkileşmesi yaparak kütle kazanırlar. (3.59) denkleminde verilen fermiyon Lagranjyeninde, h ve ϕ alanları için (3.84) denkleminde verilen vakum beklenen değerleri yerine yazılırsa,

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_t &= \left[f \sqrt{\lambda_1^2 + \lambda_2^2} - \frac{\lambda_1^2}{\sqrt{\lambda_1^2 + \lambda_2^2}} \frac{v^2}{2f} \right] \tilde{t} \tilde{t}^c \\
&\quad - i \frac{\lambda_1^2 v}{\sqrt{\lambda_1^2 + \lambda_2^2}} \left[1 + \frac{v^2}{f^2} \left(-\frac{1}{3} + \frac{fv'}{v^3} \right) \right] t_3 \tilde{t}^c \\
&\quad \left[-\frac{\lambda_1 \lambda_2}{\sqrt{\lambda_1^2 + \lambda_2^2}} \frac{v^2}{2f} \right] \tilde{t} u_3^c - i \frac{\lambda_1 \lambda_2 v}{\sqrt{\lambda_1^2 + \lambda_2^2}} \left[1 + \frac{v^2}{f^2} \left(-\frac{1}{3} + \frac{fv'}{v^2} \right) \right] t_3 u_3^c
\end{aligned} \tag{3.102}$$

elde edilir. Bu ifadenin elde edilebilmesi için Σ alanı $1/f^2$ 'li terime kadar genişletilmiştir. Bu ifade aşağıdaki gibi bir kütle matrisi haline getirilebilir

$$M_t = \begin{pmatrix} -i \frac{\lambda_1 \lambda_2 v}{\sqrt{\lambda_1^2 + \lambda_2^2}} \left[1 + \frac{v^2}{f^2} \left(-\frac{1}{3} + \frac{fv'}{v^2} \right) \right] & -i \frac{\lambda_1^2 v}{\sqrt{\lambda_1^2 + \lambda_2^2}} \left[1 + \frac{v^2}{f^2} \left(-\frac{1}{3} + \frac{fv'}{v^2} \right) \right] \\ \left[-\frac{\lambda_1 \lambda_2}{\sqrt{\lambda_1^2 + \lambda_2^2}} \frac{v^2}{2f} \right] & \left[f \sqrt{\lambda_1^2 + \lambda_2^2} - \frac{\lambda_1^2}{\sqrt{\lambda_1^2 + \lambda_2^2}} \frac{v^2}{2f} \right] \end{pmatrix}. \quad (3.103)$$

Kütle matrisinde ikinci satır ikinci sütunda yer alan ilk terim elektrozayıf simetri kırılımı öncesindeki ağır üst kuark (T) kütesidir. Elektrozayıf simetri kırılımından sonra SM'nin üst kuarkı (t) ve ağır üst kuark (T) için kütle öz durumları (Poschenrieder 2007)

$$t_L = c_L t_3 - s_L \tilde{t}, \quad t_R^c = c_R u_3^c - s_R \tilde{t}^c \quad (3.104)$$

$$T_L = s_L t_3 + c_L \tilde{t}, \quad T_R^c = s_R u_3^c + c_R \tilde{t}^c \quad (3.105)$$

ile ifade edilir. Burada yer alan karışım açıları,

$$c_L = 1 - \frac{v^2 x_L^2}{f^2}, \quad s_L = x_L \frac{v}{f} \left[1 + \frac{v^2}{f^2} \left(-\frac{5}{6} + \frac{fv'}{v^2} + x_L \left(2 - \frac{3}{2} x_L \right) \right) \right] \quad (3.106)$$

$$s_R = \sqrt{x_L} \left[1 - \frac{v^2}{2f^2} (1 - 3x_L + 2x_L^2) \right], \quad c_R = \sqrt{1 - x_L} \left[1 + \frac{v^2}{f^2} \left(\frac{1}{2} x_L - x_L^2 \right) \right]. \quad (3.107)$$

dır. Karışım açılarında yer alan $x_L = \lambda_1^2 / (\lambda_1^2 + \lambda_2^2)$ SM'nin sağ-elli üst kuarkı (t) ile ağır üst kuark (T) arasındaki karışımı belirleyen terimdir. Eğer $\lambda_1 = 0$ olursa $x_L = 0$ olur ve sağ-elli üst kuark (t) ile ağır üst kuark (T) arasında karışım yoktur. Eğer $\lambda_2 = 0$ olursa $x_L = 1$ olur ve \tilde{t}^c 'nin kütle öz durumu u_3^c 'a eşit olur. Bu karışım açıları kullanılarak SM üst kuarkının (t) ve yeni ağır üst kuarkın (T) kütle terimleri,

$$m_t = \frac{\lambda_1 \lambda_2 v}{\sqrt{\lambda_1^2 + \lambda_2^2}} \left[1 + \frac{v^2}{f^2} \left(\frac{fv'}{v^2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{2} \frac{\lambda_1^2}{\lambda_1^2 + \lambda_2^2} \left(1 - \frac{\lambda_1^2}{\lambda_1^2 + \lambda_2^2} \right) \right) \right] \quad (3.108)$$

$$m_T = f \sqrt{\lambda_1^2 + \lambda_2^2} \left[1 + \frac{v^2}{f^2} \frac{\lambda_1^2 \lambda_2^2}{2(\lambda_1^2 + \lambda_2^2)^2} \right] \quad (3.109)$$

olur. SM üst kuarkının kütlesi bilindiğinden dolayı λ_1 ve λ_2 üzerindeki sınırlamalar (Buras ve ark. 2006)

$$\frac{1}{\lambda_1^2} + \frac{1}{\lambda_2^2} = \frac{v^2}{m_t^2} \quad (3.110)$$

ile verilir. λ_1 ve λ_2 , m_t ve x_L cinsinden (Buras ve ark. 2006)

$$\lambda_1 = \frac{m_t}{v} \frac{1}{\sqrt{1-x_L}}, \quad \lambda_2 = \frac{m_t}{v} \frac{1}{\sqrt{x_L}} \quad (3.111)$$

şeklinde yazılabilir. x_L , 0 ile 1 arasındaki tüm değerleri alabilir.

4. BULGULAR

SM ötesinde önerilen modellerin doğruluklarının kontrol edilebilmesi deneylerden gelen veriler ile uyumlu olmasına bağlıdır. SM ötesinde yer alan modellerin önermiş oldukları yeni parçacıkların üretilmesi ve dedekte edilebilmesi kullanılan hızlandırıcıların enerji kapasiteleri ve dedektörlerin geometrik yapısı ile doğrudan ilişkilidir. Kullanılan hızlandırıcıların enerji kapasiteleri ne kadar yüksek olursa çarpışma esnasında oluşacak kütle merkezi enerjisi de o kadar yüksek olacaktır. Yüksek kütle merkezi enerjisi daha büyük kütleyle sahip yeni parçacıkların da gözlemlenmelerine olanak sağlayacaktır. Yeryüzünde SM hassasiyet testlerinin yapılabilmesi ve SM ötesi modellerin doğruluğunu test etmek amacı ile oluşturulmuş halka tipi, doğrusal ve halka-doğrusal hızlandırıcılar bulunmaktadır.

Doğrusal hızlandırıcılar, parçacıkları doğrusal bir yörünge boyunca elektrik alan ve sınımlı RF ile hızlandırır ve dedeksiyonun gerçekleşeceği daha önceden belirlenmiş bir noktada çarpışmalarını sağlarlar.

- Temiz bir ard alana sahip olmaları,
- başlangıç durumlarının iyi tanımlanabilmesi,
- bozunum ürünlerinin analizinde kolaylık sağlaması,
- sinkrotron ışınımının olmamasından dolayı maksimum güç ve ışınılık,
- e^-e^- , e^-e^+ , $e^-\gamma$, $\gamma\gamma$ gibi ek seçeneklerinin bulunması

doğrusal hızlandırıcıların temel parçacıkları yüksek enerjilerde çarpıştırmak için seçilebilecek uygun sistemler olduklarını göstermektedir.

Tezin bu bölümünde Küçük Higgs Model çerçevesinde doğrusal elektron-pozitron çarpıştırıcılarında $e^-e^+ \rightarrow W_H^\pm Tb$ sürecinin modelin serbest parametrelerine bağımlılığı incelenecektir.

KHM'de serbest parametrelerinden kırılma skalası f ve karışım açıları s ile s' üzerinde elektrozayıf hassasiyet deneylerinden gelen kısıtlamalar bulunmaktadır. $1\text{ TeV} \leq f \leq 2\text{ TeV}$ gibi düşük kırılma skalalarında ayar bozonlarının zayıf karışım açıları $0.75 \leq s \leq 0.99$ ve $0.6 \leq s' \leq 0.75$ aralığında değer alabilirler. Kırılma skalası $2\text{ TeV} < f \leq 3\text{ TeV}$ aralığında alındığında, zayıf karışım açıları $0.60 \leq s \leq 0.99$ ve $0.6 \leq s' \leq 0.8$ aralığında değere sahip olabilirler. $3\text{ TeV} < f \leq 4\text{ TeV}$ aralığında ayar bozonlarının zayıf karışım açıları $0.4 \leq s \leq 0.99$ ve $0.6 \leq s' \leq 0.85$ aralığında değer alabilirler. $f > 4\text{ TeV}$ olduğunda ise s ve s' üzerindeki kısıtlamalar daha da azalır ve zayıf karışım açıları $0.15 \leq s \leq 0.99$ ve $0.4 \leq s' \leq 0.9$ aralığındaki değerleri alabilirler (Cagil ve Zeyrek 2009), (Csaki ve ark. 2003b).

$e^-e^+ \rightarrow W_H^\pm T b$ sürecinde yer alan ağır ayar bozonu olan W_H^\pm için kütle terimi (3.95) denkleminde

$$M_{W_H^\pm}^2 = m_W^2 \left[\frac{f^2}{s^2 c^2 v^2} - 1 \right] \quad (4.1)$$

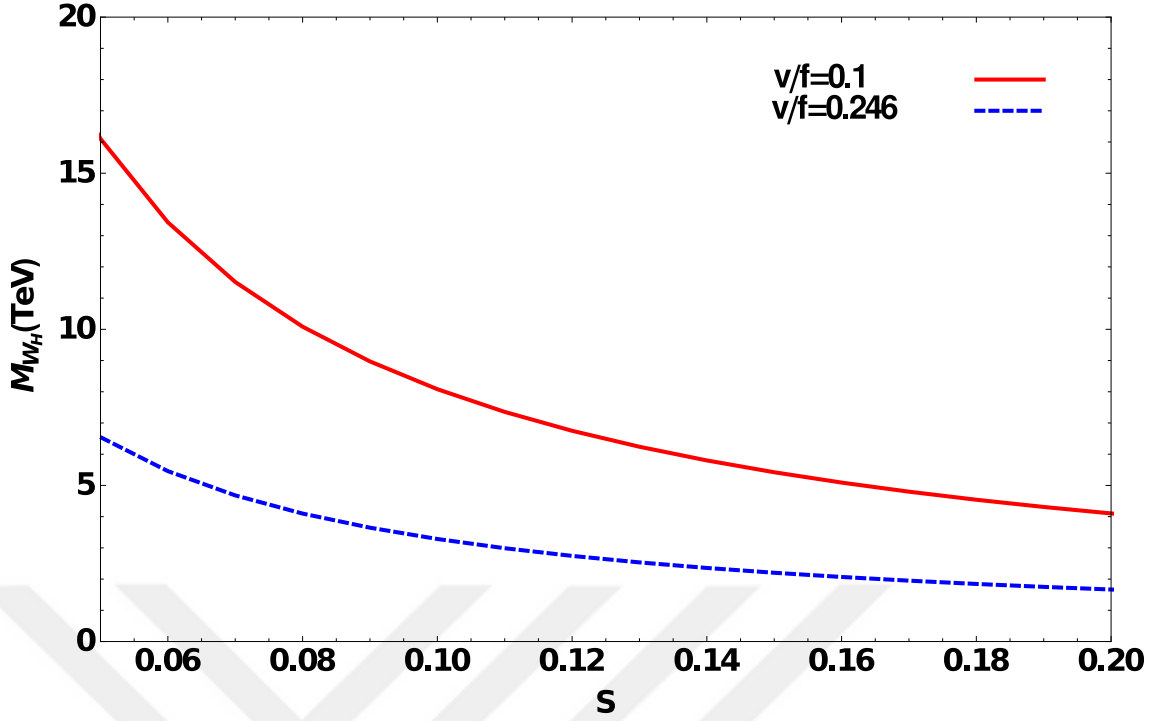
olarak verilmiştir. W_H^\pm ayar bozonunun kütle terimi modelin serbest parametreleri olan zayıf karışım açısı s ve kırılma skalası olan f 'ye bağlılık gösterir. İki farklı v/f değeri için W_H^\pm ayar bozonunun kütesinin modelin serbest parametresi olan zayıf karışım açısının (s) bir fonksiyonu olarak değişimi şekil (4.1)'de verilmiştir. Şekil (4.1) incelendiğinde zayıf karışım açısı s değeri arttıkça W_H^\pm ayar bozonunun kütlesi azalmaktadır.

Üç farklı s değeri için W_H^\pm ayar bozonunun kütesinin modelin serbest parametresi olan f kırılma skalasının bir fonksiyonu olarak değişimi şekil (4.2)'de verilmiştir. Şekil (4.2) incelendiğinde f kırılma skalasının değeri azaldıkça W_H^\pm ayar bozonunun kütlesi azalmaktadır.

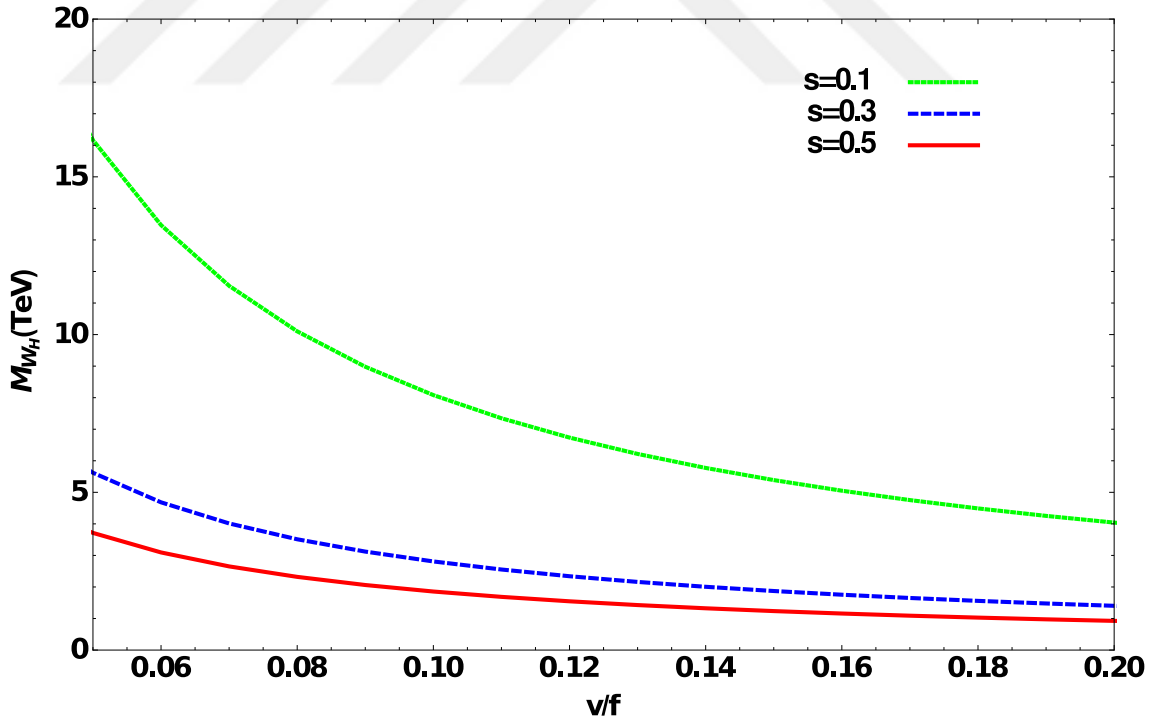
W_H^\pm ayar bozonunun bir fermiyon çiftine bozunumu

$$\Gamma_{V_j} = \frac{C}{24\pi} (g_V^2 + g_A^2) M_{V_j} \quad (4.2)$$

eşitliği ile verilirken ifade de yer alan C değeri kuarklar için üç fermiyonlar için birdir. g_V ve g_A , modelin serbest parametreleri olan s , s' , f ve x_L 'ye bağlı vektör ve aksiyel kuplaj



Şekil 4.1. W_H^\pm ayar bozonunun kütlesinin modelin serbest parametresi olan zayıf karışım açısı s 'nin bir fonksiyonu olarak değişimi



Şekil 4.2. W_H^\pm ayar bozonunun kütlesinin modelin serbest parametresi olan f kırılma skalasının bir fonksiyonu olarak değişimi

faktörleridir. W_H^\pm ayar bozonunun fermiyonlar ile yapmış olduğu etkileşmeler karışım parametrelerine (Han ve ark. 2003)

$$W_H^\pm : \quad g_V = g_A = \frac{g}{2\sqrt{2}} \frac{c}{s} = \frac{g}{2\sqrt{2}} \cot \theta \quad (4.3)$$

şeklinde bağlıdır. Eğer fermiyon kütleleri göz ardı edilirse her bir fermiyon çiftine olan bozunum genişliği $M_V(\cot \theta)^2$ ile orantılı olarak aynı kalacaktır. W_H^\pm ayar bozonunun baskın dört farklı bozunum kanalı bulunmaktadır ve bozunum kanallarına ait bozunum genişlikleri (Aliev ve Cakir 2008),

$$\begin{aligned} \Gamma_{W_H}(1) &= \Gamma(W_H^\pm \rightarrow l^\pm \nu) \simeq \frac{g^2 \cot^2 \theta}{48\pi} m_{W_H} \\ \Gamma_{W_H}(2) &= \Gamma(W_H^\pm \rightarrow \bar{q}' q) \simeq \frac{g^2 \cot^2 \theta}{16\pi} m_{W_H} \\ \Gamma_{W_H}(3) &= \Gamma(W_H^\pm \rightarrow W^\pm h) \simeq \frac{g^2 \cot^2 2\theta^2}{192\pi} m_{Z_H} \\ \Gamma_{W_H}(4) &= \Gamma(W_H^\pm \rightarrow W^\pm Z) \simeq \frac{g^2 \cot^2 2\theta^2}{192\pi} m_{Z_H} \end{aligned} \quad (4.4)$$

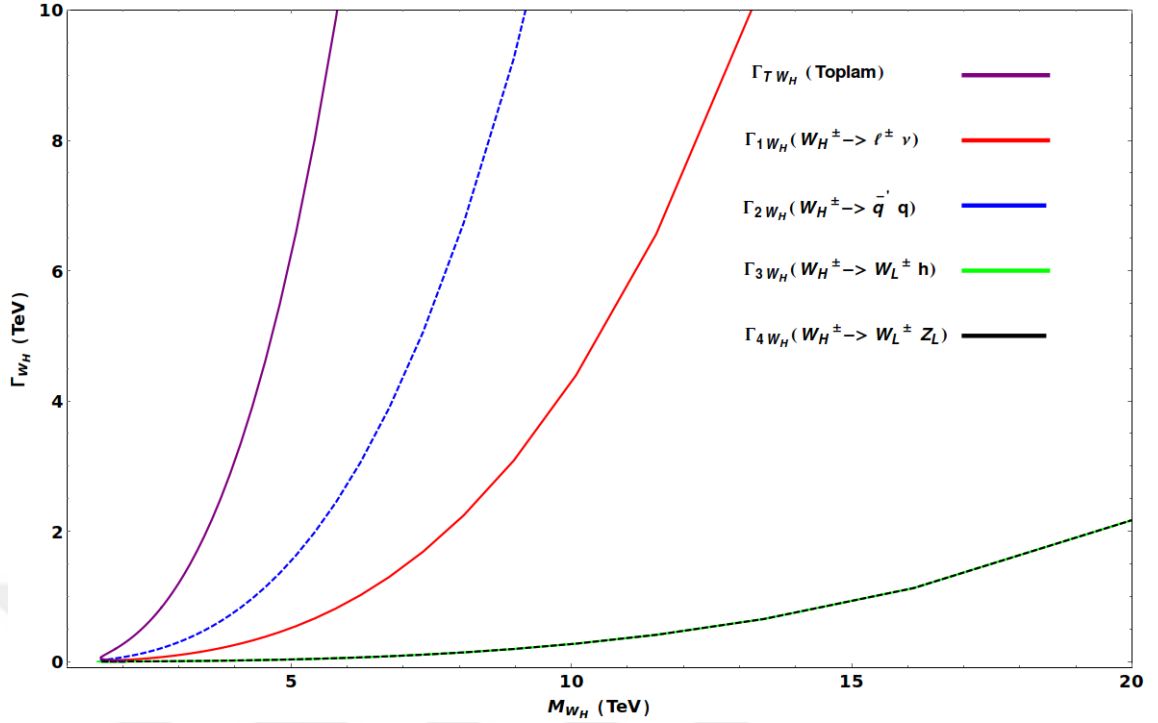
ile verilir. W_H^\pm ayar bozonu için toplam bozunum genişliği ise (Cagil ve Zeyrek 2009)

$$\Gamma_{W_H} = \frac{g^2 M_{W_H} (97 - 196s^2 + 100s^4)}{384\pi s^2 (1 - s^2)} \quad (4.5)$$

ile verilir. W_H^\pm ayar bozonun dört farklı bozunum kanalına ait bozunum genişlikleri ve toplam bozunum genişliğinin kütesine bağlı değişimi şekil (4.3)'teki gibi elde edilmiştir.

Şekil (4.3) incelendiğinde W_H^\pm ayar bozonunun en büyük bozunum genişliğine sahip bozunum kanalının kuark anti-kuark kanalı olduğu görülmektedir. Bu grafikte $v/f = 0.1$ olarak alınmıştır. W_H^\pm ayar bozonunun modelin serbest parametrelerinden zayıf karışım açısı s 'ye bağlı olarak kütesinin ve bozunum kanallarına ait genişliklerinin değerleri çizelge (4.1)'de yer almaktadır.

Çizelge (4.1) incelendiğinde W_H^\pm ayar bozon kütesinin zayıf karışım açısı s 'nin artan değerleriyle birlikte azaldığı, bu azalmayla beraber tüm bozunum kanallarına ait bozunum



Şekil 4.3. W_H^\pm ayar bozonunun dört farklı bozunum kanalına ait bozunum genişlikleri ve toplam bozunum genişliğinin W_H^\pm kütesine bağlı değişimi

s	$M_{W_H}(TeV)$	$\Gamma_{W_H}(1)(TeV)$	$\Gamma_{W_H}(2)(TeV)$	$\Gamma_{W_H}(3)(TeV)$	$\Gamma_{W_H}(4)(TeV)$	$\Gamma_{W_H}(Toplam)(TeV)$
0.1	8.08242	2.24639	6.73916	0.14385	0.14385	27.23180
0.2	4.10328	0.27647	0.82942	0.01725	0.01725	3.34940
0.3	2.80906	0.79738	0.23922	0.00493	0.00493	0.96954
0.4	2.19224	0.03231	0.09693	0.00195	0.00195	0.39038
0.5	1.85555	0.01563	0.04689	0.00087	0.00087	0.18840
0.6	1.67355	0.00835	0.02508	0.00036	0.00036	0.10043
0.7	1.60667	0.00469	0.01408	0.00002	0.00002	0.05634

Çizelge 4.1. $v/f = 0.1$ için W_H^\pm ayar bozonunun kütesinin ve bozunum genişliklerinin s 'ye bağlı değişimleri

genişliklerinin ve toplam bozunum genişliğinin azaldığı görülmektedir.

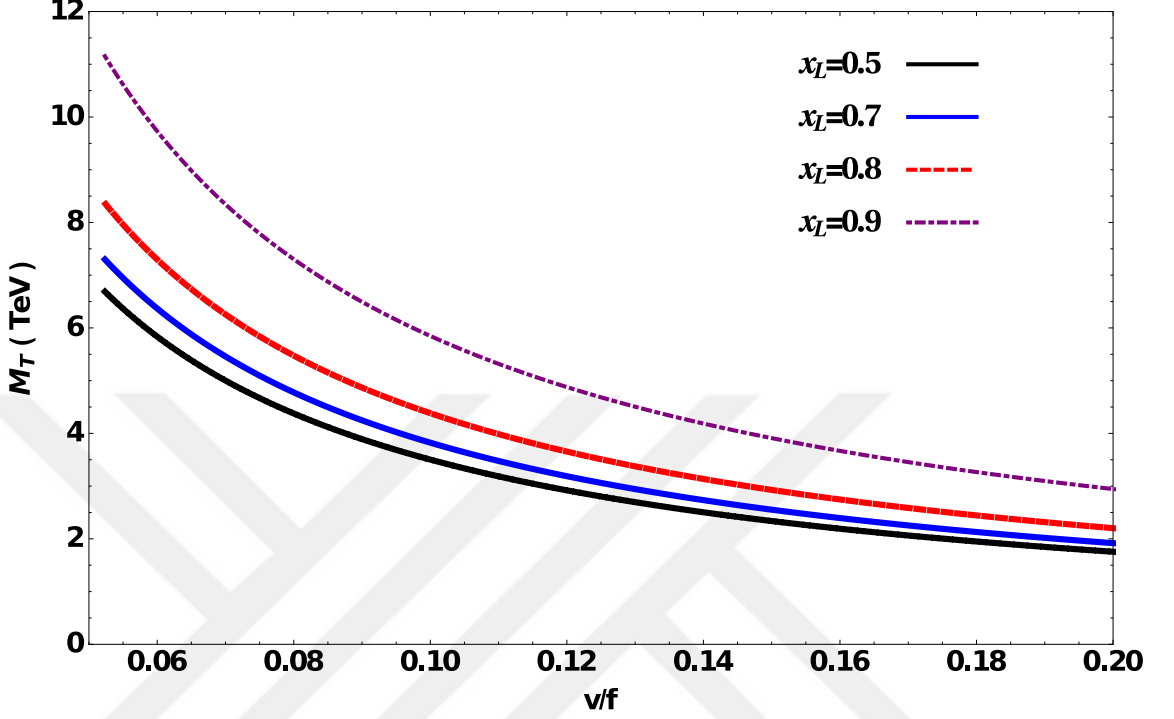
Süreçte yer alan KHM'nin önermiş olduğu bir diğer ağır parçacık ise ağır üst kuarktır (T).

Ağır üst kuark (T) için kütle terimi (3.109) denkleminde

$$m_T = f \sqrt{\lambda_1^2 + \lambda_2^2} \left[1 + \frac{v^2}{f^2} \frac{\lambda_1^2 \lambda_2^2}{2(\lambda_1^2 + \lambda_2^2)^2} \right] \quad (4.6)$$

ifadesi ile verilmiştir. Yukarıda verilen eşitlikten ağır üst kuark (T) kütle teriminin modelin serbest parametrelerinden olan kırılma skalası f 'ye ve SM'nin sağ-elli üst kuarkı (t) ile ağır üst kuark (T) arasındaki karışımı belirleyen x_L parametresine bağlıdır. Dört farklı

x_L değeri için ağır üst kuark (T) kütesinin v/f 'in bir fonksiyonu olarak değişimi şekil (4.4)'te verilmektedir.



Şekil 4.4. Ağır üst kuark (T) kütesinin modelin serbest parametresi olan v/f 'nin bir fonksiyonu olarak değişimi

Şekil (4.4) incelendiğinde artan x_L değerleri ile birlikte ağır T kuarkın kütesi artarken, v/f oranı arttıkça ağır T kuark kütesi azalmaktadır.

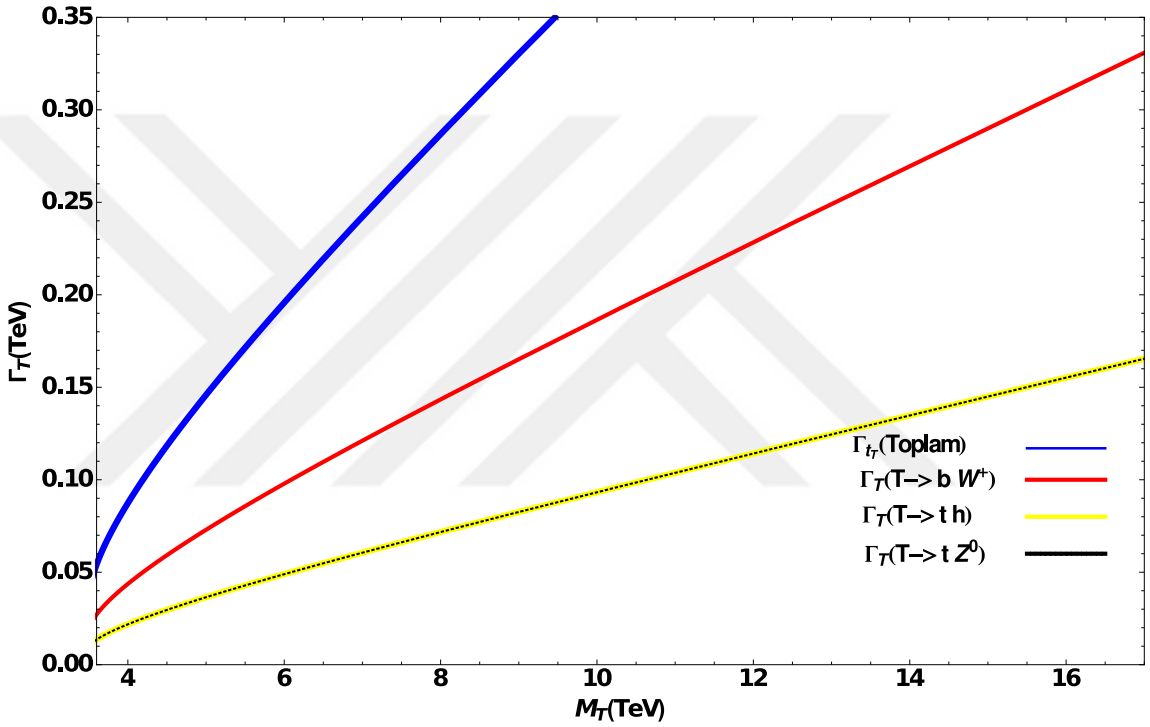
Ağır üst kuark (T) için baskın üç bozunum kanalı bulunmaktadır. Bu bozunum kanallarına ait bozunum genişlikleri (Han ve ark. 2003)

$$\Gamma(T \rightarrow th) = \Gamma(T \rightarrow tZ) = \frac{1}{2}\Gamma(T \rightarrow bW) = \frac{x_L^2}{32\pi} M_T \quad (4.7)$$

ile verilir. Bu bozunum kanallarının haricindeki bozunum kanalları v^2/f^2 mertebesinde baskılanmaktadır. Ağır üst kuark (T) için toplam bozunum genişliği ise

$$\Gamma_T = \frac{x_L^2}{8\pi} M_T = \frac{1}{8\pi} \frac{\lambda_1^2}{\lambda_2^2} \left(\frac{m_t}{v}\right)^2 M_T \quad (4.8)$$

dir. SM üst kuarkının bozunum genişliği üst kuarkın kütlesine m_t^2/v^2 ile orantılı iken ağır üst kuarkın (T) bozunum genişliği kendi kütlesi ile lineer olarak değişir. Ağır üst kuarkın (T) % 50'lik pay ile en büyük bozunum genişliğine sahip bozunum kanalı $T \rightarrow b W^+$ kanalıdır. Ağır üst kuarkın (T) üç farklı bozunum kanalına ait bozunum genişlikleri ve toplam bozunum genişliğinin ağır üst kuark (T) kütlesine bağlı değişimi şekil (4.5)'teki gibi elde edilmiştir.



Şekil 4.5. Ağır üst kuarkın (T) üç farklı bozunum kanalına ait bozunum genişlikleri ve toplam bozunum genişliğinin ağır üst kuark (T) kütlesine bağlı değişimi

Bu grafikte $v/f = 0.1$ olarak alınmıştır. Ağır üst kuarkın (T) modelin serbest parametrelerinden x_L 'ye bağlı olarak kütlesinin ve bozunum genişliklerinin değerleri çizelge (4.2)'de yer almaktadır.

Çizelge (4.2) incelendiğinde artan x_L değerleri ile birlikte ağır üst kuark (T) kütlesi artmaktadır. Artan üst kuark (T) kütlesi ile birlikte tüm bozunum kanalları için bozunum genişlikleri ve toplam bozunum genişliği artmaktadır.

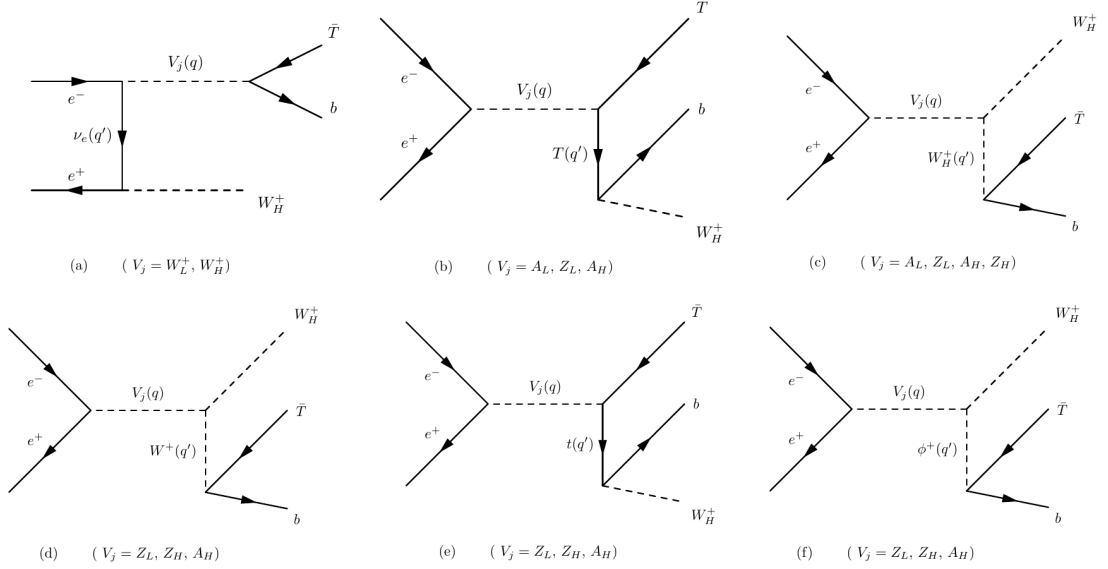
$x_L = \frac{\lambda_1^2}{\lambda_1^2 + \lambda_2^2}$	$M_T(\text{TeV})$	$\Gamma(T \rightarrow bW)(\text{TeV})$	$\Gamma(T \rightarrow th)(\text{TeV})$	$\Gamma(T \rightarrow tZ)(\text{TeV})$	$\Gamma(\text{Toplam})(\text{TeV})$
0.5	3.50292	0.01742	0.00871	0.00871	0.03484
0.6	3.57551	0.02561	0.01280	0.01280	0.05122
0.7	3.82352	0.03727	0.01864	0.01864	0.07454
0.8	4.38258	0.05580	0.02790	0.02790	0.11160
0.9	5.84753	0.09423	0.04711	0.04711	0.18846
0.99	17.6450	0.34405	0.17203	0.17203	0.68810

Çizelge 4.2. $v/f = 0.1$ için ağır T kuark kütesinin ve bozunum genişliklerinin x_L 'ye bağlı değişimleri

4.1. Lineer elektron-pozitron çarpıştırıcılarında $e^-e^+ \rightarrow W_H^\pm T b$ sürecinin incelenmesi

$e^-(p_1)e^+(p_2) \rightarrow W_H^\pm(p_3)T(p_4)b(p_5)$ sürecinde KHM'nin önermiş olduğu ağır ayar bozonları W_H^\pm, Z_H, A_H, SM ayar bozonlarına karşılık gelen W_L^\pm, Z_L, A_L ayar bozonlarından ve yeni skaler alan ϕ^+ 'dan katkılar gelecektir. Sürece ait olan temel seviyedeki Feynman diyagramları şekil (4.6)'da verilmiştir.

Süreç için yapılan numerik hesaplamalarda SM parametreleri $M_Z = 91.2 \text{ GeV}$,



Şekil 4.6. $e^-(p_1)e^+(p_2) \rightarrow W_H^\pm(p_3)T(p_4)b(p_5)$ sürecine ait temel seviyedeki Feynman diyagramları

$M_W = 80.2 \text{ GeV}$, $M_h = 125 \text{ GeV}$, $M_t = 173.07 \text{ GeV}$, $\alpha(m_Z) = 1/128.8$ ve $\sin^2 \theta_w = 0.231$ olarak alınmıştır. KHM'nin serbest parametreleri, elektrozayıf hassasiyet

deneylerinden gelen $1\text{TeV} \leq f \leq 2\text{TeV}$, $0.75 \leq s \leq 0.99$ ve $0.6 \leq s' \leq 0.75$ sınır değerleri göz önüne alınarak, $f = 1 \sim 2\text{TeV}$, $s = 0.8$, $s' = 0.6, 0.7$ olarak seçilmiştir. Şekil (4.6)'da yer alan sürece ait Feynman diyagramlarına ait köşe faktörleri CalcHEP (Belyaev ve ark. 2013) programına yerleştirilerek numerik hesaplar bu program ile yapılmıştır. Süreçte kullanılan, fermiyon ile yüksüz ayar bozonları bağlaşımları çizelge (D.1), iki fermiyon bir skaler bağlaşımı çizelge (D.2), fermiyon ile yüklü ayar bozonu bağlaşımları çizelge (D.3) ve iki ayar bozonu bir skaler bağlaşımları çizelge (D.4)'te verilmiştir. Çizelgelerde yer alan $x_Z^{W'}$, $x_Z^{B'}$ ve χ faktörleri model parametrelerine bağlı olup

$$x_Z^{W'} = \frac{1}{2c_w} s c (c^2 - s^2), \quad x_Z^{B'} = \frac{5}{2s_w (s' c' (c'^2 - s'^2))}, \quad \chi = -\frac{5}{6} - \frac{3}{2} x_L^2 + 2x_L \quad (4.9)$$

ile ifade edilirler. Genliklerde yer alacak köşe terimlerinde

$$\Lambda^{V_j \bar{f} f} = \left(g_V^{V_j \bar{f} f} + g_A^{V_j \bar{f} f} \gamma_5 \right) \quad (4.10)$$

notasyonu kullanılmakta olup $j = 1, 2, 3, 4, 5$ değerlerini alabilir ve bu değerler sırasıyla Z_L, W_L^\pm, A_H, Z_H ve W_H^\pm ayar bozonlarına karşılık gelir.

Şekil (4.6)'da yer alan Feynman diyagramları için genlikler Ek (C.1)'de yer alan genlik hesaplama tekniği ile yazılabilir.

Şekil (4.6)'da yer alan Feynman diyagramlarından (4.6 a) diyagramı t-kanalına karşılık gelir ve q' momentumu, $q' = p_1 - q$ olur. Şekil (4.6 a)'da yer alan Feynman diyagramı için genlik

$$M_a = \sum_{j=2,5} \bar{u}(p_5) i \Lambda^{V_j \bar{T} b} \gamma_\mu (1 - \gamma_5) v(p_4) \left[-i \frac{(g^{\mu\nu} - q^\mu q^\nu / M_{V_j}^2)}{q^2 - M_{V_j}^2 + i M_{V_j} \Gamma_{V_j}} \right] \times \bar{v}(p_2) i \Lambda^{V_5 e \bar{\nu}} \gamma_\lambda (1 - \gamma_5) \epsilon^\lambda(p_3) \left[i \frac{q'^2}{q'^2} \right] i \gamma_\nu \Lambda^{V_j e \bar{\nu}} (1 - \gamma_5) u(p_1) \quad (4.11)$$

ile hesaplanır. $V_j = V_{2,5}$ sırası ile W_L^\pm ve W_H^\pm ayar bozonlarına karşılık gelir. (4.6 b, c, d, e, f) diyagramları ise s-kanalına karşılık gelir ve q momentumu, $q = p_1 + p_2$ 'dir.

Şekil (4.6 b)'de yer alan Feynman diyagramı için genlik M_{b_1} ve M_{b_2} olarak iki farklı genlik olarak hesaplanır. M_{b_1} genliği propagatör olarak SM fotonuna karşılık gelen modele ait hafif fotonu (A_L) içerirken, M_{b_2} genliği Z_L ve A_H ayar bozonlarını içerir ve

$$M_{b_1} = \bar{u}(p_5) \Lambda^{W_H \bar{T} b} i \gamma_\mu (1 - \gamma_5) \epsilon^\mu(p_3) \left[i \frac{(\not{q} + M_T)}{q^2 - M_T^2} \right] v(p_4) i \gamma_\nu \Lambda^{A_L \bar{T} T} \left[i \frac{g^{\nu\lambda}}{q^2} \right] \times \bar{v}(p_2) i \gamma_\lambda \Lambda^{A_L \bar{e} e} u(p_1) \quad (4.12)$$

$$M_{b_2} = \sum_{j=1,3} \bar{u}(p_5) \Lambda^{V_5 \bar{T} b} \gamma_\mu (1 - \gamma_5) \epsilon^\mu(p_3) \left[i \frac{(\not{q} + M_T)}{q^2 - M_T^2} \right] v(p_4) i \gamma_\nu \Lambda^{V_j \bar{T} T} \times \left[-i \frac{(g^{\mu\nu} - q^\nu q^\lambda / M_{V_j}^2)}{q^2 - M_{V_j}^2 + i M_{V_j} \Gamma_{V_j}} \right] \bar{v}(p_2) i \gamma_\lambda \Lambda^{V_j \bar{e} e} u(p_1) \quad (4.13)$$

ile hesaplanırlar. Genliklerde yer alan q' momentumu $q' = q - p_4$ 'tür.

Şekil (4.6 c)'de yer alan Feynman diyagramı için genlik M_b ' de olduğu gibi M_{c_1} ve M_{c_2} olarak iki farklı genlik olarak hesaplanır. M_{c_1} genliği propagatör olarak SM fotonuna karşılık gelen modele ait hafif fotonu (A_L) içerirken, M_{c_2} genliği Z_L , Z_H ve A_H ayar bozonlarını içerir. M_{c_1} ve M_{c_2} genlikleri

$$M_{c_1} = \bar{u}(p_5) i \Lambda^{V_6 \bar{T} b} \gamma_\mu (1 - \gamma_5) v(p_4) \left[i \frac{g^{\mu\mu'} - q'^\mu q'^{\mu'} / M_{W_H}^2}{q'^2 - M_{W_H}^2 + i M_{W_H} \Gamma_{W_H}} \right] g_e [g_{\mu'\nu'}(p_3 - q)_\lambda + g_{\nu'\lambda}(q - q')_{\mu'} + g_{\mu'\lambda}(q' - p_3)_{\nu'}] \epsilon^\lambda(p_3) \left[-i \frac{g^{\nu\nu'}}{q^2} \right] \bar{v}(p_2) i \gamma_\nu \Lambda^{A_L \bar{e} e} u(p_1) \quad (4.14)$$

$$M_{c_2} = \sum_{j=1,3,4} \bar{u}(p_5) i \Lambda^{V_5 \bar{T} b} \gamma_\mu (1 - \gamma_5) v(p_4) \left[i \frac{g^{\mu\mu'} - q'^\mu q'^{\mu'} / M_{W_H}^2}{q'^2 - M_{W_H}^2 + i M_{W_H} \Gamma_{W_H}} \right] i g_e [g_{\mu'\nu'}(p_3 - q)_\lambda + g_{\nu'\lambda}(q - q')_{\mu'} + g_{\mu'\lambda}(q' - p_3)_{\nu'}] \epsilon^\lambda(p_3) \left[-i \frac{(g^{\nu\nu'} - q^\nu q^{\nu'} / M_{V_j}^2)}{q^2 - M_{V_j}^2 + i M_{V_j} \Gamma_{V_j}} \right] \bar{v}(p_2) i \gamma_\nu \Lambda^{V_j \bar{e} e} u(p_1) \quad (4.15)$$

ile hesaplanırlar. Genliklerde yer alan q' momentumu, $q' = q - p_3$ 'tür.

Şekil (4.6 d)'de yer alan Feynman diyagramı propagatör olarak Z_L , A_H , Z_H ayar bozonları içerir ve genliği

$$\begin{aligned}
M_d = & \sum_{j=1,3,4} \bar{u}(p_5) i \Lambda^{W_L \bar{T} b} \gamma_\mu (1 - \gamma_5) u(p_4) \left[i \frac{(g^{\mu\mu'} - q'^\mu q'^{\mu'} / M_{W_L}^2)}{q'^2 - M_{V_j}^2 + i M_{W_L} \Gamma_{W_L}} \right] i g_e [g_{\mu'\nu'} (p_3 - q)_\lambda \\
& + g_{\nu'\lambda} (q - q')_{\mu'} + g_{\mu'\lambda} (q' - p_3)_{\nu'}] \epsilon^\lambda(p_3) \left[i \frac{(g^{\nu\nu'} - q^\nu q'^{\nu'} / M_{V_j}^2)}{q^2 - M_{V_j}^2 + i M_{V_j} \Gamma_{V_j}} \right] \bar{u}(p_2) i \gamma_\nu \Lambda^{V_j \bar{e} e} u(p_1)
\end{aligned} \tag{4.16}$$

ile hesaplanır. Genlikte yer alan q' momentumu, $q' = q - p_3$ 'tür.

Şekil (4.6 e)'de yer alan Feynman diyagramı için genlik

$$\begin{aligned}
M_e = & \sum_{j=1,3,4} \bar{u}(p_5) i \Lambda^{W_H \bar{t} b} \gamma_\mu (1 - \gamma_5) \epsilon^\mu(p_3) \left[i \frac{(\not{q} + M_t)}{q^2 - M_t^2} \right] v(p_4) i \gamma_\nu \Lambda^{V_j \bar{T} t} \\
& \times \left[-i \frac{(g^{\nu\lambda} - q^\nu q^\lambda / M_{V_j}^2)}{q^2 - M_{V_j}^2 + i M_{V_j} \Gamma_{V_j}} \right] \bar{v}(p_2) i \gamma_\lambda \Lambda^{V_j \bar{e} e} u(p_1)
\end{aligned} \tag{4.17}$$

ifadesi ile hesaplanır. $V_j = V_{1,3,4}$ sırası ile Z_L , A_H , Z_H ayar bozonlarına karşılık gelir.

Genlikte yer alan q' momentumu, $q' = q - p_4$ 'tür.

Şekil (4.6 f)'de yer alan Feynman diyagramı propagatör olarak Z_L , A_H , Z_H ayar bozonlarını içerir ve

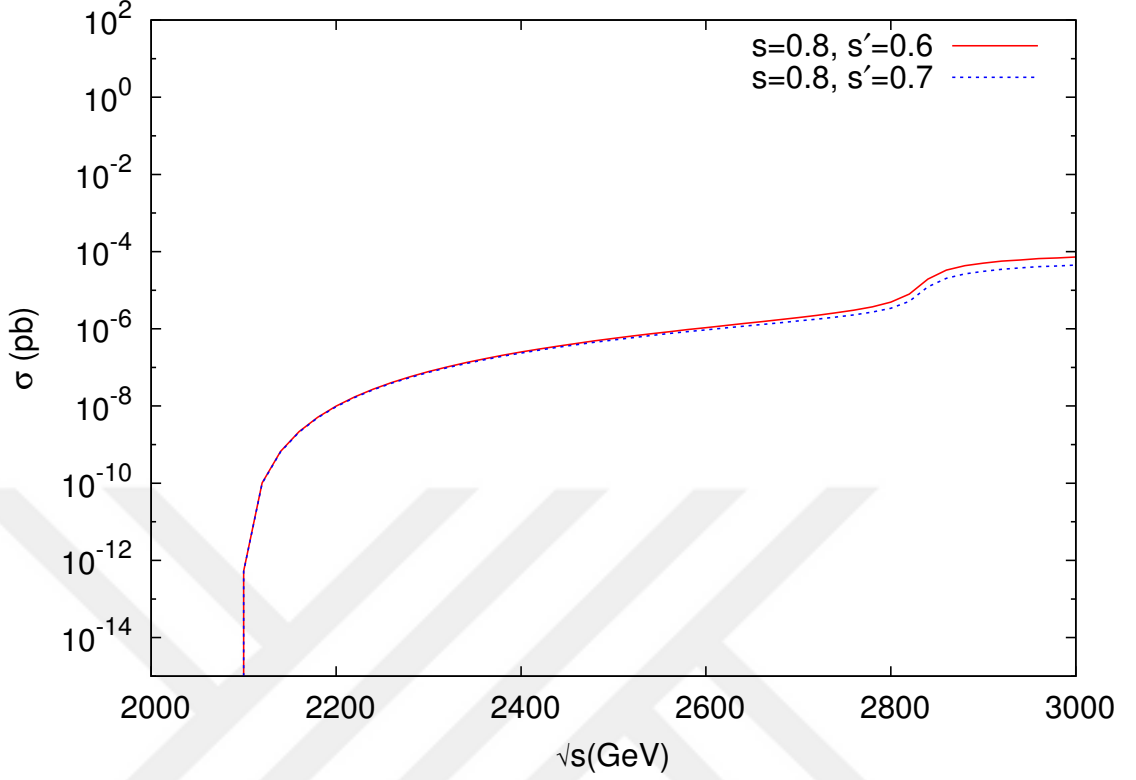
$$\begin{aligned}
M_f = & \sum_{j=1,3,4} \bar{u}(p_5) i \Lambda^{\phi^+ \bar{T} b} u(p_4) \left[\frac{i}{q'^2 + M_{\phi^+}^2} \right] \Lambda^{V_j \phi^+ W_H} g_{\lambda\mu} \epsilon^\lambda(p_3) \left[-i \frac{(g^{\mu\nu} - q^\mu q^\nu / M_{V_j}^2)}{q^2 - M_{V_j}^2 + i M_{V_j} \Gamma_{V_j}} \right] \\
& \times \bar{u}(p_2) i \gamma_\nu \Lambda^{V_j \bar{e} e} u(p_1)
\end{aligned} \tag{4.18}$$

ifadesi ile hesaplanır. Genlikte yer alan q' momentumu, $q' = q - p_3$ 'tür.

Yukarıda yer alan genlik ifadeleri kullanılarak $e^-(p_1) e^+(p_2) \rightarrow W_H^\pm(p_3) T(p_4) b(p_5)$ süreci için üretim tesir kesiti hesaplanabilir (Ek (C.2)). Bu süreç A_L , Z_L , A_H , Z_H , W_L^\pm , W_H^\pm ayar bozonlarının ve ϕ^+ yüklü skalerin değiş tokuşu ile hem s -kanalından hem de t -kanalından katkılar almaktadır.

Kütle merkezi enerjisi $\sqrt{s} = 3 TeV$ de kırılma skalası $f = 1 TeV$ karışım açıları $s = 0.8$, $s' = 0.6, 0.7$ değerlerinde üretim tesir kesitinin kütle merkezi enerjisi \sqrt{s} 'ye bağlı değişimi şekil (4.7)'de yer almaktadır.

Modelin karışım açıları $s = 0.8$, $s' = 0.6$ için kütle merkezi enerjisi $2.8 TeV \leq \sqrt{s} \leq$



Şekil 4.7. $f = 1 TeV$ için sürecin tesir kesitinin kütle merkezi enerjisi \sqrt{s} 'e bağlı değişimi

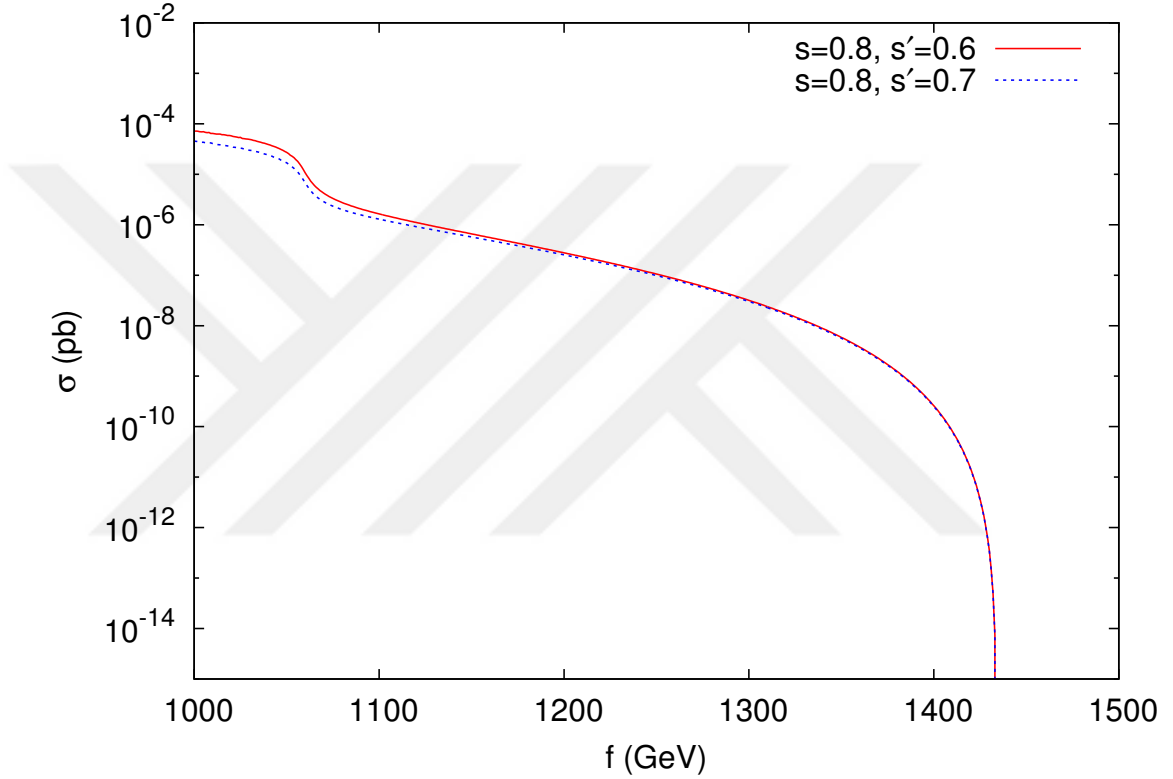
$3 TeV$ aralığında alındığında tesir kesitinin değeri $1.9 \cdot 10^{-5} pb \leq \sigma \leq 7.2 \cdot 10^{-5} pb$ aralığında değerler alır. Karışım açıları $s = 0.8$, $s' = 0.7$ için kütle merkezi enerjisi $2.8 TeV \leq \sqrt{s} \leq 3 TeV$ aralığında alındığında tesir kesitinin değeri $1.2 \cdot 10^{-5} pb \leq \sigma \leq 4.4 \cdot 10^{-5} pb$ aralığında değer alır. Üretilen parçacıkların ele alınan çarpıştırıcılarda gözlemlenmesi % 95 güvenli gözlemlenebilirlik koşulu kullanılarak belirlenmektedir. Gözlemlenebilirlik sınırı olay sayısını $N \geq 5$ ile sınırlandırmaktadır. Gözlenecek olay sayısı, çarpışmaların sayısını karakterize eden ışınlılık (L) ile orantılıdır ve $N = \sigma \cdot L \geq 5$ ile hesaplanmaktadır. Eğer ışınlılık değeri $L = 500 fb^{-1}$ alınırsa onlarca $W_H^\pm T b$ süreci gözlenecektir. Zayıf karışım açıları s ve s' 'ne bağlı olarak oluşacak tesir kesitleri ve gözlemlenecek olay sayıları çizelge (4.3)'te verilmiştir.

Kütle merkezi enerjisi $\sqrt{s} = 3 TeV$ 'de modelin zayıf karışım açıları $s = 0.8$ ve $s' = 0.6, 0.7$ değerleri için sürecin tesir kesitinin kırılma skalası olan f 'nin bir fonksiyonu

s/s'	\sqrt{s}	σ (pb)	N
0.8/0.6	$2.8 TeV \leq \sqrt{s} \leq 3 TeV$	$1.9 10^{-5} \leq \sigma \leq 7.2 10^{-5}$	$10 \leq N \leq 36$
0.8/0.7	$2.8 TeV \leq \sqrt{s} \leq 3 TeV$	$1.2 10^{-5} \leq \sigma \leq 4.4 10^{-5}$	$6 \leq N \leq 22$

Çizelge 4.3. Işınlılık değeri $L = 500 fb^{-1}$ alındığında $W_H^\pm T b$ sürecinde gözlemlenecek olay sayısı

olarak değişimi şekil (4.8)'de verilmiştir.

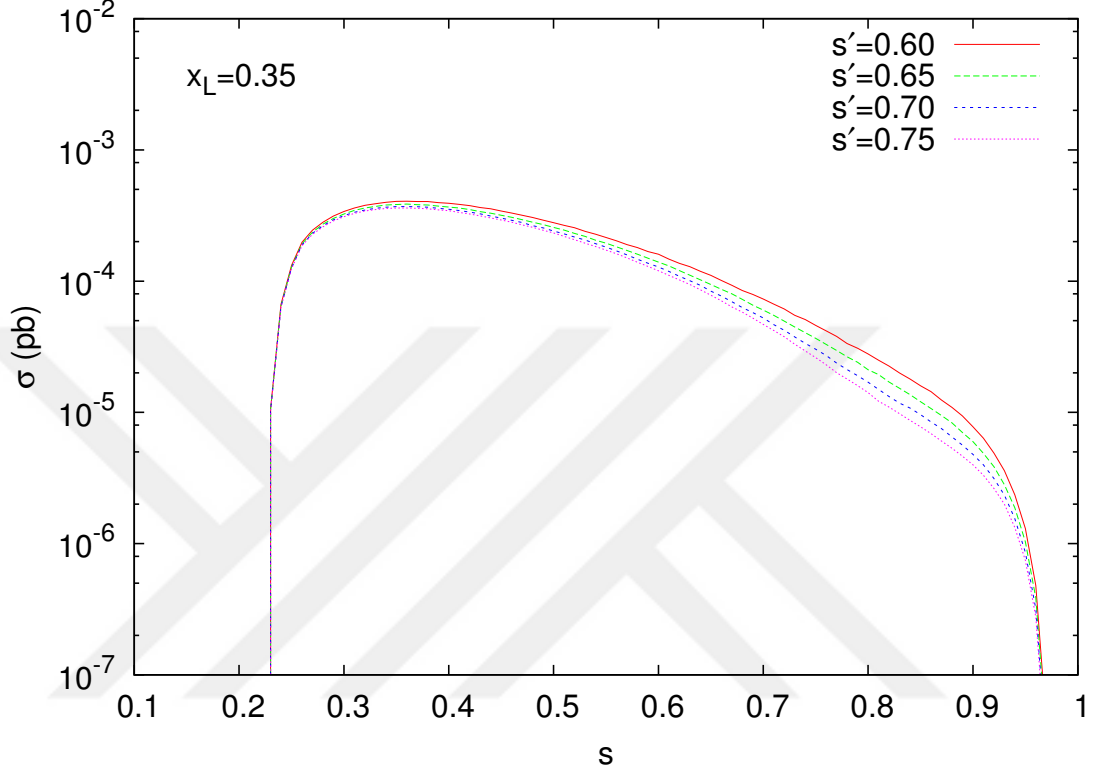


Şekil 4.8. $\sqrt{s} = 3 TeV$ 'de sürecin tesir kesitinin $\lambda_1 = \lambda_2$ için f 'ye bağlı değişimi

Şekil (4.8) incelendiğinde sürecin tesir kesitinin karışım açılarına karşı çok hassas olduğu görülebilir. Kütle merkezi enerjisi $\sqrt{s} = 3 TeV$ 'de kırılma skalası $f > 1.06 TeV$ 'den itibaren tesir kesiti küçülmektedir. Bu nedenle 1.06 TeV'den büyük f değerlerinde ışınılılık değeri $L = 500 fb^{-1}$ alındığında 5'ten daha az olay sayısı elde edileceğinden sürecin dedekte edilebilmesi zorlaşacaktır. $f = 1 TeV$ alındığında sürecin tesir kesitinin değeri, $s = 0.8$ ve $s' = 0.6$ için $\sigma = 7.3 10^{-5} pb$, $s = 0.8$ ve $s' = 0.7$ için $\sigma = 4.5 10^{-5} pb$ olur.

Kütle merkezi enerjisi $\sqrt{s} = 3 TeV$ 'de üst kuarklar arasındaki karışım parametresi $x_L = 0.35$ alındığında elektrozayıf hassasiyet testlerinden gelen sınırlamalar dahilinde

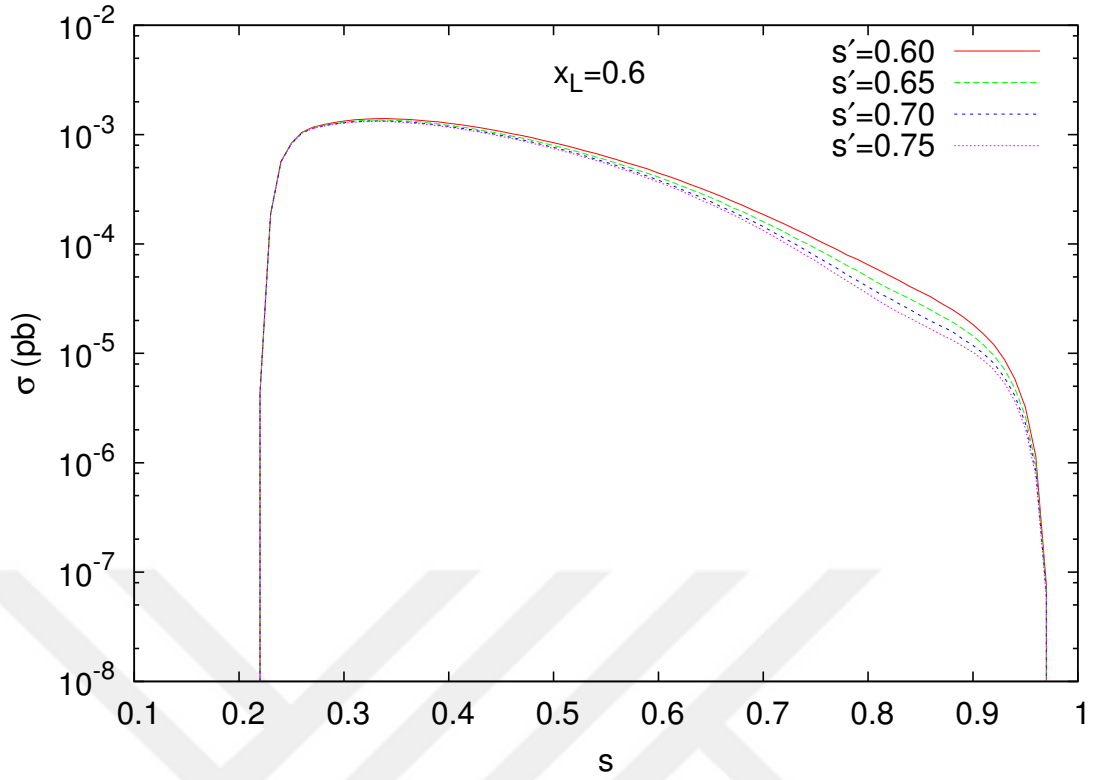
dört farklı s' değeri için sürecin tesir kesitinin s' 'ye bağlı değişimi şekil (4.9)'da, $x_L = 0.6$ alındığında elektrozayıf hassasiyet testlerinden gelen sınırlamalar dahilinde dört farklı s' değeri için sürecin tesir kesitinin s' 'ye bağlı değişimi şekil (4.10)'da yer almaktadır.



Şekil 4.9. $\sqrt{s} = 3 TeV$ ve $f = 1 TeV$ için sürecin tesir kesitinin s' 'ye bağlı değişimi

Şekil (4.9) ve şekil (4.10) incelendiğinde artan s değerleri ile birlikte sürece ait tesir kesitinin değeri azalmaktadır. Şekil (4.9) ve (4.10)'da yer alan x_L parametresinin değeri, tüm parametre uzayı tarandıktan sonra $0.35 \leq x_L \leq 0.6$ aralığında olması gerektiği görülmüştür. Bu aralık içerisinde artan x_L değerleri ile birlikte tesir kesitinin değeri artmaktadır. Bu aralığın dışında kalan x_L değerlerinde ise sürecin tesir kesitinin değeri olay gözlemlenmesine yetecek büyüklükte değildir. Kütle merkezi enerjisi $\sqrt{s} = 3 TeV$ ve ışınlılık değeri $L = 500 fb^{-1}$ alındığında $x_L = 0.35$ ve $f = 1 TeV$ için zayıf karışım açıları olan s ve s' 'nün farklı değerlerine bağlı olarak sürecin üretim tesir kesitinin ve gözlemlenecek olay sayısının değerleri çizelge (4.4)'te verilmiştir.

$\sqrt{s} = 3 TeV$ ve $L = 500 fb^{-1}$ alındığında $x_L = 0.60$ ve $f = 1 TeV$ için s ve



Şekil 4.10. $\sqrt{s} = 3 \text{ TeV}$ 'de sürecin tesir kesitinin s' 'ye bağlı değişimi $f = 1 \text{ TeV}$

s/s'	σ tesir kesiti (pb)	olay sayısı	s/s'	σ tesir kesiti (pb)	olay sayısı
0.75/0.60	$4.6 \cdot 10^{-5}$	23	0.80/0.60	$2.8 \cdot 10^{-5}$	14
0.75/0.65	$3.7 \cdot 10^{-5}$	18	0.80/0.65	$2.2 \cdot 10^{-5}$	11
0.75/0.70	$3.0 \cdot 10^{-5}$	15	0.80/0.70	$1.8 \cdot 10^{-5}$	9
0.75/0.75	$2.6 \cdot 10^{-5}$	13	0.80/0.75	$1.4 \cdot 10^{-5}$	7

Çizelge 4.4. $x_L = 0.35$, $\sqrt{s} = 3 \text{ TeV}$, $f = 1 \text{ TeV}$ ve $L = 500 \text{ fb}^{-1}$ 'de farklı s ve s' değerleri için tesir kesiti ve olay sayısı

s' 'nün farklı değerlerine bağlı olarak sürecin üretim tesir kesitinin ve gözlemlenecek olay sayısının değerleri çizelge (4.5)'da verilmiştir.

s/s'	σ (pb)	N	s/s'	σ (pb)	N	s/s'	σ (pb)	N	s/s'	σ (pb)	N
0.75/0.60	$1.1 \cdot 10^{-4}$	55	0.80/0.60	$6.4 \cdot 10^{-5}$	32	0.85/0.60	$3.2 \cdot 10^{-5}$	16	0.90/0.60	$1.8 \cdot 10^{-5}$	9
0.75/0.65	$9.1 \cdot 10^{-5}$	45	0.80/0.65	$5.0 \cdot 10^{-5}$	25	0.85/0.65	$2.8 \cdot 10^{-5}$	14	0.90/0.65	$1.4 \cdot 10^{-5}$	7
0.75/0.70	$7.8 \cdot 10^{-5}$	39	0.80/0.70	$4.0 \cdot 10^{-5}$	20	0.85/0.70	$2.2 \cdot 10^{-5}$	11	0.90/0.70	$1.2 \cdot 10^{-5}$	6
0.75/0.75	$7.1 \cdot 10^{-5}$	36	0.80/0.75	$3.6 \cdot 10^{-5}$	18	0.85/0.75	$1.8 \cdot 10^{-5}$	9	0.90/0.75	$1.1 \cdot 10^{-5}$	5

Çizelge 4.5. $x_L = 0.60$ için $\sqrt{s} = 3 \text{ TeV}$, $f = 1 \text{ TeV}$ ve $L = 500 \text{ fb}^{-1}$ 'de $s=0.75, 0.80, 0.85, 0.90$ ve farklı s' değerleri için tesir kesiti ve olay sayısı

5. TARTIŞMA ve SONUÇ

Küçük Higgs teorileri, süpersimetrik modellere alternatif olarak, Standart Model'in Higgs bozon kütlelerinin ince-ayar problemini ele almada fenomenolojik olarak tutarlı bir çözüm sağlar.

Küçük Higgs teorileri arasında yer alan ve en ekonomik model olan Küçük Higgs Model ele alınmıştır. KHM, SM parçacıklarına karşılık gelen hafif ayar bozonları (W_L^\pm, Z_L, A_L), hiyerarşi problemine çözüm olarak önerilen ağır bozonlar (W_H^\pm, Z_H, A_H), ağır üst kuark (T) ve skaler parçacıklar ($\phi^0, \phi^+, \phi^{++}$) olmak üzere zengin bir parçacık spektrumuna sahiptir. KHM'nin serbest parametreleri (s, s', f, x_L), elektrozayıf hassasiyet ölçümlerinden elde edilen veriler tarafından kısıtlanmaktadır.

Bu çalışmada, KHM'nin parçacık spektrumunda yer alan ağır W bozonun, ağır üst kuarkın, SM alt kuarkı (b) ile beraber elektron-pozitron çarpıştırıcılarında üretim tesir kesitleri ve yeni ağır parçacıkların bozunma genişlikleri modelin serbest parametrelerine bağlı olarak incelenmiştir.

W_H^\pm ağır bozonun kütlesi ($M_{W_H^\pm}$), modelin serbest parametreleri olan s ve f 'ye bağlıdır. W_H^\pm ağır bozonun kütlesi v/f ; 0.1 ile 0.246 değerleri dikkate alınarak karışım açısına bağlı olarak incelendiğinde, zayıf karışım açısı s arttıkça $M_{W_H^\pm}$ azalmaktadır (Şekil(4.1)). Ayrıca modelin kırılma skalası olan f 'nin değeri azaldıkça $M_{W_H^\pm}$ 'ta da azalma gözlemlenmektedir. Modelin diğer bir ağır parçacığı olan vektör-benzeri üst kuarkın (T) kütlesi M_T , modelin serbest parametreleri olan f ve x_L 'ye bağlıdır. $x_L = 0.5, 0.7, 0.8, 0.9$ değerleri için ağır üst kuark kütlelerinin v/f değişiminde, x_L 'nin artan değerleri için ağır üst kuark kütlelerinin arttığı gözlenmiştir. Bunun yanısıra v/f oranı arttıkça ağır üst kuark kütlesi azalmaktadır (Şekil (4.4)). W_H^\pm ağır bozonun baskın dört adet bozunma kanalı bulunmaktadır; $W_H^\pm \rightarrow l^\pm \nu, W_H^\pm \rightarrow q'q, W_H^\pm \rightarrow W^\pm h$. Bu bozunma genişlikleri $M_{W_H^\pm}, M_{Z_H}$ ve karışım açıları ile orantılıdır. W_H^\pm ağır ayar bozonunun olası bozunum genişlikleri incelenmiş ve en baskın bozunum kanalının $W_H^\pm \rightarrow q'q$ olduğu belirlenmiştir (Şekil (4.3)) Ağır üst kuarkın baskın üç adet bozunum kanalı bulunmaktadır; $T \rightarrow th, T \rightarrow tZ$ ve $T \rightarrow bW$ ve ağır üst kuarkın bozunum genişliği ağır üst kuark kütlesi ve x_L ile orantılıdır. T kuarkın bozunum genişlikleri arasında en baskın kanal $T \rightarrow bW$ 'dir.

Bu çalışmada Küçük Higgs Model çerçevesinde $e^-e^+ \rightarrow W_H T b$ sürecinin modelin serbest parametrelerine bağlı olarak üretim tesir kesitleri elektrozayıf hassas ölçüm kısıtlamaları dikkate alınarak $\sqrt{s}=3$ TeV, $f=1$ TeV, ışınlılık $L=500$ fb⁻¹ için incelenmiştir. Karışım açıları $s=0.8$, $s'=0.6$ (0.7) için sürecin tesir kesitinin kütle merkezi enerjisine göre değişimi güvenli gözlenebilirlik sınırı ($N \geq 5$) koşulu dikkate alındığında $2.8 \text{ TeV} \leq \sqrt{s} \leq 3 \text{ TeV}$ ($2.8 \text{ TeV} \leq \sqrt{s} \leq 3 \text{ TeV}$) aralığında tesir kesitinin $1.9 \cdot 10^{-5} \text{ pb} \leq \sigma \leq 7.2 \cdot 10^{-5} \text{ pb}$ ($1.2 \cdot 10^{-5} \text{ pb} \leq \sigma \leq 4.4 \cdot 10^{-5} \text{ pb}$) aralığında gözlenebileceği belirlenmiştir. Üretim tesir kesitinin, f kırılma skalasına bağlı değişiminde ise $\sqrt{s}=3$ TeV ($\lambda_1 = \lambda_2$ ve $s=0.8$, $s'=0.6/0.7$) için $f > 1.06$ TeV'den daha büyük değerlerde sürecin gözlenmesi mümkün olmayacaktır. Elektrozayıf hassas ölçümlerden gelen kısıtlamalar, kırılma skalası için gözlenebilirlik koşulunu dar bir aralığa zorlamaktadır.

Modelin bir diğer serbest parametresi x_L dikkate alınarak $0.1 \leq s \leq 0.95$ aralığında $s'=0.6/0.65/0.7/0.75$ için üretim tesir kesiti incelendiğinde $0.35 \leq x_L \leq 0.6$ aralığında 10^{-5} mertebesinde elde edilmiştir. Elektrozayıf hassas ölçüm kısıtlamaları dikkate alındığında ($0.75 \leq s \leq 0.99$ ve $0.6 \leq s' \leq 0.75$), $0.35 \leq x_L \leq 0.6$ aralığında % 95 güvenilirlik seviyesinde ($N \geq 5$) kinematik limitlere ulaşılmıştır.

Sonuç olarak elektrozayıf hassasiyet ölçümlerinden gelen kısıtlamalara rağmen, alt kuark (b) ile beraber ağır üst kuark (T) ve ağır W bozon üretimi $\sqrt{s} = 3$ TeV'de elektron-positron çarpıştırıcılarında üretilebilecektir. Elde edilen sonuçlar dar bir parametre aralığı oluşturmaya rağmen Küçük Higgs Model'de ele alınan $e^-e^+ \rightarrow W_H^\pm T b$ sürecinin dedekte edilebileceğini göstermektedir.

Küçük Higgs Model çerçevesinde ağır parçacıkların üretimi kütle merkezi enerjisi 3 TeV'den daha büyük olan e^-e^+ çarpıştırıcılarında ele alınırsa, modelin serbest parametreleri daha az kısıtlama alacaktır.

KAYNAKLAR

Abe, F., 1995. Observation of top quark production in $\bar{p}p$ collisions. *Phys. Rev. Lett.*, **74**: 2626–2631.

Ade, P. A. R., 2014. Planck 2013 results. XVI. Cosmological parameters. *Astron. Astrophys.*, **571**: A16.

Aliev, T., Cakir, O. 2008. Probing Little Higgs Model in $e^-e^+ \rightarrow \nu\bar{\nu}\gamma$ gamma process. *Eur. Phys. J.*, **C54**: 149–158.

Amsler, C., Doser, M., Antonelli, M., Asner, D., Babu, K., Baer, H., Band, H., Barnett, R., Bergren, E., Beringer, J., Bernardi, G., Bertl, V., Bichsel, H., Biebel, O., Bloch, P., Blucher, E., Blusk, S., Cahn, R., Carena, M., Caso, C., Ceccacci, A., Chakraborty, D., Chen, M., Chivukula, R., Cowan, G., Dahl, O., D'Ambrosio, G., Damour, T., de Gouvea, A., DeGrand, T., Dobrescu, B., Drees, A., Edwards, D., Eidelman, S., Elvira, V., Erler, J., Ezhela, V., Feng, J., Fetscher, W., Fields, B., Foster, B., Gaiser, T., Garren, L., Gerber, H., Gerbier, G., Gherghetta, T., Giudice, G., Goodman, A., Grab, C., Gritsan, A., Grivaz, J., Groom, D., Grünewald, M., Gurtu, A., Gutsche, T., Haber, H., Hagiwara, K., Hagmann, C., Hayes, K., Hernandez-Rey, J., Hikasa, K., Hinchliffe, I., Hocker, A., Huston, J., Igo-Kemenes, P., Jackson, J., Johnson, K., Junk, T., Karlen, D., Kayser, B., Kirkby, D., Klein, S., Knowles, I., Kolda, C., Kowalewski, R., Kreitz, P., Krusche, B., Kuyanov, Y., Kwon, Y., Lahav, O., Langacker, P., Liddle, A., Ligeti, Z., Lin, C., Liss, T., Littenberg, L., Liu, J., Lugovsky, K., Lugovsky, S., Mahlke, H., Mangano, M., Mannel, T., Manohar, A., Marciano, W., Martin, A., Masoni, A., Milstead, M., Miquel, R., Moenig, K., Murayama, H., Nakamura, K., Narain, M., Nason, P., Navas, S., Nevski, P., Nir, Y., Olive, K., Pape, L., Patrignani, C., Peacock, J., Piepke, A., Punzi, G., Quadt, A., Raby, S., Raffelt, G., Rateliff, B., Renk, B., Richardson, P., Roesler, S., Rolli, S., Romaniouk, A., Rosenberg, L., Rosner, J., Sachrajda, C., Sakai, Y., Sarkar, S., Sauli, F., Schneider, O., Scott, D., Seligman, W., Shaevitz, M., Sjostrand, T., Smith, J., Smoot, G., Spanier, S., Spieler, H., Stahl, A., Stanev, T., Stone, S., Surniyoshi, T., Tanabashi, M., Terning, J., Titov, M., Tkachenko, N., Tornqvist, N., Tovey, D., Trilling, G., Trippe, T., Valencia, G., van Bibber, K., Vincter, M., Vogel, P., Ward, D., Watari, T., Vebber, B., Weiglein, G., Wells, J., Whalley, M., Wheeler, A., Wohl, C., Wolfenstein, L., Womersley, J., Woody, C., Workmnan, R., Yamamoto, A., Yao, W., Zenin, O., Zhang, J., Zhu, R., Zyla, P. 2008. Review of particle physics. *Physics Letters B*, **667**(1-5): 1–1340.

Anderson, C. D. 1933. The Positive Electron. *The Physical Review*, **43**(6): 491–492.

Arkani-Hamed, N., Cohen, A. G., Georgi, H. 2001. Electroweak symmetry breaking from dimensional deconstruction. *Phys. Lett.*, **B513**: 232–240.

Arkani-Hamed, N., Cohen, A. G., Gregoire, T., Wacker, J. G. 2002. Phenomenology of Electroweak Symmetry Breaking from Theory Space. *JHEP*, **08**: 020.

- Arkani-Hamed, N., Cohen, A. G., Katz, E., Nelson, A. E. 2002. [The Littlest Higgs](#). *JHEP*, **07**: 034.
- Arkani-Hamed, N., Cohen, A. G., Katz, E., Nelson, A. E., Gregoire, T., Wacker, J. G. 2002. [The Minimal Moose for a Little Higgs](#). *JHEP*, **08**: 021.
- Banks, T. 1984. [Constraints on SU\(2\) x U\(1\) Breaking by Vacuum Misalignment](#). *Nucl. Phys.*, **B243**: 125–130.
- Belyaev, A., Christensen, N. D., Pukhov, A. 2013. [CalcHEP 3.4 for collider physics within and beyond the Standard Model](#). *Comput. Phys. Commun.*, **184**: 1729–1769.
- Beringer, J., 2012. [Review of Particle Physics \(RPP\)](#). *Physical Review*, **D86**: 010001.
- Bilenky, S. M. 1982. *Introduction to the Physics of Electroweak Interactions*. Pergamon Press Ltd. Chapter 4, p. 108.
- Bogoliubov, N. N., Shirkov, D. V. 1982. *Quantum Fields*. Benjamin/Cummings Publishing Company. Chapter 8, p. 287.
- Bollini, C. G., Giambiagi, J. J. 1972. Dimensional renormalization: The number of dimensions as a regularizing parameter. "*Nuovo Cimento B*".
- Boyarkin, O. M. 2011. *Advanced Particle Physics Volume I*. Crc Press Taylor and Francis Book. p. 630.
- Buras, A. J., Poschenrieder, A., Uhlig, S., Bardeen, W. A. 2006. [Rare \$K\$ and \$B\$ Decays in the Littlest Higgs Model without \$T^-\$ Parity](#). *JHEP*, **11**: 062.
- Cagil, A., Zeyrek, M. T. 2009. [Z\(L\) associated pair production of charged Higgs bosons in the littlest Higgs model at \$e^+ e^-\$ colliders](#). *Phys. Rev.*, **D80**: 055021.
- Chacko, Z., Goh, H.-S., Harnik, R. 2006. [A Twin Higgs Model from Left-Right Symmetry](#). *JHEP*, **01**: 108.
- Chadwick, J. 1932. . *Nature*, **192**(312): .
- Chang, S. 2003. [A 'Littlest Higgs' Model with Custodial SU\(2\) Symmetry](#). *JHEP*, **12**: 057.
- Chang, S., Wacker, J. G. 2004. [Little Higgs and Custodial SU\(2\)](#). *Phys. Rev.*, **D69**: 035002.
- Cheng, H.-C., Low, I. 2003. [TeV symmetry and the little hierarchy problem](#). *JHEP*, **09**: 051.
- Cheng, H.-C., Low, I. 2004. [Little Hierarchy, Little Higgses, and a Little Symmetry](#). *JHEP*, **08**: 061.
- Chen, M.-C., Dawson, S. 2004. [One loop radiative corrections to the rho parameter in the littlest Higgs model](#). *Phys. Rev.*, **D70**: 015003.

Cincioğlu, E. 2010. Olomorf olmayan süpersimetrik standart model ve belirgin cp İhlalinin nötral higgs bozonlarına gelen loop düzeltmeleri. Master's thesis. Balıkesir Üniversitesi.

Cohen, A. G., Kaplan, D. B., Nelson, A. E. 1997. Counting 4π 's in strongly coupled supersymmetry. *Phys. Lett.*, **B412**: 301–308.

Coleman, S., Weinberg, E. 1973. Radiative Corrections as the Origin of Spontaneous Symmetry Breaking. *Phys. Rev. D*, **7**: 1888–1910.

Coleman, S., Weinberg, E. 1973. Radiative Corrections as the Origin of Spontaneous Symmetry Breaking. *Phys. Rev. D*, **7**: 1888–1910.

Collaboration, C. 2012. Observation of a new particle in the search for the Standard Model Higgs boson with the {ATLAS} detector at the {LHC}. *Physics Letters B*, **716**(1): 1 – 29.

Csaki, C., Hubisz, J., Kribs, G. D., Meade, P., Terning, J. 2003. Big Corrections from a Little Higgs. *Phys. Rev.*, **D67**: 115002.

Csaki, C., Hubisz, J., Kribs, G. D., Meade, P., Terning, J. 2003. Variations of Little Higgs models and their electroweak constraints. *Phys. Rev.*, **D68**: 035009.

de Boer, W. 1994. Grand unified theories and supersymmetry in particle physics and cosmology. *Prog. Part. Nucl. Phys.*, **33**: 201–302.

Diaz, R. A. 2002. Phenomenological analysis of the two Higgs doublet model. PhD thesis. Colombia, U. Natl.

Dimopoulos, S., Preskill, J. 1982. Massless Composites With Massive Constituents. *Nucl. Phys.*, **B199**: 206–222.

Dugan, M. J., Georgi, H., Kaplan, D. B. 1985. Anatomy of a Composite Higgs Model. *Nucl. Phys.*, **B254**: 299–326.

Eidelman, S., Hayes, K., K.A., O., M., A.-B. 2004. Review of Particle Physics. *Physics Letters B*, **592**: 1+.

Englert, F., Brout, R. 1964. Broken Symmetry and the Mass of Gauge Vector Mesons. *Phys. Rev. Lett.*, **13**: 321–323.

Feynman, R. P. 1961. *Quantum Electrodynamics*. Editörler: Huggins, E. R., Yura, H.T., W. A. Benjamin, INC.. p. 198.

Frieman, J., Turner, M., Huterer, D. 2008. Dark Energy and the Accelerating Universe. *Ann. Rev. Astron. Astrophys.*, **46**: 385–432.

Gell-Mann, M. 1961. The Eightfold Way: A Theory of Strong Interaction Symmetry . *DOE Technical Report*.

Georgi, H., Kaplan, D. B. 1984. Composite Higgs and Custodial SU(2). *Phys. Lett.*, **B145**: 216–220.

- Georgi, H., Kaplan, D. B., Galison, P. 1984.** Calculation of the Composite Higgs Mass. *Phys. Lett.*, **B143**: 152–154.
- Goh, H.-S., Su, S. 2007.** Phenomenology of left-right twin Higgs model. *AIP Conf. Proc.*, **903**: 431–434. [,431(2006)].
- Goldstone, J. 1961.** Field theories with « Superconductor » solutions. *Il Nuovo Cimento (1955-1965)*, **19**(1): 154–164.
- Greiner, W., Reinhardt, J. 2008.** *Quantum Electrodynamics*. Springer. p. 447.
- Greiner, W., Schramm, S., Stein, D. E. 2002.** *Quantum Chromodynamics*. Springer. p. 551.
- Griffiths, D. 2008.** *Introduction Elementary Particles*. Wiley-VCH. Chapter 8, p. 285.
- Griffiths, D. 2015.** *Kuantum Elektrodinamiği: Temel Parçacıklara Giriş*. Editör: ÖNENGÜT, G., Çevirenler: Jale Y. Süngü and Zerrin Kırca and Berrin B. A. Şirvanlı and Nilgün Demir., Wiley-VCH (Nobel Yayınevi). Chapter 7, p. 225–262.
- Griffiths, D. 2015.** *Kuantum Elektrodinamiği: Temel Parçacıklara Giriş*. Editör: ÖNENGÜT, G., Çevirenler: Jale Y. Süngü and Zerrin Kırca and Berrin B. A. Şirvanlı and Nilgün Demir., Wiley-VCH (Nobel Yayınevi). Chapter 6, p. 203–211.
- Griffiths, D. 2015.** *Temel Parçacıklara Giriş*. Editör: ÖNENGÜT, G., Çevirenler: Jale Y. Süngü and Zerrin Kırca and Berrin B. A. Şirvanlı and Nilgün Demir., Wiley-VCH (Nobel Yayınevi).
- Guralnik, G. S., Hagen, C. R., Kibble, T. W. B. 1964.** Global Conservation Laws and Massless Particles. *Phys. Rev. Lett.*, **13**: 585–587.
- Han, T., Logan, H. E., McElrath, B., Wang, L.-T. 2003.** Phenomenology of the little Higgs model. *Phys. Rev.*, **D67**: 095004.
- Hewett, J. L., Petriello, F. J., Rizzo, T. G. 2003.** Constraining the Littlest Higgs. *JHEP*, **10**: 062.
- Higgs, P. W. 1964.** Broken Symmetries and the Masses of Gauge Bosons. *Phys. Rev. Lett.*, **13**: 508–509.
- Jegerlehner, F. 2016.** *Quantum Chromodynamics and Strong Interaction Physics*, <http://www-com.physik.hu-berlin.de/~fjeger/QCD-lectures.pdf> (Erişim tarihi:25.02.2016).
- Kaplan, D. B., Georgi, H. 1984.** $SU(2) \times U(1)$ Breaking by Vacuum Misalignment. *Physics Letters B*, **136**(3): 183 – 186.
- Kaplan, D. B., Georgi, H., Dimopoulos, S. 1984.** composite higgs scalars. *Physics Letters B*, **136**(3): 187 – 190.
- Kaplan, D. E., Schmaltz, M. 2003.** The Little Higgs from a Simple Group. *JHEP*, **10**: 039.

- Kaul, R. K. 1983.** [Technicolor](#). *Rev. Mod. Phys.*, **55**: 449–475.
- Khamseh, A. 2013.** Representations of the Poincaré group, <http://www2.ph.ed.ac.uk/~s0948358/mysite/Poincare%20Chapters%201&2.pdf>-(erişim tarihi:27.02.2016).
- Kilian, W., Reuter, J. 2004.** [The Low-energy Structure of Little Higgs Models](#). *Phys. Rev.*, **D70**: 015004.
- Kodama, K., 2001.** [Observation of tau neutrino interactions](#). *Physical Letters*, **B504**: 218–224.
- Labelle, P. 2010.** [Supersymmetry Demystified](#). McGraw-Hill.
- Low, I., Skiba, W., Tucker-Smith, D. 2002.** [Little Higgses from an Antisymmetric Condensate](#). *Phys. Rev.*, **D66**: 072001.
- Lukkezen, J. 2008.** Little higgs phenomenology. Master's thesis. Nikhef, Universiteit Leiden.
- Luty, M. A. 1998.** [Naive dimensional analysis and supersymmetry](#). *Phys. Rev.*, **D57**: 1531–1538.
- Lykken, J. D. 1996.** [Introduction to supersymmetry](#). In *Fields, strings and duality*. Proceedings, Summer School, Theoretical Advanced Study Institute in Elementary Particle Physics, TASI'96, Boulder, USA, June 2-28, 1996. p. 85–153.
- Martin, S. P. 1997.** [A Supersymmetry primer](#). *Adv.Ser.Direct.High Energy Phys.* 21 (2010) 1-153. [Adv. Ser. Direct. High Energy Phys.18,1(1998)].
- Meade, P., Reece, M. 2006.** [Top Partners at the LHC: Spin and Mass Measurement](#). *Phys. Rev.*, **D74**: 015010.
- Mills, R. L. 2000.** *The Grand Unified Theory of Classical Quantum Mechanics*. Black-Light Power Inc.
- Mohapatra, R. N. 2015.** [Supersymmetry and R-parity: an Overview](#). *Phys. Scripta*, **90**: 088004.
- Olive, K., Agashe, K., Amsler, C., Antonelli, M., Arguin, J.-F., Asner, D., Baer, H., Band, H., Barnett, R., Basaglia, T., Bauer, C., Beatty, J., Belousov, V., Beringer, J., Bernardi, G., Bethke, S., Bichsel, H., Biebel, O., Blucher, E., Blusk, S., Brooijmans, G., Buchmueller, O., Burkert, V., Bychkov, M., Cahn, R., Carena, M., Ceccucci, A., Cerri, A., Chakraborty, D., Chen, M.-C., Chivukula, R., Copic, K., Cowan, G., Dahl, O., Ambrosio, G. D., Damour, T., de Florian, D., de Gouvea, A., DeGrand, T., de Jong, P., Dissertori, G., Dobrescu, B., Doser, M., Drees, M., Dreiner, H., Edwards, D., Eidelman, S., Erler, J., Ezhela, V., Fetscher, W., Fields, B., Foster, B., Freitas, A., Gaisser, T., Gallagher, H., Garren, L., Gerber, H.-J., Gerbier, G., Gershon, T., Gherghetta, T., Golwala, S., Goodman, M., Grab, C., Grietsan, A., Grojean, C.,**

Groom, D., Grunewald, M., Gurtu, A., Gutsche, T., Haber, H., Hagiwara, K., Hanhart, C., Hashimoto, S., Hayato, Y., Hayes, K., Heffner, M., Heltsley, B., Hernandez-Rey, J., Hikasa, K., Hocker, A., Holder, J., Holtkamp, A., Huston, J., Jackson, J., Johnson, K., Junk, T., Kado, M., Karlen, D., Katz, U., Klempt, S. K. E., Kowalewski, R., Krauss, F., Kreps, M., Krusche, B., Kuyanov, Y., Kwon, Y., Lahav, O., Laiho, J., Langacker, P., Liddle, A., Ligeti, Z., Lin, C.-J., Liss, T., Littenberg, L., Lugovsky, K., Lugovsky, S., Maltoni, F., Mannel, T., Manohar, A., Marciano, W., Martin, A., Masoni, A., Matthews, J., Milstead, D., Molaro, P., Monig, K., Moortgat, F., Mortonson, M., Murayama, H., Nakamura, K., Narain, M., Nason, P., Navas, S., Neubert, M., Nevski, P., Nir, Y., Pape, L., Parsons, J., Patrignani, C., Peacock, J., Pennington, M., Petcov, S., Piepke, A., Pomarol, A., Quadt, A., Raby, S., Rademacker, J., Raffelt, G., Ratcliff, B., Richardson, P., Ringwald, A., Roesler, S., Rolli, S., Romaniouk, A., Rosenberg, L., Rosner, J., Rybka, G., Sachrajda, C., Sakai, Y., Salam, G., Sarkar, S., Sauli, F., Schneider, O., Scholberg, K., Scott, D., Sharma, V., Sharpe, S., Silari, M., Sjostrand, T., Skands, P., Smith, J., Smoot, G., Spanier, S., Spieler, H., Spiering, C., Stahl, A., Stanev, T., Stone, S., Sumiyoshi, T., Syphers, M., Takahashi, F., Tanabashi, M., Terning, J., Tiator, L., Titov, M., Tkachenko, N., Tornqvist, N., Tovey, D., Valencia, G., Venanzoni, G., Vincter, M., Vogel, P., Vogt, A., Wakely, S., Walkowiak, W., Walter, C., Ward, D., Weiglein, G., Weinberg, D., Weinberg, E., White, M., Wiencke, L., Wohl, C., Wolfenstein, L., Womersley, J., Woody, C., Workman, R., Yamamoto, A., Yao, W.-M., Zeller, G., Zenin, O., Zhang, J., Zhu, R.-Y., Zimmermann, F., Zyla, P. 2014. [Review of particle physics](#). *Chinese Physics C*, **38**(090001): .

Osland, P., Pandita, P. N., Selbuz, L. 2008. [Trilinear Higgs couplings in the two Higgs doublet model with CP violation](#). *Phys. Rev.*, **D78**: 015003.

Pati, J. C., Salam, A. 1974. [Lepton number as the fourth "color"](#). *Phys. Rev. D*, **10**: 275–289.

Pauli, W., Villars, F. 1949. On the invariant regularization in relativistic quantum theory. *"Reviews Of Modern Physics "*.

Perelstein, M. 2007. [Little Higgs Models and Their Phenomenology](#). *Prog. Part. Nucl. Phys.*, **58**: 247–291.

Popovic, M. B. 2002. ["The Standard model hierarchy, fine tuning, and negativity of the Higgs mass squared"](#).

Poschenrieder, A. 2007. The Littlest Higgs and its Phenomenological Implications for Flavor Changing Neutral Currents and Lepton Flavor Violating Processes. PhD thesis. Technische Universität München.

Postma, J. 2006. Little higgs models: Effective gauge theories stabilizing the electro-weak scale employing collective symmetry breaking. Master's thesis. Rijksuniversiteit Groningen.

Quevedo, F., Krippendorff, S., Schlotterer, O. 2010. [Cambridge Lectures on Supersymmetry and Extra Dimensions](#).

Rovelli, C. 2007. [Quantum Gravity](#). Cambridge University Press.

- Ryder, L. H. 1996.** *"Quantum Field Theory"*. Cambridge University Press. p. 308–338.
- Salam, A. 1959.** *Weak and electromagnetic interactions. Il Nuovo Cimento Series 10.*
- Salam, A. 1968.** Elementary particle theory. *Nuclear Physics.*
- Schmaltz, M. 2004.** *The Simplest little Higgs. JHEP, 08:* 056.
- Schmaltz, M., Tucker-Smith, D. 2005.** *Little Higgs Review. Ann. Rev. Nucl. Part. Sci., 55:* 229–270.
- Schwartz, M. D. 2014.** *Quantum Field Theory and the Standard Model.* Cambridge University Press. p. 114–120.
- Schwarz, J. H., Green, M. B., Witten, E. 1988.** *Superstring theory, volume I & II.* Cambridge University Press.
- Skiba, W., Terning, J. 2003.** *A Simple Model of Two Little Higgses. Phys. Rev., D68:* 075001.
- 't Hooft, G. 1971.** *Renormalizable Lagrangians for massive Yang-Mills fields. Nuclear Physics.*
- 't Hooft, G. 1971.** *Renormalization of massless Yang-Mills fields. Nuclear Physics.*
- 't Hooft, G. 1973.** Regularization and renormalization of gauge fields. *"Nuclear Physics B61"*.
- Thompson, D. I. 2007.** Low Energy Consequences of Some Non-standard Higgs Models. PhD thesis. University of Glasgow.
- Thomson, J. J. 1897.** *Cathode Rays. Philosophical Magazine, 44(293):* .
- 't Hooft, G., Veltman, M. 1972.** Regularization and renormalization of gauge fields. *"Nuclear Physics B44"*.
- Tong, D. 2007.** Quantum Field Theory, <http://www.damtp.cam.ac.uk/user/tong/qft/qft.pdf>-(Erişim tarihi:09.04.2016).
- van Kappel, M. 2008.** Little higgs models and rare decays. Master's thesis. Nikhef, Universiteit Utrecht.
- Weinberg, S. 1967.** *A Model of Leptons. Phys. Rev. Lett., 19:* 1264–1266.
- Weinberg, S. 1972.** *Approximate Symmetries and Pseudo-Goldstone Bosons. Phys. Rev. Lett., 29:* 1698–1701.
- Wolfram Research, I. 2014.** *Mathematica, version 10.6.*
- Zweig, G. 1964.** An su_3 model for strong interaction symmetry and its breaking <http://inspirehep.net/record/4674/files/cern-th-412.pdf>-(erişim tarihi:09.04.2016). *Developments in the Quark Theory of Hadrons, 1(Part1):* 24p.

$$\Sigma_{(p)} = -\lambda^2 \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{\text{Tr}[(\not{k} + m_t)(\not{k} - \not{p} + m_t)]}{[k^2 + m_t^2][(\not{k} - \not{p})^2 + m_t^2]} \quad (\text{A.2})$$

elde edilir.

Ekler (B)' deki iz alma kuralları kullanılırsa (A.2) denklemini

$$\Sigma_{(p)} = -\lambda^2 \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{k_\alpha (k-p)_\beta 4g^{\alpha\beta} + 4m_t^2}{[k^2 - m_t^2][(\not{k} - \not{p})^2 - m_t^2]} \quad (\text{A.3})$$

olur. İntegral içerisinde yer alan ilk terim $k_\alpha (k-p)_\beta 4g^{\alpha\beta} = 4k \cdot (k-p)$ şeklinde skaler çarpımdır ve integralde yerine yerleştirilirse

$$\Sigma_{(p)} = -\lambda^2 \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{[4k \cdot (k-p) + 4m_t^2]}{[k^2 - m_t^2][(\not{k} - \not{p})^2 - m_t^2]} \quad (\text{A.4})$$

elde edilir. Bu integralin

$$\frac{1}{AB} = \int_0^1 dx \frac{1}{[Ax + B(1-x)]^2} \quad (\text{A.5})$$

Feynman parametrizasyonu (Feynman Trick) ile düzenlenmesi gerekir. (A.4) denklemini (A.5) denklemine benzetilirse $A = [(\not{k} - \not{p})^2 - m_t^2]$ ve $B = [k^2 - m_t^2]$ terimlerine karşılık gelir. (A.4) denkleminde Feynman hilesi kullanıldığında

$$\Sigma_{(p)} = -\lambda^2 \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \int_0^1 dx \frac{4[k(k-p) - m_t^2]}{\{[(k-p)^2 - m_t^2]x + (k^2 - m_t^2)(1-x)\}^2} \quad (\text{A.6})$$

elde edilir. Deminatörde yer alan terimler x içeren ve içermeyen terimler olarak ikiye ayrıldıktan sonra deminatörde aşağıdaki gibi bir değişken değişimi yapıldığında

$$M^2 = -x^2 p^2 - m_t^2 + xp^2 \quad , \quad k' = k - xp \Rightarrow k = k' + xp \quad , \quad dk = dk' \quad (\text{A.7})$$

(A.6) denklemi

$$\Sigma_{(p)} = -\frac{4\lambda^2}{(2\pi)^4} \int_0^1 dx \left[\int d^4k' \frac{k'^2}{[k'^2 + M^2]^2} + \int d^4k' \frac{-k'p(1-x)}{[k'^2 + M^2]^2} + \int d^4k' \frac{xp^2(1-x) + m_t^2}{[k'^2 + M^2]^2} \right] \quad (\text{A.8})$$

olur. (A.8) denklemindeki ikinci terim momentumun birinci gücü olduğundan dolayı integrali sıfırdır. (A.8) denklemi

$$\Sigma_{1(p)} = -\frac{4\lambda^2}{(2\pi)^4} \int_0^1 dx \int d^4k' \left[\frac{k'^2}{[k'^2 + M^2]^2} \right] \quad (\text{A.9})$$

ve

$$\Sigma_{2(p)} = -\frac{4\lambda^2}{(2\pi)^4} \int_0^1 dx \int d^4k' \left[\frac{xp^2(1-x) + m_t^2}{[k'^2 + M^2]^2} \right] \quad (\text{A.10})$$

şeklinde iki parça olarak yazılabilir. (A.9) denkleminde yer alan k' , $k'^2 = (k'^0)^2 - |\vec{k}'|^2$ ile tanımlanır. Uzaysal kısmın önünde yer alan (-) işareti, uzaysal kısım ile beraber zamansal kısım üzerinden integral alınmasını engeller. Bu sorunu ortadan kaldırmak amacı ile Wick rotasyonu (Wick rotation) kullanılır ve

$$k'^0 = ik_E^0, \quad \vec{k}' = \vec{k}_E, \quad idk_E \quad (\text{A.11})$$

şeklinde tanımlanır. k'^2 ifadesi öklit uzay formunda

$$k'^2 = -(k_E^0)^2 - |\vec{k}_E|^2 \quad (\text{A.12})$$

olur. k'^2 tanımlandıktan sonra k_E için 4 boyutta hacim elemanı

$$d^4k' = id^4k_E = i \left[\int_0^{+\infty} k_E^3 dk_E \int_0^\pi \sin \theta_1 d\theta_1 \int_0^\pi \sin^2 \theta_2 d\theta_2 \int_0^{2\pi} d\phi \right] = i2\pi^2 \int_0^{+\infty} k_E^3 dk_E \quad (\text{A.13})$$

elde edilir ve $\int dk_E$ integralinde sınır değerleri 0' dan kesilim skalası olan Λ ' ya kadar alınıp $\Sigma_{1(p)}$ ' de yerine yerleştirilirse

$$\Sigma_{1(p)} = -\frac{4\lambda^2}{(2\pi)^4} 2\pi^2 i \int_0^1 dx \underbrace{\int_0^\Lambda \frac{k_E^5}{[k_E^2 - M^2]^2} dk_E}_{(\text{A.14})}$$

elde edilir. Altı çizili kısım

$$\int_0^\Lambda \frac{k_E^5}{[k_E^2 - M^2]^2} dk_E = -\frac{1}{2} \left[\frac{k_E^4}{k_E^2 - M^2} \right] \Big|_0^\Lambda + 2 \int_0^\Lambda \frac{k_E^3}{k_E^2 - M^2} dk_E \quad (\text{A.15})$$

olur. Son terim

$$\frac{k_E^3}{k_E^2 - M^2} = \frac{k_E(k_E^2 - M^2) + k_E M^2}{k_E^2 - M^2} = k_E + \frac{k_E M^2}{k_E^2 - M^2} \quad (\text{A.16})$$

şeklinde düzenlenebilir. Bu ifade (A.15) denkleminde yerleştirildiğinde

$$\int_0^\Lambda \frac{k_E^5}{[k_E^2 - M^2]^2} dk_E = -\frac{1}{2} \left[(k_E^2 + M^2) + \frac{M^4}{k_E^2 - M^2} \right] \Big|_0^\Lambda + 2 \frac{k_E^2}{2} \Big|_0^\Lambda + 2M^2 \frac{1}{2} \ln(k_E^2 - M^2) \Big|_0^\Lambda \quad (\text{A.17})$$

elde edilir ve integralde sınır değerleri yerine yazıldığında

$$\int_0^\Lambda \frac{k_E^5}{[k_E^2 - M^2]^2} dk_E = \frac{1}{2} \Lambda^2 - \frac{1}{2} M^2 - \frac{1}{2} \left(\frac{M^4}{\Lambda^2 - M^2} \right) + M^2 \ln \left(-\frac{\Lambda^2}{M^2} \right) \quad (\text{A.18})$$

bulunur. Elde edilen bu ifade (A.14) denkleminde yerine yerleştirildiğinde

$$\Sigma_{1(p)} = -i \frac{\lambda^2}{2\pi^2} \int_0^1 dx \left[\frac{1}{2} \Lambda^2 - \frac{1}{2} M^2 - \frac{1}{2} \left(\frac{M^4}{\Lambda^2 - M^2} \right) + M^2 \ln \left(-\frac{\Lambda^2}{M^2} \right) \right] \quad (\text{A.19})$$

elde edilir. İntegral terimlere dağıtılsa

$$\begin{aligned} \Sigma_{1(p)} &= -i \frac{\lambda^2}{4\pi^2} \Lambda^2 \Big|_0^1 + i \frac{\lambda^2}{2\pi^2} \int_0^1 dx \left[-\frac{1}{2} M^2 - \frac{1}{2} \left(\frac{M^4}{\Lambda^2 - M^2} \right) + M^2 \ln \left(-\frac{\Lambda^2}{M^2} \right) \right] \\ \Sigma_{1(p)} &= -i \frac{\lambda^2}{4\pi^2} \Lambda^2 + i \frac{\lambda^2}{2\pi^2} \int_0^1 dx \left[-\frac{1}{2} M^2 - \frac{1}{2} \left(\frac{M^4}{\Lambda^2 - M^2} \right) + M^2 \ln \left(-\frac{\Lambda^2}{M^2} \right) \right] \end{aligned} \quad (\text{A.20})$$

olur.

$\Sigma_{1(p)}$ hesaplandıktan sonra ikinci integral olan (A.10) denklemindeki $\Sigma_{2(p)}$ ele alınırsa

$$\Sigma_{2(p)} = -\frac{4\lambda^2}{(2\pi)^4} \int_0^1 dx [-p^2 x(1-x) + m_t^2] \underbrace{\int \frac{d^4 k'}{[k'^2 + M^2]^2}} \quad (\text{A.21})$$

ifadesinde altı çizili terime (A.13) denleminde yer alan Wick rotasyonu uygulanırsa

$$\Sigma_{2(p)} = -\frac{4\lambda^2}{(2\pi)^4} \int_0^1 dx [-p^2 x(1-x) + m_t^2] 2\pi^2 i \underbrace{\int_0^\Lambda \frac{k_E^3}{[k_E^2 + M^2]^2} dk_E} \quad (\text{A.22})$$

elde edilir. Son terim

$$\int_0^\Lambda \frac{k_E^3}{[k_E^2 + M^2]^2} dk_E = -\frac{1}{2} \left(1 + \frac{M^2}{(k_E^2 - M^2)} \right) \Big|_0^\Lambda + \frac{1}{2} \ln(k_E^2 - M^2) \Big|_0^\Lambda \quad (\text{A.23})$$

olur. Denkleminde integral sınırları yerine yerleştirilirse

$$\int_0^\Lambda \frac{k_E^3}{[k_E^2 + M^2]^2} dk_E = -\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \left(\frac{M^2}{\Lambda^2 - M^2} \right) + \frac{1}{2} \ln \left(-\frac{\Lambda^2}{M^2} \right) \quad (\text{A.24})$$

olur. (A.24) denklemini, (A.22) denkleminde yerine yerleştirilirse

$$\Sigma_{2(p)} = -\frac{\lambda^2}{2\pi^2} \int_0^1 dx [-p^2 x(1-x) + m_t^2] \left[-\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \left(\frac{M^2}{\Lambda^2 - M^2} \right) + \frac{1}{2} \ln \left(-\frac{\Lambda^2}{M^2} \right) \right] \quad (\text{A.25})$$

elde edilir. (A.20) ve (A.25) denklemlerinde bulunan $\Sigma_{1(p)}$ ve $\Sigma_{2(p)}$ ifadeleri toplandığında


$$\begin{aligned} \Sigma_p = & -i \frac{\lambda^2}{4\pi^2} \Lambda^2 + i \frac{\lambda^2}{2\pi^2} \int_0^1 dx \left[-\frac{1}{2} M^2 - \frac{1}{2} \left(\frac{M^4}{\Lambda^2 - M^2} \right) + M^2 \ln \left(-\frac{\Lambda^2}{M^2} \right) \right] \\ & - \frac{\lambda^2}{2\pi^2} \int_0^1 dx [-p^2 x(1-x) + m_t^2] \left[-\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \left(\frac{M^2}{\Lambda^2 - M^2} \right) + \frac{1}{2} \ln \left(-\frac{\Lambda^2}{M^2} \right) \right] \end{aligned} \quad (\text{A.26})$$

elde edilir. x üzerinden integral içeren terimler logaritmik katkılar getirecektir. İfade de yer alan ilk terim Higgs parçacığının kütle terimine en büyük katkıyı getirecek kısımdır. Higgs parçacığının kütle terimine üst kuark döngüsünden gelecek katkılar

$$\Sigma_p = -i \frac{3\lambda^2}{4\pi^2} \Lambda^2 + \mathcal{O}(\text{Log}(\Lambda)) \quad (\text{A.27})$$

olur ve kesilim skalası olan Λ 'ya kuadratik olarak bağlıdır. 3 çarpanı üst kuarkın 3 adet renk yüküne sahip olmasından dolayı gelir (Postma 2006).

A.2. Higgs W Bozon Döngüsü



$$\sim \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \frac{1}{k^2 - M_G^2}$$

Şekil A.2. Higgs W bozon döngüsü

Şekil A.2' de yer alan Higgs W bozon döngüsü için çizilen Feynmann diyagramı

$$\Sigma = g \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^2} \frac{1}{k^2 - M_W^2} \quad (\text{A.28})$$

ifadesi ile hesaplanabilir. Bu denkleme Wick rotasyonu (A.13) uygulanırsa

$$\begin{aligned} \Sigma_{(p)} &= -g \int \frac{id^4 k_E}{(2\pi)^4} \frac{1}{k_E^2 + M_W^2} \\ &= -\frac{ig}{8\pi^2} \int_0^\Lambda dk_E k_E^2 \underbrace{\frac{d}{dk_E} \left[\frac{1}{2} \ln(k_E^2 + M_W^2) \right]} \end{aligned} \quad (\text{A.29})$$

altı çizili kısım düzenlenirse

$$\frac{d}{dk_E} \left[\frac{1}{2} \ln(k_E^2 + M_W^2) \right] k_E^2 = \frac{1}{2} \left\{ \frac{d}{dk_E} [k_E^2 \ln(k_E^2 + M_W^2)] - 2k_E \ln(k_E^2 + M_W^2) \right\} \quad (\text{A.30})$$

haline gelir ve (A.29) denkleminde yerine yerleştirildiğinde

$$\Sigma_{(p)} = -\frac{ig}{16\pi^2} [k_E^2 \ln(k_E^2 + M_W^2)] \Big|_0^\Lambda + \frac{ig}{8\pi^2} \underbrace{\int_0^\Lambda dk_E k_E \ln(k_E^2 + M_W^2)} \quad (\text{A.31})$$

elde edilir. İntegralin alınabilmesi için altı çizili kısımda

$$k_E^2 + M_W^2 = e^x \quad \rightarrow \quad k_E dk_E = \frac{1}{2} e^x dx \quad (\text{A.32})$$

şeklinde değişken değişimi yapılabilir. Bu değişken değişiminin ardından altı çizili kısım

$$\begin{aligned} \int_0^\Lambda dk_E k_E \ln(k_E^2 + M_W^2) &= \frac{1}{2} \int dx x e^x = \frac{1}{2} (x e^x - e^x) \\ &= \frac{1}{2} [(k_E^2 + M_W^2) \ln(k_E^2 + M_W^2) - (k_E^2 + M_W^2)] \Big|_0^\Lambda \end{aligned} \quad (\text{A.33})$$

olur. Elde edilen bu eşitlik (A.31) denkleminde yerine koyulup integral sınırları alınırsa

$\Sigma_{(p)}$

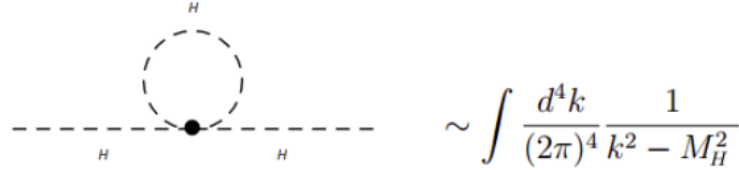
$$\begin{aligned}\Sigma_{(p)} &= -\frac{ig}{16\pi^2} \left[k_E^2 \ln(k_E^2 + M_W^2) - (k_E^2 + M_W^2) \ln(k_E^2 + M_W^2) + (k_E^2 + M_W^2) \right] \Big|_0^\Lambda \\ \Sigma_{(p)} &= -\frac{ig}{16\pi^2} \left\{ \Lambda^2 - M_W^2 \ln \left[\frac{\Lambda^2}{M_W^2} \right] \right\}\end{aligned}\tag{A.34}$$

olarak elde edilir.

$$\Sigma_{(p)} = -\frac{ig}{16\pi^2} \left\{ \Lambda^2 - M_W^2 \ln \left[\frac{\Lambda^2}{M_W^2} \right] \right\}\tag{A.35}$$

Şekil (A.2) için (A.35) denkleminde p momentum değerine bağlı herhangi bir terim olmaması tüm katkıların kütle terimine geleceğini göstermektedir. Higgs kütle terimine gelecek olan katkıların kesilim skalasına kuadratik olarak bağlı olduğu görülmektedir.

A.3. Higgs Higgs Döngüsü



Şekil A.3. Higgs Higgs döngüsü

Şekil A.3' de yer alan Higgs'in kendisi ile etkileşmesini gösteren döngü için çizilen Feynmann diyagramı

$$\Sigma = \lambda \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^2} \frac{1}{k^2 - M_H^2}\tag{A.36}$$

ifadesi ile hesaplanabilir. Bu denkleme Wick rotasyonu (A.13) uygulanırsa

$$\begin{aligned}\Sigma_{(p)} &= -\lambda \int \frac{id^4 k_E}{(2\pi)^4} \frac{1}{k_E^2 + M_H^2} \\ &= -\frac{i\lambda}{8\pi^2} \int_0^\Lambda dk_E k_E^2 \underbrace{\frac{d}{dk_E} \left[\frac{1}{2} \ln(k_E^2 + M_H^2) \right]}_{\text{altı çizili kısım düzenlenirse}}\end{aligned}\quad (\text{A.37})$$

altı çizili kısım düzenlenirse

$$\frac{d}{dk_E} \left[\frac{1}{2} \ln(k_E^2 + M_H^2) \right] k_E^2 = \frac{1}{2} \left\{ \frac{d}{dk_E} [k_E^2 \ln(k_E^2 + M_H^2)] - 2k_E \ln(k_E^2 + M_H^2) \right\}\quad (\text{A.38})$$

haline gelir ve (A.37) denkleminde yerine koyulursa

$$\Sigma_{(p)} = -\frac{i\lambda}{16\pi^2} [k_E^2 \ln(k_E^2 + M_H^2)] \Big|_0^\Lambda + \frac{ig}{8\pi^2} \underbrace{\int_0^\Lambda dk_E k_E \ln(k_E^2 + M_H^2)}_{\text{ifadesi elde edilir. İntegralin alınabilmesi için altı çizili kısımda (A.32) denklemindeki değişken değişimi yapılırsa}}\quad (\text{A.39})$$

ifadesi elde edilir. İntegralin alınabilmesi için altı çizili kısımda (A.32) denklemindeki değişken değişimi yapılırsa

$$\int_0^\Lambda dk_E k_E \ln(k_E^2 + M_H^2) = \frac{1}{2} [(k_E^2 + M_H^2) \ln(k_E^2 + M_H^2) - (k_E^2 + M_H^2)] \Big|_0^\Lambda \quad (\text{A.40})$$

şeklini alır. Elde edilen bu eşitlik (A.39) denkleminde yerine koyulup integral sınırları alınırsa $\Sigma_{(p)}$

$$\begin{aligned}\Sigma_{(p)} &= -\frac{i\lambda}{16\pi^2} [k_E^2 \ln(k_E^2 + M_H^2) - (k_E^2 + M_H^2) \ln(k_E^2 + M_H^2) + (k_E^2 + M_H^2)] \Big|_0^\Lambda \\ \Sigma_{(p)} &= -\frac{i\lambda}{16\pi^2} \left\{ \Lambda^2 - M_H^2 \ln \left[\frac{\Lambda^2}{M_H^2} \right] \right\}\end{aligned}\quad (\text{A.41})$$

haline gelir.

$$\Sigma_{(p)} = -\frac{i\lambda}{16\pi^2} \left\{ \Lambda^2 - M_H^2 \ln \left[\frac{\Lambda^2}{M_H^2} \right] \right\}\quad (\text{A.42})$$

Şekil (A.3) için (A.42) denkleminde p momentum değerine bağlı herhangi bir terim olmaması tüm katkıların kütle terimine geleceğini göstermektedir. Higgs kütle terimine gelecek olan katkıların kesilim skalasına kuadratik olarak bağlı olduğu görülmektedir.

B. Ek 2

B.1. SU(2) Pauli Matrisleri

Pauli matrisleri 3 tane Hermityen, birimsel, izsiz 2×2 ' lik matrisleridir.

$$\sigma_x \equiv \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \sigma_y \equiv \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \sigma_z \equiv \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (\text{B.1})$$

(Genellikle sayısal indisler kullanırız: $\sigma_1 = \sigma_x$, $\sigma_2 = \sigma_y$, $\sigma_3 = \sigma_z$; $\vec{\sigma}$ bir dört-vektörün parçası değildir. Alt ve üst indisleri birbirinden ayırıyoruz: $\sigma_1 = \sigma^1$, $\sigma_2 = \sigma^2$, $\sigma_3 = \sigma^3$)

B.2. Dirac Matrisleri

Dirac matrisleri 4 tane izsiz 4×4 ' lük birimsel matristir:

$$\gamma^0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} : \quad \gamma^i = \begin{pmatrix} 0 & \sigma^i \\ -\sigma^i & 0 \end{pmatrix} \quad (\text{B.2})$$

(Burada 1, 2×2 ' lik birim matristir ve 0 ise elemanları 0 olan 2×2 ' lik bir matristir; σ^i Pauli matrisleridir. İndislerin alta yazılması durumunda 'uzaysal' bleşenlerin işareti değişir: $\gamma_0 = \gamma^0$, $\gamma_i = -\gamma^i$). Yardımcı matrisleri de

$$\gamma^5 \equiv i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3 \quad (\text{B.3})$$

$$\Sigma \equiv \begin{pmatrix} \sigma & 0 \\ 0 & \sigma \end{pmatrix} \quad (\text{B.4})$$

$$\sigma^{\mu\nu} = \frac{i}{2}(\gamma^\mu\gamma^\nu - \gamma^\nu\gamma^\mu) \quad (\text{B.5})$$

şeklinde tanımlıyoruz. Herhangi bir a^μ dört-vektörü için 4×4 ' lük \not{a} matrisini aşağıdaki gibi tanımlarız:

$$\not{a} = a_\mu \gamma^\mu \quad (\text{B.6})$$

(a) Çarpım kuralları:

$$g^{\mu\nu} \equiv \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (\text{B.7})$$

metriği cinsinden ($g^{\mu\nu}g_{\mu\nu} = 4$ olduğuna dikkat ediniz).

$$\gamma^\mu\gamma^\nu + \gamma^\nu\gamma^\mu = 2g^{\mu\nu}, \quad \not{a}\not{b} + \not{b}\not{a} = 2a \cdot b \quad (\text{B.8})$$

$$\gamma_\mu\gamma^\mu = 4 \quad (\text{B.9})$$

$$\gamma_\mu\gamma^\nu\gamma^\mu = -2\gamma^\nu, \quad \gamma_\mu\not{a}\gamma^\mu = -2\not{a} \quad (\text{B.10})$$

$$\gamma_\mu\gamma^\nu\gamma^\lambda\gamma^\mu = 4g^{\nu\lambda}, \quad \gamma_\mu\not{a}\not{b}\gamma^\mu = 4a \cdot b \quad (\text{B.11})$$

$$\gamma_\mu\gamma^\nu\gamma^\lambda\gamma^\sigma\gamma^\mu = -2\gamma^\sigma\gamma^\lambda\gamma^\nu, \quad \gamma_\mu\not{a}\not{b}\not{c}\gamma^\mu = -2\not{c}\not{b}\not{a} \quad (\text{B.12})$$

elde ederiz.

(b) İz teoremleri. Tek sayıda gama matrisinin çarpımının izi sıfırdır.

$$Tr(1) = 4 \quad (\text{B.13})$$

$$Tr(\gamma^\mu\gamma^\nu) = 4g^{\mu\nu}, \quad Tr(\not{a}\not{b}) = 4a \cdot b \quad (\text{B.14})$$

$$Tr(\gamma^\mu\gamma^\nu\gamma^\lambda\gamma^\sigma) = 4(g^{\mu\nu}g^{\lambda\sigma} - g^{\mu\lambda}g^{\nu\sigma} + g^{\mu\sigma}g^{\nu\lambda}),$$

$$Tr(\not{a}\not{b}\not{c}\not{d}) = 4[(a \cdot b)(c \cdot d) - (a \cdot c)(b \cdot d) + (a \cdot d)(b \cdot c)] \quad (\text{B.15})$$

γ^5 çift sayıda γ matrisinin çarpımı olduğu için, $Tr(\gamma^5\gamma^\mu) = 0$ ve $Tr(\gamma^5\gamma^\mu\gamma^\nu\gamma^\lambda) = 0$ sonuçlarını elde ederiz. γ^5 , çift sayıda γ matrisi ile çarpıldığı zaman

$$Tr(\gamma^5) = 0 \quad (\text{B.16})$$

$$Tr(\gamma^5\gamma^\mu\gamma^\nu) = 0, \quad Tr(\gamma^5\not{a}\not{b}) = 0 \quad (\text{B.17})$$

$$Tr(\gamma^5 \gamma^\mu \gamma^\nu \gamma^\lambda \gamma^\sigma) = 4i\epsilon^{\mu\nu\lambda\sigma},$$

$$Tr(\gamma^5 \not{a} \not{b} \not{c} \not{d}) = 4i\epsilon^{\mu\nu\lambda\sigma} a_\mu b_\nu c_\lambda d_\sigma \quad (\text{B.18})$$

denklemleri elde edilir. Burada $\mu\nu\lambda\sigma$, 0123' ün çift bit permütasyonu ise $\epsilon^{\mu\nu\lambda\sigma} = -1$, tek permütasyonu ise $+1$ ' dir.

$$\epsilon^{\mu\nu\lambda\sigma} \epsilon_{\mu\nu\lambda\sigma} = -2(\delta_\kappa^\lambda \delta_\tau^\sigma - \delta_\tau^\lambda \delta_\kappa^\sigma) \quad (\text{B.19})$$

olduğuna dikkat edin.

(c) Antikomütasyon bağıntıları:

$$\{\gamma^\mu, \gamma^\nu\} = 2g^{\mu\nu}, \quad \{\gamma^\mu, \gamma^5\} = 0 \quad (\text{B.20})$$

(Griffiths 2015c)

B.3. SU(3) Gell-Mann Matrisleri

SU(3) Gell-Mann matrisleri 8 tane Hermityen, birimsiz, izsiz 3×3 ' lük matrislerdir:

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, & \lambda_2 &= \begin{pmatrix} 0 & -i & 0 \\ i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, & \lambda_3 &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\ \lambda_4 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, & \lambda_5 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 \end{pmatrix}, & \lambda_6 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \\ \lambda_7 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -i \\ 0 & i & 0 \end{pmatrix}, & \lambda_8 &= \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (\text{B.21})$$

B.4. SU(5) Matrisleri

SU(5) jeneratörleri 24 adet Hermityen, birimsiz, izsiz 5×5 'lik matrislerdir

$$\begin{aligned}
 \tilde{\lambda}_1 &= \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, & \tilde{\lambda}_2 &= \begin{pmatrix} 0 & -i & 0 & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, & \tilde{\lambda}_3 &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\
 \tilde{\lambda}_4 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, & \tilde{\lambda}_5 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & -i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, & \tilde{\lambda}_6 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\
 \tilde{\lambda}_7 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -i & 0 & 0 \\ 0 & i & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, & \tilde{\lambda}_8 &= \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\
 \tilde{\lambda}_9 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, & \tilde{\lambda}_{10} &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, & \tilde{\lambda}_{11} &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\
 \tilde{\lambda}_{12} &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & i & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, & \tilde{\lambda}_{13} &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, & \tilde{\lambda}_{14} &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -i & 0 \\ 0 & 0 & i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$

(B.22)

$$\begin{aligned}
\tilde{\lambda}_{15} &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, & \tilde{\lambda}_{16} &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, & \tilde{\lambda}_{17} &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\
\tilde{\lambda}_{18} &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & i & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, & \tilde{\lambda}_{19} &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, & \tilde{\lambda}_{20} &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -i & 0 & 0 \end{pmatrix} \\
\tilde{\lambda}_{21} &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, & \tilde{\lambda}_{22} &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & 0 & i & 0 \end{pmatrix}, & \tilde{\lambda}_{23} &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \\
\tilde{\lambda}_{24} &= \frac{1}{\sqrt{15}} \begin{pmatrix} -2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}
\end{aligned}$$

dikkat edilirse $\tilde{\lambda}_1, \dots, \tilde{\lambda}_8$ ' e kadar olan matrislerde sol üstte yer alan 3×3 ' lük kısımlar $SU(3)$ Gell-Mann matrisleridir. Aynı şekilde $\tilde{\lambda}_{21}, \tilde{\lambda}_{22}, \tilde{\lambda}_{23}$ ' üncü matrislerde yer alan sağ alt taraftaki 2×2 'lik kısımlarda $SU(2)$ Pauli matrisleridir. $\tilde{\lambda}_{24}$ ise $U(1)$ simetrisine ait matrisi temsil eder. Geriye kalan $\tilde{\lambda}_9, \dots, \tilde{\lambda}_{20}$ arasındaki matrisler ise $SU(3)$ ve $SU(2)$ ayar alanlarının karışımlarını barındıran matrislerdir. $SU(5)$ simetrisi, Littlest Higgs Model' in global ayar simetrisini oluşturur. $SU(5)$ global simetrisinde

$$\tilde{\lambda}_2, \tilde{\lambda}_5, \tilde{\lambda}_7, \tilde{\lambda}_{10}, \tilde{\lambda}_{12}, \tilde{\lambda}_{14}, \tilde{\lambda}_{16}, \tilde{\lambda}_{18}, \tilde{\lambda}_{20}, \tilde{\lambda}_{22} \quad (\text{B.23})$$

matrisleri antisimetrik matrislerdir (Lukkezen 2008).

C. Ek 3

C.1. Feynman Genlik Hesabı

Bozunum oranları ve saçılma tesir kesitlerinin hesabı için genlik M hesabından yararlanılır. Bu bölümde Feynman diyagramlarından yararlanarak genlik hesabının nasıl yapıldığı açıklanmaktadır.

$p = (E/c, \mathbf{p})$ momentum ve $E = \sqrt{m^2c^4 + \mathbf{p}^2c^2}$ enerjiye sahip serbest elektron ve pozitronların dalga fonksiyonları

Elektronlar

$$\Psi(x) = ae^{-(i/\hbar)p \cdot x} u^{(s)}(p)$$

Pozitronlar

$$\Psi(x) = ae^{(i/\hbar)p \cdot x} v^{(s)}(p) \quad (\text{C.1})$$

biçiminde ifade edilir. Burada $s = 1, 2$ spin durumlarıdır. $u^{(s)}$ ve $v^{(s)}$ spinörler olup momentum uzayı Dirac eşitlikleri

$$(\gamma^\mu p_\mu - mc)u = 0 \quad (\gamma^\mu p_\mu + mc)v = 0 \quad (\text{C.2})$$

ifadeleri ile verilir. Spinörlerin eşlenikleri $\bar{u} = u^\dagger \gamma^0$, $\bar{v} = v^\dagger \gamma^0$ olup eşlenik Dirac eşitlikleri

$$\bar{u}(\gamma^\mu p_\mu - mc) = 0 \quad \bar{v}(\gamma^\mu p_\mu + mc) = 0 \quad (\text{C.3})$$

denklemleri ile verilir. Spinörlerin ortogonal halleri

$$\bar{u}^{(1)}u^{(2)} = 0 \quad \bar{v}^{(1)}v^{(2)} = 0 \quad (\text{C.4})$$

olup normalize edilirse

$$\bar{u}u = 2mc \quad \bar{v}v = -2mc \quad (\text{C.5})$$

spinler üzerinden toplamı alınarak

$$\sum_{s=1,2} u^{(s)} \bar{u}^{(s)} = (\gamma^\mu p_\mu + mc) \quad \sum_{s=1,2} v^{(s)} \bar{v}^{(s)} = (\gamma^\mu p_\mu - mc) \quad (\text{C.6})$$

biçiminde ifade edilir.

Öte yandan $p = (E/c, \mathbf{p})$ momentumlu $E = |\mathbf{p}|c$ enerjili serbest bir fotonun dalga fonksiyonu ise

$$A^\mu(x) = a e^{-(i/\hbar)p \cdot x} \epsilon_{(s)}^\mu \quad (\text{C.7})$$

ile ifade edilir. Burada $s = 1, 2$ fotonun iki spin durumunu (veya polarizasyonu) ifade eder. Polarizasyon vektörleri $\epsilon_{(s)}^\mu$, momentum uzayında Lorentz koşulunu

$$\epsilon^\mu p_\mu = 0 \quad (\text{C.8})$$

ile sağlar. Polarizasyon vektörlerinin ortogonaldirler ve

$$\epsilon_{(1)}^{\mu*} \epsilon_{\mu(2)} = 0 \quad (\text{C.9})$$

normalize edilirse

$$\epsilon^{\mu*} \epsilon_\mu = 1 \quad (\text{C.10})$$

ifadesi elde edilir. Coulomb ayarından

$$\epsilon^0 = 0, \quad \epsilon \cdot \mathbf{p} = 0 \quad (\text{C.11})$$

yazarak spin üzerinden toplam alınırsa aşağıdaki denklem yazılır.

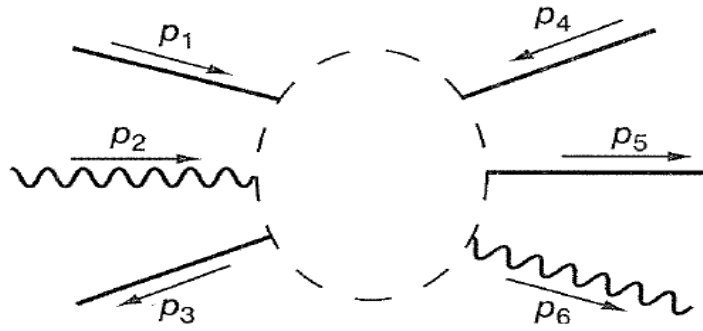
$$\sum_{s=1,2} (\epsilon_{(s)})_i (\epsilon_{(s)}^*)_j = \delta_{ij} - \hat{p}_i \hat{p}_j \quad (\text{C.12})$$

Bu kısa bilgileri verdikten sonra M genlik hesabı için aşağıdaki akış takip edilir.

1. Notasyon: Gelen ve giden dört-momentumları p_1, p_2, \dots, p_n , spinleri s_1, s_2, \dots, s_n ile ara parçacıkların dört-momentumları q_1, q_2, \dots, q_n şeklinde ifade edilir. (Şekil C.1)'de verilen örnek gibi dış çizgileri ve iç çizgileri gösteren akış diyagramı oluşturulur.

2. Dış çizgiler: Dış çizgilerin katkı faktörleri elektron, pozitron ve fotonların gelen ve gidenlerine dikkat edilerek yazılır. 3. Köşe faktörleri: Her bir köşeden gelen katkı için

Gelen e^- için ($\longrightarrow \bullet$): u Gelen e^+ için ($\longleftarrow \bullet$): \bar{v} Gelen γ için ($\rightsquigarrow \bullet$): ϵ^μ
 Giden e^- için ($\bullet \longrightarrow$): \bar{u} Giden e^+ için ($\bullet \longleftarrow$): v Giden γ için ($\bullet \rightsquigarrow$): $\epsilon^{\mu*}$



Şekil C.1. Dış çizgileri işaretlenmiş tipik KED diyagramı.

bir faktör yazılır.

$$ig_e \gamma^\mu \quad (\text{C.13})$$

burada g_e , boyutsuz bağlanma sabiti olup $g_e = \sqrt{4\pi\hbar c} = \sqrt{4\pi\alpha}$ biçiminde açık olarak yazılır.

4. Propagator (yayıma) terimleri: Her bir iç çizgiden gelen katkılar için bir faktör yazılır.

$$\text{Elektronlar ve pozitronlar: } \frac{i(\gamma^\mu q_\mu + mc)}{q^2 - m^2c^2} \quad (\text{C.14})$$

$$\text{Fotonlar: } \frac{-ig_{\mu\nu}}{q^2} \quad (\text{C.15})$$

5. Enerji ve momentum korunumu: Her köşe için,

$$(2\pi)^4 \delta^4(k_1 + k_2 + k_3) \quad (\text{C.16})$$

formunda bir delta fonksiyonu yazılır. Burada k 'ler köşeye gelen üç adet dörtlü momentumdur(ok dışı doğru yönelmiş ise dörtlü momentum k , eksi işaretlidir). Bu faktör her köşede enerji ve momentum korunumunu ortaya koyar. Böylece delta fonksiyonu, gelen momentumların toplamı giden momentumların toplamına eşit olmaksızın sıfırdır.

6. İç momentum üzerinden integral: Her iç çizgi için,

$$\frac{d^4q}{(2\pi)^4} \quad (\text{C.17})$$

gibi bir faktör yazılır ve tüm iç momentumlar üzerinden integral alınır.

7. Delta fonksiyonunun iptali: Sonuç,

$$(2\pi)^4 \delta^4(p_1 + p_2 + \dots - p_n) \quad (\text{C.18})$$

şeklinde tamamıyla enerji ve momentum korunumunu yansıtan bir delta fonksiyonu içerir.

Bu fonksiyonun iptali ile $-i M$ elde edilir.

8. Antisimetriğini almak: Gelen veya giden parçacıkların yerlerini değiştirerek M genliğinin eksi işaretlisi bulunur.

C.2. Tesir Kesitleri

Fermi' nin ifade ettiği altın kurala göre $1 + 2 \rightarrow 3 + 4 + \dots + n$ süreci için ifade edilen tesir kesiti,

$$d\sigma = \langle |M|^2 \rangle \frac{s}{4\sqrt{(p_1 p_2)^2 - (m_1 m_2)^2}} \left[\frac{d^3 p_3}{(2\pi)^3 2E_3} \frac{d^3 p_4}{(2\pi)^3 2E_4} \dots \frac{d^3 p_n}{(2\pi)^3 2E_n} \right] \times (2\pi)^4 \delta(p_1 + p_2 - p_3 - p_4 - \dots - p_n) \quad (\text{C.19})$$

Burada;

$$4\sqrt{(p_1 \cdot p_2)^2 - (m_1 \cdot m_2)^2} \quad (\text{C.20})$$

ifadesi ile verilen nicelik Lorentz değişmez akıdır.

Kütle merkez sisteminde, gelen parçacıkların üçlü momentumları eşit büyüklükte fakat zıt yönlü olduğundan ($\vec{p}_1 = -\vec{p}_2$), yukarıda verilen Lorentz değişmez akı

$$E_1 + E_2 = |\vec{p}_1| = \sqrt{s} |\vec{p}_1| \quad (\text{C.21})$$

şeklinde elde edilir. Buna göre;

$$d\sigma = \frac{\langle |M|^2 \rangle}{4\sqrt{s}} \frac{d^3 \vec{p}_3 d^3 \vec{p}_4}{(2\pi)^3 4E_3 E_4} \delta^4(p_1 + p_2 - p_3 - p_4) \quad (\text{C.22})$$

Dörtlü delta fonksiyonu:

$$\delta^4(p_1 + p_2 - p_3 - p_4) = \delta^{(3)}(\vec{p}_1 + \vec{p}_2 - \vec{p}_3 - \vec{p}_4) \delta(E_1 + E_2 - E_3 - E_4) \quad (\text{C.23})$$

şeklinde yazılarak $d^3 \vec{p}_4$ integrali kaldırılabilir. Bir sonraki işlem olarak $d^3 \vec{p}_3$ integralinin alınması kalır.

$$E_3 = \sqrt{m_3^2 + \vec{p}_3^2} \text{ ve } E_4 = \sqrt{m_4^2 + \vec{p}_3^2} \quad (\text{C.24})$$

şeklinde yazılarak $E_3 + E_4 = E'$ değişken değiştirilmesi yapılırsa

$$dp_3^{\vec{}} = \frac{dE^2}{|p_3^{\vec{}}|} \left(\frac{\sqrt{m_3^2 + p_3^{\vec{}}^2} \sqrt{m_4^2 + p_3^{\vec{}}^2}}{\sqrt{m_3^2 + p_3^{\vec{}}^2} \sqrt{m_4^2 + p_3^{\vec{}}^2}} \right) \quad (\text{C.25})$$

ifadesi elde edilir.

Buradan diferansiyel tesir kesiti

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{\langle |M|^2 \rangle |p_s^{\vec{}}|}{64\pi^2 |p_i^{\vec{}}|} \quad (\text{C.26})$$

olarak bulunur. $|p_i^{\vec{}}| \equiv |p_1^{\vec{}}|^2$ ilk momentum ve $|p_s^{\vec{}}| \equiv |p_3^{\vec{}}|^2$ ise son momentumdur. Bu işlemlerin ardından $\frac{d\sigma}{dt}$ ifadesi ele alınabilir. Burada $t; t = (p_1 - p_3)^2$ şeklinde tanımlanan Mandelsam değişkenidir.

$$t = (p_1 - p_3)^2 = m_2^2 + m_3^2 - 2[E_1 E_3 - p_1^{\vec{}} p_3^{\vec{}} \cos \theta] \quad (\text{C.27})$$

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{d\sigma}{dt} \frac{dt}{d\Omega} \quad , \quad \frac{dt}{d\Omega} = \frac{dt}{2\pi d(\cos \theta)} = \frac{1}{2\pi} \frac{dt}{d \cos \theta} \quad (\text{C.28})$$

biçiminde yazılır. Buradan;

$$\frac{d\sigma}{dt} = \frac{\langle |M|^2 \rangle}{64\pi s |p_i^{\vec{}}|^2} \quad (\text{C.29})$$

elde edilir. Kütle merkezi sisteminde $m_1 = m_2 = 0$ için $|p_i^{\vec{}}| = \frac{\sqrt{s}}{2}$ bu ifade (C.29) denkleminde kullanılırsa diferansiyel tesir kesiti

$$\frac{d\sigma}{dt} = \frac{\langle |M|^2 \rangle}{16\pi s^2} \quad , \quad \sigma = \int_{t_{min}}^{t_{max}} \frac{\langle |M|^2 \rangle}{16\pi s^2} dt \quad (\text{C.30})$$

integrali alınarak bulunur. $\theta = 0$ ve $\theta = \pi$ için t_{min} ve t_{max} uygun kinematik bağıntılardan bulunur.

D. Ek 4

D.1. LHM'de Köşe Faktörleri

Köşe faktörlerinde yer alan $y_u = -\frac{2}{5}$ ve $y_e = \frac{3}{5}$ $U(1)$ yükü belirlemede kullanılırlar.

	Köşe faktörleri	gV_i	gA_i
1	$A_L \bar{e} e$	$-eQ_e$	0
2	$A_L \bar{T} T$	$-eQ_T$	0
3	$Z_L \bar{e} e$	$-\frac{g}{2c_W} \left\{ -\frac{1}{2} + 2s_w^2 - \frac{v^2}{f^2} \left[-\frac{c_w x_W'}{2s} c + \frac{s_w x_B'}{s' c'} (2y_e - \frac{9}{5} + \frac{3}{2} c'^2) \right] \right\}$	$-\frac{g}{2c_W} \left\{ \frac{1}{2} - \frac{v^2}{f^2} \left[\frac{c_w x_W'}{2s} c + \frac{s_w x_B'}{s' c'} (-\frac{1}{5} + \frac{1}{2} c'^2) \right] \right\}$
4	$Z_L \bar{T} T$	$\frac{g}{2c_W} \left\{ \frac{4}{3} s_w^2 + \frac{v^2}{f^2} \left[-\frac{x_L'}{2} + \frac{s_w x_B'}{s' c'} (2y_u + \frac{14}{15} - \frac{4}{3} c'^2 + \frac{1}{5} x_L) \right] \right\}$	$\frac{g}{2c_W} \frac{v^2}{f^2} \left\{ \frac{x_L'}{2} + \frac{s_w x_B'}{s' c'} \frac{1}{5} x_L \right\}$
5	$Z_L \bar{T} t$	$\frac{g}{2c_W} \left\{ -\frac{vx_L}{2f} + \frac{v^2}{f^2} \frac{s_w x_B'}{s' c'} \frac{x_L \lambda_2}{5\lambda_1} + \frac{v^3}{f^3} \left(\frac{x_L^3}{4} - \frac{x_L}{2} \chi + x_L \left(\frac{c' s_w x_B'}{2} + \frac{c c_w x_W'}{2} \right) \right) \right\}$	$\frac{g}{2c_W} \left\{ \frac{vx_L}{2f} + \frac{v^2}{f^2} \frac{s_w x_B'}{s' c'} \frac{x_L \lambda_2}{5\lambda_1} + \frac{v^3}{f^3} \left(-\frac{x_L^3}{4} + \frac{x_L}{2} \chi - x_L \left(\frac{c' s_w x_B'}{2} + \frac{c c_w x_W'}{2} \right) \right) \right\}$
6	$A_H \bar{e} e$	$\frac{g'}{2s' c'} (2y_e - \frac{9}{5} + \frac{3}{2} c'^2)$	$\frac{g'}{2s' c'} (-\frac{1}{5} + \frac{1}{2} c'^2)$
7	$A_H \bar{T} t$	$\frac{g'}{2s' c'} \left(\frac{1}{5} x_L \frac{\lambda_2}{\lambda_1} + \frac{v}{f} \frac{1}{2} c'^2 x_L \right)$	$\frac{g'}{2s' c'} \left(\frac{1}{5} x_L \frac{\lambda_2}{\lambda_1} - \frac{v}{f} \frac{1}{2} c'^2 x_L \right)$
8	$A_H \bar{T} T$	$\frac{g'}{2s' c'} (2y_u + \frac{14}{15} - \frac{4}{3} c'^2 + \frac{1}{5} x_L)$	$\frac{g'}{2s' c'} \frac{1}{5} x_L$
9	$Z_H \bar{e} e$	$-\frac{gc}{4s}$	$\frac{gc}{4s}$
10	$Z_H \bar{T} t$	$\frac{gx_L vc}{4fs}$	$-\frac{gx_L vc}{4fs}$

Çizelge D.1. Fermiyonlar ile yüksüz ayar bozonlarının bağlaşımları

k	Parçacıklar	Köşe faktörleri
1	$\phi^+ \bar{T} b$	$-i \frac{M_t}{2\sqrt{2}v} \left(\frac{v}{f} - 2s_+ \right) \frac{\lambda_1}{\lambda_2} (1 - \gamma_5)$

Çizelge D.2. İki fermiyon bir skaler bağlaşımı

k	Parçacıklar	Köşe faktörleri
1	$W_H \bar{T} b$	$-\frac{g}{2\sqrt{2}} V_{tb} x_L \frac{c v}{s f}$
2	$W_H t b$	$-\frac{g}{2\sqrt{2}} V_{tb} \left[1 - \frac{v^2}{f^2} \left(\frac{1}{2} x_L^2 - b \right) \right]$ $i \Lambda^{W_H t b} \gamma_\mu (1 - \gamma_5)$
3	$W_L \bar{T} b$	$\frac{g}{2\sqrt{2}} V_{tb} x_L \frac{v}{f} \left[1 + \frac{v^2}{f^2} (d_2 - a) \right]$

Çizelge D.3. Fermiyonlar ile yüklü ayar bozon bağlaşımları

k	Parçacıklar	Köşe faktörleri
1	$\phi^+ W_H Z_L$	$i \frac{g^2 (c^2 - s^2)}{c_w 2sc} c' g_{\mu\nu}$
2	$\phi^+ W_H Z_H$	$-i g^2 \frac{(c^4 + s^4)}{2s^2 c^2} v' g_{\mu\nu}$
3	$\phi^+ W_H A_H$	$-\frac{i}{2} g g' \frac{(c^2 c'^2 + s^2 s'^2)}{scs' c'} v' g_{\mu\nu}$

Çizelge D.4. İki ayar bozonu bir skaler bağlaşımı

ÖZGEÇMİŞ

Adı Soyadı : Zafer ALTIN
Doğum Yeri ve Tarihi : Tekirdağ – 03.06.1990
Yabancı Dili : İngilizce

Eğitim Durumu (Kurum ve Yıl)

Lise : Muratlı Anadolu Lisesi 2004-2008
Lisans : Uludağ Üniversitesi Fen Edebiyat Fakültesi Fizik
Bölümü 2008-2013

İletişim : zaferaltin59@gmail.com

Yayınları

Altın, Z., Kirca Z., Ün, C.S 2016. Production of Heavy W Boson and Heavy Top Quark in the Littlest Higgs Model at High Energy Linear $e^- e^+$ Collider. *ASR*, (14 (3)): 152–155s.

Altın, Z., Kirca Z., Ün, C.S 2016. Production of Heavy W Boson and Heavy Top Quark in the Littlest Higgs Model at High Energy Linear $e^- e^+$ Collider sözlü sunum. Adım Fizik Günleri, 21-23 Nisan, ESKİŞEHİR

Altın, Z., Kirca Z., Ün, C.S 2015. The Littlest Higgs Model poster sunumu. International Workshop on Nuclear Structure Properties, 7-10 Eylül, SAKARYA